

# 封闭行星轮系效率计算分析

鲍和云,李龙亮,靳广虎,陆凤霞

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

**摘要:** 齿轮传动中啮合功率损失是其主要功率损失。以大功率船用封闭行星轮系为研究对象,建立了系统纯扭转动力学方程,在只考虑啮合功率损失的前提下,以基于弹流润滑理论的摩擦系数模型为基础,建立封闭行星轮系的效率计算方法,并分析了系统的工况、结构设计参数对系统效率的影响,最后得出了系统各结构设计参数选择原则。

**关键词:** 封闭行星轮系;动力学;效率

**中图分类号:** TH132.425 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2019)05-0008-05

## Calculation and Analysis of Encased Planetary Train Efficiency

BAO Heyun, LI Longliang, JIN Guanghu, LU Fengxia

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The power of gear mainly loses in its drive. The encased planetary train is taken as object of study in this paper. The pure torsion kinetic differential equations for this system is created. The calculating method for its efficiency is established based on elasto-hydrodynamic lubrication theory only in consideration of the meshing power loss, and the working condition of this system and the influence of the structure and parameters on the system efficiency are analysed, then, the selection principle for the system structure and parameters is obtained.

**Keywords:** encased planetary train; dynamics; efficiency

## 0 引言

传动效率是行星齿轮传动设计之初需要考虑的重要因素之一,是衡量齿轮传动性能优良的重要指标。2002年,Castillo J M D<sup>[1]</sup>分别采用速度转矩方程和虚拟齿数比理论以及啮合功率和转速比之间的关系两种方法,获得了任意行星齿轮传动效率计算的通用解析表达式。2006年崔丽、秦大同<sup>[2]</sup>分析了直齿轮和斜齿轮传动在内啮合、外啮合时的啮合效率,推导了它们在不同运动状态时的啮合效率的计算公式。2012年,焦万铭等<sup>[3]</sup>以传动比和特性系数的关系为基础,运用传动比法(克列伊涅斯法)计算系统的传动效率。2013年,Chen C<sup>[4]</sup>基于虚功率的方法推导了功率分流复合行星轮系传动的效率表达式,引入了功率分流比和虚功率比来进行效率计算。2018年,周飞等<sup>[5]</sup>基于传统的效率计算方法研究了行星齿轮的齿数和效率之间的关系,得出了最高效的配齿方案。

综上所述:国内外学者对行星轮系的效率都做过一些研究,但大都是基于效率计算方法的研究,本文基于动态功率损失计算方法,分析了系统的结构设计参数及运行工况对效率的影响。

## 1 封闭行星轮系动力学建模

封闭行星轮系由差动级和封闭级进行封闭式连接而成,具有结构紧凑、传递功率大等优点,其传动简图如图1所示。

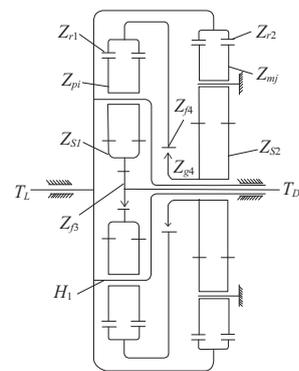


图1 封闭行星轮系传动简图

某大功率船用封闭行星轮系各结构设计参数如表1所示。

**基金项目:** 中央高校基本科研业务费专项资金资助(NS2017031)

**作者简介:** 鲍和云(1976—),女,安徽寿县人,硕士生导师,副教授,博士,主要研究方向为机械系统动力学、减振降噪、热分析、直升机传动系统设计技术。

表 1 封闭行星系统参数

名称	数值	
	差动级	封闭级
齿数 $Z_a$	43	101
齿数 $Z_p$	98	69
齿数 $Z_r$	239	239
法向模数 $m_n/\text{mm}$	8	
法向压力角 $\alpha_n/(\circ)$	20	
分度圆螺旋角 $\beta/(\circ)$	27.266 0	
有效单侧齿宽 $B/\text{mm}$	400	540

