

# 基于恒位移测试的转子系统非线性 支承刚度参数辨识研究

杨稀<sup>1</sup>, 臧朝平<sup>1</sup>, 周标<sup>1</sup>, 张根辈<sup>1</sup>, 王平<sup>2</sup>, 邹亚晨<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学 江苏省航空动力系统重点实验室, 江苏 南京 210016;

2. 中国航发湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

**摘要:**采用基于正弦扫频技术的恒位移测试方法来获取转子支承系统在一系列恒定位移幅值响应下的频响函数,并辨识转子支承的非线性刚度参数。首先对转子支承系统进行两端支承状态下的模态分析,得到转子系统在线性支承条件下的模态;然后采用正弦激励进行仿真测试,对转子支承进行不同水平的恒位移测试,通过模态分析得到不同响应水平下的模态参数,建立等效非线性参数与响应之间的关系,再结合等效线性化理论,识别非线性刚度参数。

**关键词:**转子系统;非线性支承;振动测试;非线性参数识别

中图分类号:O322 文献标志码:A 文章编号:1671-5276(2019)05-0029-05

## Nonlinear Stiffness Parameter Identification of Rotor Support Based on Constant-amplitude Displacement Test

YANG Xi<sup>1</sup>, ZANG Chaoping<sup>1</sup>, ZHOU Biao<sup>1</sup>, ZHANG Genbei<sup>1</sup>, WANG Ping<sup>2</sup>, ZOU Yachen<sup>2</sup>

(1. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Hunan Institute of Aero Engine Power and Mechanical Engineering, Zhuzhou 412002, China)

**Abstract:** A specially developed constant-amplitude displacement test is adopted in the measurement of the frequency response functions (FRFs) in a rotor-bearing system with specified constant-amplitude displacement responses. The FRFs experimentally measured are subsequently used for identifying the structural nonlinearity of the rotor support. In the method, the modal analysis is performed for the rotor with bearing support and the linear modal parameters of a rotor-bearing system are acquired; then, the sinusoidal excitation is used for simulation test, and a constant-amplitude displacement test is used to identify the nonlinear stiffness index from the measured FRFs of the rotor-bearing system. The sinusoidal force excitation is used to ensure the constant amplitudes displacement through adjusting the amplitudes of the force over its frequency range. The rotor system with the nonlinear support is designed and tested to verify the effectiveness of the method.

**Keywords:** rotor system; nonlinear support; vibration test; nonlinear parametric identification

## 0 引言

在航空发动机的研制阶段,需要对其振动特性进行深入研究。对于航空发动机转子支承系统而言,其大多数构件可以用线性模型来描述,然而就本质而言转子支承系统中往往包含各种非线性构件。长期以来,由于人们对非线性问题认识不足,常常将系统中的非线性因素忽略或作为不确定性处理<sup>[1-4]</sup>。原因之一便是准确、可靠地识别非线性参数难度较大。然而,在实际工程应用中,这些非线性因素往往对结构的动力特性和响应产生较大影响。因此,选择一个合适的方法准确地识别转子支承系统中的非线性参数是十分重要的。

近年来,转子支承系统的参数辨识研究取得了一定进展。Tiwari等<sup>[5-6]</sup>系统论述了转子支承参数的试验辨识问题,并利用脉冲激励识别轴承系数。Santiago等<sup>[7]</sup>利用同步/非同步技术识别转子轴承系统的参数。Mao等<sup>[8]</sup>提出

基于遗传算法的转子支承线性动态参数辨识方法。张卫东等<sup>[9]</sup>提出基于随机运行的响应信号识别转子系统模态参数的方法。Han等<sup>[10]</sup>提出基于改进Kriging代理模型对非线性转子轴承系统进行参数辨识的方法。赵又群等<sup>[11]</sup>将模态叠加法和矩阵摄动法相结合应用于非线性转子系统的动态特性分析。概括而言,目前对转子支承系统的参数辨识研究多基于线性支承假设,对其支承非线性参数辨识的研究较少。

结构动力学非线性参数辨识方法的研究近年来取得了重大进展。Kerschen和Noël等<sup>[12-13]</sup>全面探讨了结构动力学中系统非线性的检测、定位和识别等问题。籍文韬等<sup>[14]</sup>以Bouc-Wen模型为基础辨识阻尼器模型的参数。Arslan和Carrella等<sup>[15-17]</sup>将正弦激励和模态分析技术应用于非线性系统辨识。该方法基于等效线性化理论,技术相对成熟,有望在工业上得到广泛应用。Zang等<sup>[18]</sup>提出分别用恒定位移幅值下的正弦激励来识别非线性刚度参数和恒定速度幅值下的正弦激励来识别非线性

性阻尼参数的方法。张根辈等<sup>[19-20]</sup>进一步将恒位移测试和恒速度测试技术相结合,同步识别结构的非线性刚度和阻尼参数。

本文进一步提出采用恒位移测试来识别转子支承系统的非线性刚度参数。该方法利用成熟的有限元分析方法和模态分析技术,并结合等效线性化理论,通过振动测试对转子支承系统的非线性参数进行识别。最后通过仿真测试,验证了该方法能够准确地识别转子支承系统的非线性刚度参数。

## 1 转子支承系统非线性辨识方法

### 1.1 转子支承系统运动方程

转子支承系统的运动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{x} + (\mathbf{C} + \omega\mathbf{G})\dot{x} + \mathbf{K}x + g(x, \dot{x}) = f(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$ 是转子支承系统的质量、刚度、阻尼矩阵; $\omega$ 为转轴旋转速度; $\mathbf{G}$ 为陀螺力矩矩阵; $g(x, \dot{x})$ 为支承处的非线性因素; $f(t)$ 是外激励。由于在转动状况下难以准确控制激励幅值,因而本文在静止状态下辨识转子支承的非线性刚度参数。则式(1)可以简化为

$$\mathbf{M}\ddot{x} + \mathbf{C}\dot{x} + \mathbf{K}x + g(x, \dot{x}) = f(t) \quad (2)$$

由式(2)可以看出,此时转子支承系统的运动方程与一般机械系统的运动微分方程相似,因此可以通过结构非线性的等效线性化理论对转子支承系统的非线性因素进行等效线性化处理。

### 1.2 结构非线性等效线性化理论

以含有非线性因素的单自由度系统为例,其运动方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + g(x, \dot{x}) = f(t) \quad (3)$$

假设式(3)中 $g(x, \dot{x})$ 为刚度非线性因素,则式(3)可化为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f_s(x) = f(t) \quad (4)$$

式中 $f_s(x)$ 具有刚度非线性特征。基于等效线性化理论,等效线性化方程可以写为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_{eq}x = f(t) \quad (5)$$

式中 $k_{eq}$ 是等效线性刚度。在正弦激励下,响应是与激励在同一频率下的正弦曲线,则位移可以表示为

$$x = X\sin(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

式中 $X$ 是稳态下位移响应幅值。采用一阶谐波平衡法,则运动方程中的等效刚度为

$$k_{eq} = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f_s(A\sin\theta) \sin\theta d\theta = h(A) \quad (7)$$

由式(7)可知等效刚度是位移幅值的函数。因此,在一系列正弦扫频测试中,如果保证响应的位移幅值恒定,便可以建立位移幅值和等效刚度之间的函数关系,从而识别系统的非线性刚度参数。

### 1.3 恒位移测试及非线性刚度参数识别

常用的正弦激励测试方法是控制激励力幅值恒定的正弦扫频测试,即恒力测试。恒位移测试是指调整正弦激励力的幅值,使响应的位移幅值保持不变。恒位移测试的难点是如何在不同频率下调整正弦激励幅值,保证稳定响