封闭行星轮系系统扭转动力学微分方程如式(1)所示,方程中充分考虑了人字齿左右两端斜齿轮相互影响。

$$\begin{cases}
 m_D \ddot{\theta}_D + k_{Dd1}(\theta_D - \theta_{s1}^R) + c_{Dd1}(\dot{\theta}_D - \dot{\theta}_{s1}^R) = T_D \\
 I_{s1}^L \ddot{\theta}_{s1}^L + k_{s1}(\theta_{s1}^L - \theta_{s1}^R) + c_{s1}(\dot{\theta}_{s1}^L - \dot{\theta}_{s1}^R) = \sum_{i=1}^N F_{s1pi}^L r_{bs1}^L \cos \beta_1 \\
 I_{s1}^R \ddot{\theta}_{s1}^R + k_{s1}(\theta_{s1}^R - \theta_{s1}^L) + c_{s1}(\dot{\theta}_{s1}^R - \dot{\theta}_{s1}^L) + k_{Dd1}(\theta_{s1}^R - \theta_D) + \\
 c_{Dd1}(\dot{\theta}_{s1}^R - \dot{\theta}_D) = \sum_{i=1}^N F_{s1pi}^R r_{bs1}^R \cos \beta_1 \\
 I_{pi}^L \ddot{\theta}_{pi}^L + k_{pi}(\theta_{pi}^L - \theta_{pi}^R) + c_{pi}(\dot{\theta}_{pi}^L - \dot{\theta}_{pi}^R) = \\
 -F_{r1pi}^L r_{bpi}^L \cos \beta_1 + F_{s1pi}^L r_{bpi}^L \cos \beta_1 \\
 I_{pi}^R \ddot{\theta}_{pi}^R + k_{pi}(\theta_{pi}^R - \theta_{pi}^L) + c_{pi}(\dot{\theta}_{pi}^R - \dot{\theta}_{pi}^L) = \\
 -F_{r1pi}^R r_{bpi}^R \cos \beta_1 + F_{s1pi}^R r_{bpi}^R \cos \beta_1 \\
 I_{r1}^L \ddot{\theta}_{r1}^L + k_{r1}(\theta_{r1}^L - \theta_{r1}^R) + c_{r1}(\dot{\theta}_{r1}^L - \dot{\theta}_{r1}^R) = \sum_{i=1}^N F_{r1pi}^L r_{br1}^L \cos \beta_1 \\
 I_{r1}^R \ddot{\theta}_{r1}^R + k_{r1}(\theta_{r1}^R - \theta_{r1}^L) + c_{r1}(\dot{\theta}_{r1}^R - \dot{\theta}_{r1}^L) + k_{s2d1}(\theta_{r1}^R - \theta_{s2}^L) + \\
 c_{s2d1}(\dot{\theta}_{r1}^R - \dot{\theta}_{s2}^L) = \sum_{i=1}^N F_{r1pi}^R r_{br1}^R \cos \beta_1 \\
 I_{c1} \ddot{\theta}_{c1} = -\sum_{i=1}^N [k_{bpi} \delta_{epi} \sin \varphi_{pi} + k_{bpi} \delta_{epi} \cos \varphi_{pi}] r_{bc} \\
 I_{s2}^L \ddot{\theta}_{s2}^L + k_{s2}(\theta_{s2}^L - \theta_{s2}^R) + c_{s2}(\dot{\theta}_{s2}^L - \dot{\theta}_{s2}^R) + k_{s2d1}(\theta_{s2}^L - \theta_{r1}^R) + \\
 c_{s2d1}(\dot{\theta}_{s2}^L - \dot{\theta}_{r1}^R) = -\sum_{j=1}^M F_{s2pj}^L r_{bs2}^L \cos \beta_2 \\
 I_{s2}^R \ddot{\theta}_{s2}^R + k_{s2}(\theta_{s2}^R - \theta_{s2}^L) + c_{s2}(\dot{\theta}_{s2}^R - \dot{\theta}_{s2}^L) = -\sum_{j=1}^M F_{s2pj}^R r_{bs2}^R \cos \beta_2 \\
 I_{p2}^L \ddot{\theta}_{p2}^L + k_{p2}(\theta_{p2}^L - \theta_{p2}^R) + c_{p2}(\dot{\theta}_{p2}^L - \dot{\theta}_{p2}^R) = F_{r2pj}^L r_{bp2}^L \cos \beta_2 - \\
 F_{s2pj}^L r_{bp2}^L \cos \beta_2 \\
 I_{p2}^R \ddot{\theta}_{p2}^R + k_{p2}(\theta_{p2}^R - \theta_{p2}^L) + c_{p2}(\dot{\theta}_{p2}^R - \dot{\theta}_{p2}^L) = F_{r2pj}^R r_{bp2}^R \cos \beta_2 - \\
 F_{s2pj}^R r_{bp2}^R \cos \beta_2 \\
 I_{r2}^L \ddot{\theta}_{r2}^L + k_{r2}(\theta_{r2}^L - \theta_{r2}^R) + c_{r2}(\dot{\theta}_{r2}^L - \dot{\theta}_{r2}^R) = -\sum_{j=1}^M F_{r2pj}^L r_{br2}^L \cos \beta_2 - \\
 T_{r2}/2 \\
 I_{r2}^R \ddot{\theta}_{r2}^R + k_{r2}(\theta_{r2}^R - \theta_{r2}^L) + c_{r2}(\dot{\theta}_{r2}^R - \dot{\theta}_{r2}^L) = -\sum_{j=1}^M F_{r2pj}^R r_{br2}^R \cos \beta_2 - \\
 T_{r2}/2
 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $I$ 、 $\theta$ 分别为人字齿轮两端斜齿轮转动惯量和扭转角位移; $k$ 、 $c$ 分别表示扭转刚度、扭转阻尼; $F$ 表示动态啮合力;上标  $L$ 、 $R$  分别表示人字齿左右两端斜齿轮;下标  $s$ 、 $p$ 、 $r$  分别表示太阳轮、行星轮、内齿圈;1、2 分别表示差动级和

封闭级, $i$  表示差动级第  $i$  个行星轮, $j$  表示第  $j$  个封闭级行星轮。

## 2 效率计算分析

### 2.1 摩擦系数模型

摩擦系数主要与齿轮的表面形貌、轮齿表面粗糙度、滑滚比、轮齿的相对滑动速度、齿间接触应力以及系统的润滑情况等因素有关。本文采用徐海<sup>[6]</sup>提出的基于弹流润滑理论的摩擦系数计算模型,其计算表达式为:

$$\mu = e^{f(SR, P_h, v_o, S_{avg})} P_h^{b_2} |SR|^{b_3} V_e^{b_6} v_o^{b_7} R^{b_8} \quad (2)$$

式中: $SR$  为两个接触齿面的滑滚比; $P_h$  为最大赫兹接触应力,单位为  $\text{GPa}$ ; $S_{avg}$  为表面粗糙度均方根值,单位为  $\mu\text{m}$ ; $V_e$  为两轮齿接触点处的卷吸速度,单位为  $\text{m/s}$ ; $v_o$  为润滑油动力粘度,单位为  $\text{cps}$ ; $R$  为接触点处的综合曲率半径,单位为  $\text{m}$ 。 $f(SR, P_h, v_o, S_{avg}, \cdot)$  计算公式如下:

$$f(SR, P_h, v_o, S_{avg}) = b_1 + b_4 |SR| P_h \log_{10}(v_o) + b_5 e^{-|SR| P_h \log_{10}(v_o)} + b_9 e^{S_{avg}} \quad (3)$$

式中滑滚比  $SR$  及接触点处的卷吸速度  $V_e$  计算公式为:

$$\begin{cases} SR = \frac{2V_s}{V_r} \\ V_e = \frac{V_r}{2} \end{cases} \quad (4)$$

式中  $V_s$  及  $V_r$  为接触点处的相对滑动速度及相对滚动速度,计算公式如下:

$$\begin{cases} V_s = \omega_1 R_{i1} - \omega_2 R_{i2} \\ V_r = \omega_1 R_{i1} + \omega_2 R_{i2} \end{cases} \quad (5)$$

式中:1、2 分别表示主动轮和被动轮; $\omega$  为角速度; $R_i$  为接触点处的端面基圆半径,其计算方法参考文献[7]。

$P_h$  计算方法如下:

$$P_h = \sqrt{\frac{qE'}{2\pi R}} \quad (6)$$

式中: $E'$  为综合弹性模量; $q$  为轮齿的单位法向载荷,其等于动态啮合力除以时变接触线长度。

摩擦系数模型中各参数赋值如表 2 所示。

表 2 EHL 摩擦系数计算模型中参数赋值

参数	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
数值	-8.916 4	1.033 0	1.036 0	-0.354 0	2.812 0
参数	$b_6$	$b_7$	$b_8$	$b_9$	
数值	-0.100 6	0.752 7	-0.390 9	0.620 3	

图 2 为赫兹接触应力对摩擦系数的影响。由图可知,当赫兹接触应力从 0 增大到 1 时,封闭级和差动级摩擦系数急剧增大,然后随着接触应力的增大逐渐减小,因为封闭级载荷大于差动级载荷,所以其变化趋势较差动级更明显,一般情况下齿轮副的赫兹接触应力均  $>1 \text{ GPa}$ 。

### 2.2 效率计算

一对啮合副瞬时损耗功率计算是将各点的损耗功率沿轮齿接触线积分,平均损耗功率将瞬时损耗功率沿时间

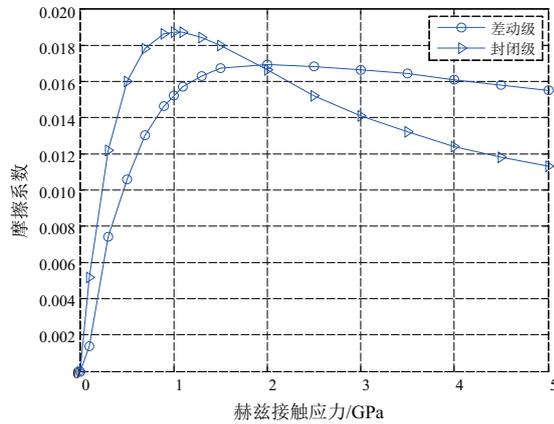


图2 赫兹接触应力对摩擦系数的影响

轴积分再取平均即可,表达式如下:

$$P_f(t) = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \mu(x,t)q(t)v_s(x) ds \quad (i = 1,2,3,\dots,n) \quad (7)$$

$$P_a = \frac{1}{T_m} \int_{t_1}^{t_1+T_m} P_f(t) dt \quad (8)$$

式中: $P_f(t)$ 表示 $t$ 时刻一对啮合副的损耗; $l_i$ 表示齿轮副啮合时啮合区域第 $i$ 根接触线; $\mu$ 为基于弹流润滑理论的(EHL)摩擦系数; $q$ 为轮齿的单位法向载荷,其计算方法同摩擦系数中的单位法向载荷计算方法; $v_s$ 为沿着接触线的齿面相对滑动速度; $P_a$ 为一对啮合副在整个啮合周期的平均损耗; $t_1$ 表示齿轮从 $t_1$ 时刻开始啮合; $T_m$ 为齿轮副的啮合周期。

则封闭行星轮系差动级和封闭级动态功率损失分别为 $P_{sys\_1}$ 和 $P_{sys\_2}$ ,系统平均啮合功率损失为 $P_{sys\_a}$ :

$$P_{sys\_1} = \sum_{i=1}^N (P_{in\_f}(i) + P_{out\_f}(i)) \quad (9)$$

$$P_{sys\_2} = \sum_{j=1}^M (P_{in\_f}(j) + P_{out\_f}(j)) \quad (10)$$

$$P_{sys\_a} = \frac{1}{T_{m1}} \int_{t_1}^{t_1+T_{m1}} P_{sys\_1}(t) dt + \frac{1}{T_{m2}} \int_{t_1}^{t_1+T_{m2}} P_{sys\_2}(t) dt \quad (11)$$

式中: $P_{in\_f}$ 、 $P_{out\_f}$ 分别为封闭行星轮系内外啮合副的瞬时损耗功率; $T_{m1}$ 、 $T_{m2}$ 分别为差动级和封闭级啮合周期; $i$ 、 $j$ 分别表示差动级和封闭级行星轮标号。

则封闭行星轮系的平均效率表达式为:

$$\eta = 1 - \frac{P_{sys\_a}}{P} \quad (12)$$

式中: $\eta$ 为封闭行星轮系平均啮合效率, $P$ 为系统输入功率。

### 2.3 效率分析

影响行星轮系传动效率的因素较多,不同的工况、结构设计参数及润滑条件对行星轮系的传动效率都会有不同程度的影响。以表1封闭行星轮系结构设计参数为例,采用控制变量法研究各因素对系统传动效率的影响,即使某单一因素为变量,其他因素不变情况下,考虑该变量对系统效率的影响。图3-图4、图7-图8、图11以及图12分别为不同输入功率、输入转速、齿宽、模数、螺旋角以及润滑油粘度对封闭差动行星轮系效率的影响。

图3为系统输入转速在2955 r/min,输入功率在5000~60000 kW范围内变化时,输入功率对效率的影响。

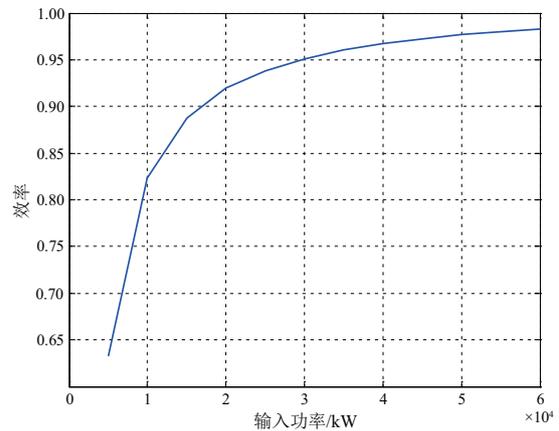


图3 输入功率对系统效率的影响

由图3可知,在恒输入转速情况下,封闭差动行星轮系效率随着输入功率的增加而增加。由图2可知,差动级和封闭级的摩擦系数都随着赫兹接触应力的增加先增大后减小,且齿轮运转过程中齿面接触应力一般>1 GPa,所以系统摩擦损耗随着输入功率的增加逐渐减小,系统效率就会逐渐增大。

图4-图6分别为输入功率在20000 kW,输入转速在1000~8000 r/min的范围内变化时,系统啮合效率、相对滑动速度以及摩擦系数变化趋势图。

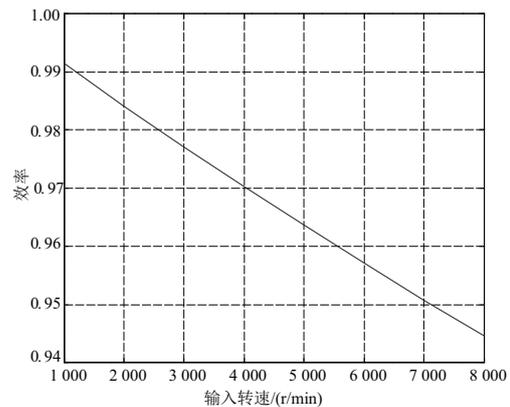


图4 输入转速对系统效率的影响

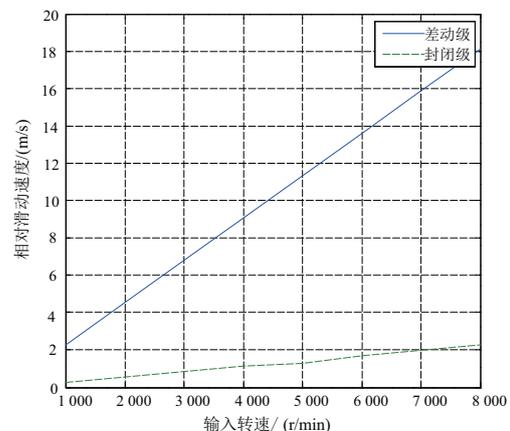


图5 输入转速对相对滑动速度的影响

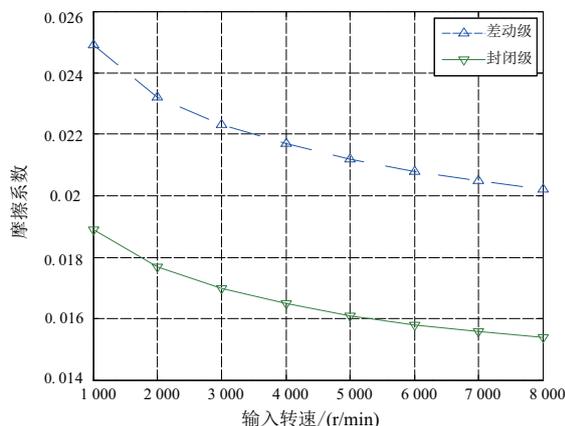


图6 输入转速对摩擦系数的影响

由图6可知,差动级和封闭级摩擦系数都随着输入转速的增加而减小,主要是由于随着输入转速的增加差动级和封闭级的卷吸速度也在增加,其摩擦系数随着卷吸速度的增大在逐渐减小。由图5可知,随着系统输入转速的增加,系统差动级封闭级的各轮之间的相对滑动速度在逐渐增加,差动级相对滑动速度高于封闭级相对滑动速度,且变化趋势也大于封闭级变化趋势,主要是因为差动级转速远高于封闭级转速。由图4可知,随着输入转速的增加,系统效率逐渐下降,而系统摩擦损耗等于摩擦力乘以沿摩擦力方向的相对滑动速度,虽然摩擦系数随着输入转速的增加在逐渐减小,但相对滑动速度变化趋势大于摩擦系数变化趋势,所以系统摩擦损耗总体随着输入转速的增加而逐渐增加,效率总体呈下降趋势。

图7为输入功率为20000kW,转速为2955r/min时,轮齿有效齿宽在100~400mm范围内变化时对系统效率的影响。

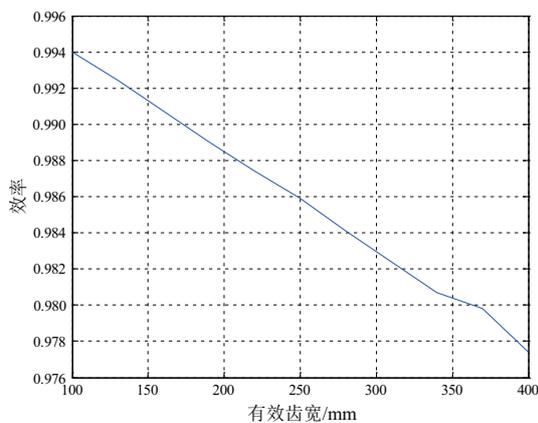


图7 有效齿宽对系统效率的影响

由图7可知,随着齿宽的增加,系统效率逐渐降低。因为有效齿宽增加,齿面单位法向载荷减小,使得赫兹接触应力减小,摩擦系数增大,损耗增大。再者,轮齿齿宽增加,轮齿接触线长度增加,计算损耗的积分域增加,使得损耗增大。综合以上,齿宽增加会使系统效率降低。

模数是齿轮的一个重要设计参数,其大小会直接影响到齿轮的各个尺寸及轮齿的承载能力,图8-图10分别为输入功率在20000kW,转速为2955r/min时,模数在5~11范围内

变化时,效率、摩擦系数及相对滑动速度的变化走势图。

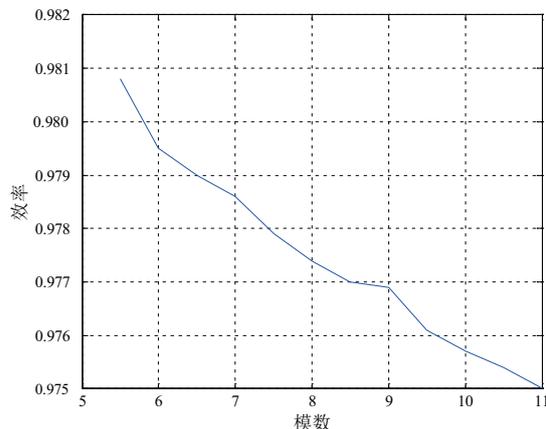


图8 模数对系统效率的影响

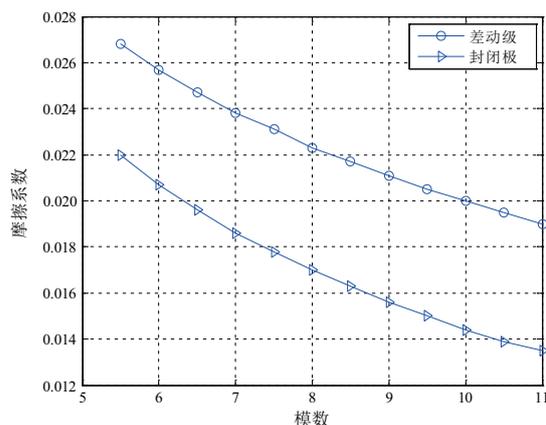


图9 模数对摩擦系数的影响

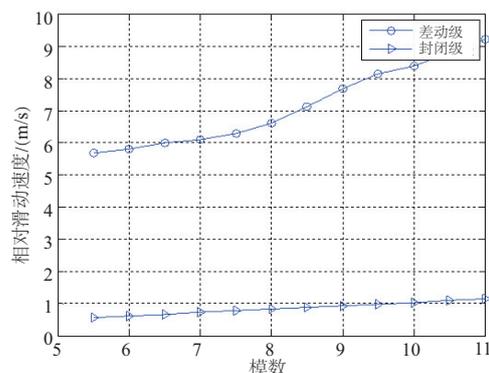


图10 模数对相对滑动速度的影响

由图8可知,随着模数的增加,系统效率逐渐降低。由图9可知,摩擦系数随着模数的增大而减小,因为模数增加,系统的各个设计尺寸也相应增大,轮齿接触点之间的卷吸速度也会增大,摩擦系数随着卷吸速度的升高而降低。由图10可知,模数的增加会使接触点之间的相对滑动速度增大,且相对滑动速度的变化趋势要大于摩擦系数变化趋势,所以效率总体呈下降的趋势。对比图4-图6可知,模数对效率的影响和输入转速对效率的影响相似。

螺旋角是斜齿轮的一个重要参数,其大小会影响到系统轴向力的大小及齿轮接触线的长度。图11为输入功率

为 20 000 kW, 转速为 2 955 r/min 时, 螺旋角在 8°~28° 范围内变化时对系统效率的影响。

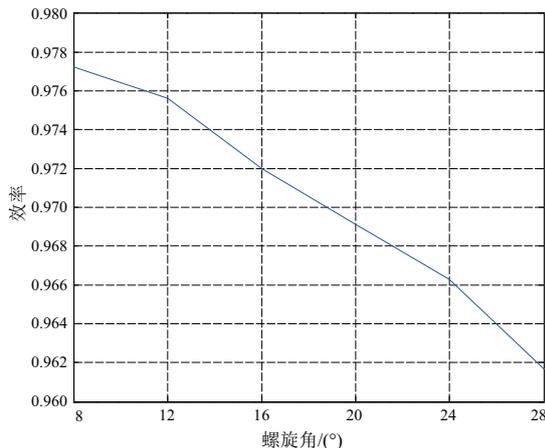


图 11 螺旋角对系统效率的影响

由图 11 可知, 随着螺旋角的增加, 系统效率逐渐降低, 而且其下降曲线的斜率也随着螺旋角的增加而增加。在同等输入功率情况下, 由公式  $F_n = F_t / \cos \beta$  可知, 螺旋角的引入使得齿面法向力增加, 这也是引起系统损耗增加的主要因素。

图 12~图 13 分别为在输入功率为 20 000 kW, 转速为 2 955 r/min 时, 润滑油动力粘度在 5~30 cps 范围内变化时, 系统效率及摩擦系数的变化趋势。

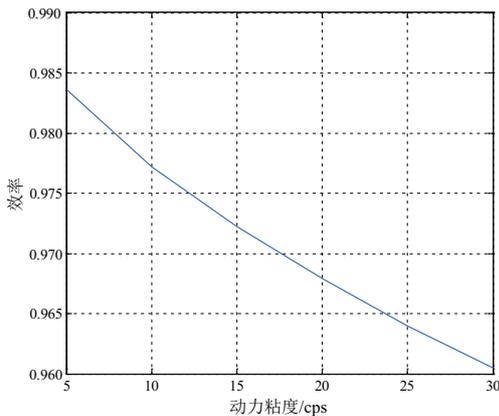


图 12 润滑油动力粘度对效率的影响

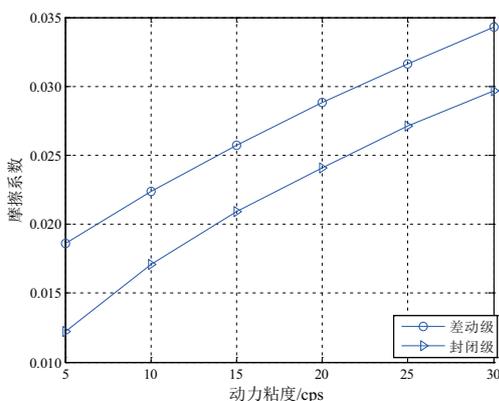


图 13 润滑油动力粘度对摩擦系数的影响

由图 12、图 13 可知, 随着润滑油动力粘度的升高, 系统效率逐渐降低。由徐海提出的基于弹流润滑理论的摩

擦系数模型可知, 随着润滑油动力粘度的升高, 摩擦系数逐渐增加, 导致系统损耗逐渐增加。

### 3 结语

分析了不同工况、结构设计参数及润滑条件对封闭差动行星轮系啮合效率的影响, 得出如下结论:

1) 封闭差动行星轮系的啮合效率在输入转速不变的情况下, 随着输入功率的增大而提高; 所以在满足行星轮系不过载的前提下, 应使输入功率尽量高一点, 以提高行星轮系的传动效率。

2) 封闭差动行星轮系的啮合效率在输入功率不变的情况下, 随着输入转速的提高而下降, 若对输出转速没有要求的情况下, 可以采用低转速传动以提高传动效率。

3) 封闭差动行星轮系随着有效齿宽的增加, 传动效率逐渐降低, 但齿宽变小会降低轮齿承载能力; 所以在选择齿宽时应当综合考虑行星轮系的传动效率及轮齿的承载能力。

4) 封闭差动行星轮系的啮合效率随着模数的增加而逐渐降低。模数是齿轮设计的一个重要参数, 其大小不仅影响齿轮的各个尺寸, 而且还影响其承载能力, 模数越大轮齿承载能力越强, 反之承载能力越弱; 所以在选择齿轮模数时要综合考虑传动效率及轮齿的承载能力。

5) 封闭差动行星轮系啮合效率随着螺旋角的增加而降低。螺旋角的引入使得斜齿轮传动产生附加轴向力, 但螺旋角的增加使其接触线长度增加, 接触线长度的波动变小, 从而使得齿轮振动噪声变小, 传动更加平稳; 所以在斜齿轮传动中螺旋角的选择要综合考虑传动效率、轴向力及传动平稳性等因素。

6) 封闭差动行星轮系的传动效率随着润滑油动力粘度的升高逐渐降低。润滑油只有达到一定的粘度才能在轮齿啮合过程中产生润滑油膜, 起到润滑的作用, 但润滑油动力粘度过低就无法形成润滑油膜, 两啮合轮齿的啮合表面会直接接触, 加剧摩擦损耗; 所以润滑油的选择应在满足油膜承载能力的前提下选择动力粘度尽量低的润滑油, 以提高啮合效率。

#### 参考文献:

- [1] Castillo J M D. The analytical expression of the efficiency of planetary gear trains [J]. Mechanism & Machine Theory, 2002, 37 (2): 197-214.
- [2] 崔丽, 秦大同, 石万凯. 行星齿轮传动啮合效率分析 [J]. 重庆大学学报 (自然科学版), 2006, 29 (3): 11-14.
- [3] 焦万铭, 马飞, 杨耀东, 等. 行星齿轮变速箱传动比及效率的计算 [J]. 机械传动, 2012, 36 (12): 114-116.
- [4] Chen C. Power flow and efficiency analysis of epicyclic gear transmission with split power [J]. Mechanism & Machine Theory, 2013, 59 (4): 96-106.
- [5] 周飞, 黄庆九, 邢介发, 等. 关于 3K (III) 配齿与传动效率关系分析 [J]. 机械制造与自动化, 2018, 47 (1): 30-32, 49.
- [6] Hai Xu. Development of a Generalized Mechanical Efficiency Prediction [D]. Ohio: The Ohio State University, 2005.
- [7] 王浩飞. 基于齿面摩擦的人字齿行星齿轮传动系统动力学研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.