应的位移幅值恒定。一般来说,开展恒位移测试需要利用反馈控制装置。本文采用了一个没有反馈控制的简便方法:利用分段样条插值多项式将恒力测试结果转换成恒位移测试结果。

在不同频率下,由于非线性因素的影响,导致响应幅值与正弦激励幅值之间一般呈非线性单调递增关系。因此,在一定频率下,响应幅值和激励幅值之间的关系为:

$$X = f(F, \omega_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$F = f^{-1}(X, \omega_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

当激励频率确定且初始条件为0时,给定激励幅值,则响应幅值为

$$X_i = f(F_i), \quad freq = f_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

由式(9)可知,此时激励幅值为

$$F_i = f^{-1}(X_i), \quad freq = f_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

在实践中,此函数可以通过分段样条插值多项式生成,激励与响应之间的相位差与激励幅值之间亦是单调递增或单调递减关系。因此,在恒位移测试中激励幅值和激励与响应之间的相位差都可以通过恒力测试数据采用分段样条插值多项式法获得,从而确定恒位移测试的频响函数。

假设转子支承系统中一侧支承水平方向上存在立方刚度非线性因素,则支承处非线性弹性力为

$$f_s(x) = k_0x + k_nx^3 \quad (12)$$

式中: $k_0$ 为支承线性刚度参数, $k_n$ 为支承非线性刚度参数。根据式(7)可以得到支承处理论等效刚度为

$$k_{eq, theory} = k_0 + \frac{3}{4}k_nX^2 \quad (13)$$

假设已经获得非线性支承处的多组恒位移测试的频响函数和多组测试等效刚度。根据测试等效刚度和位移幅值之间的关系,获得测试等效刚度的拟合公式为

$$k_{eq, test} = a + bX^2 \quad (14)$$

将式(14)与式(13)做对比,得到转子支承处的所有刚度参数:

$$k_0 = a \quad (15)$$

$$k_n = \frac{4}{3}b \quad (16)$$

## 2 转子支承系统非线性参数识别的仿真测试

### 2.1 线性转子支承系统建模

转子支承系统的模型结构如图1所示。

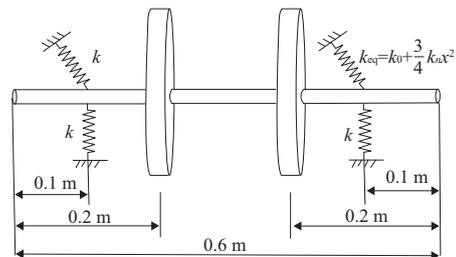


图1 转子支承系统示意图

2个轮盘的外径为150 mm,内径为15 mm,转轴直径为15 mm。转子密度为 $7810 \text{ kg/m}^3$ ,弹性模量为 $200.1 \text{ GPa}$ ,泊松比为0.28,线性支承刚度参数 $k=1 \times 10^9 \text{ N/m}$ , $k_0=2.5 \times 10^4 \text{ N/m}$ ,非线性支承刚度参数 $k_n=2.6 \times 10^9 \text{ N/m}$ 。采用梁单元建立转轴的有限元模型,将轮盘结构作为集中质量处理,两端支承采用弹簧单元,对转子系统有限元模型进行模态分析,得到线性转子支承系统的模态振型和固有频率数据,用于之后的转子响应计算。

## 2.2 转子的恒力测试

假设一侧支承水平方向存在立方刚度非线性因素,在仿真测试中,沿转子支承水平方向施加正弦激励。由式(2)可得

$$\dot{x} = -M^{-1}[Cx + Kx] + M^{-1}[f(t) - g(x, \dot{x})] \quad (17)$$

引入2N维状态变量

$$v = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (18)$$

则式(17)改写为一阶微分方程组

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(f(t) - g(x, \dot{x})) \end{bmatrix} \quad (19)$$

根据式(19),代入转子支承系统的模态振型数据、固有频率和支承非线性参数,取阻尼比为2%,编程计算响应。确保响应达到稳态后,根据各频率下的激励与稳态响应计算频响函数。

在 $0.01 \sim 1 \text{ N}$ 之间取21个激励幅值,仿真计算转子支承系统的响应,获取其频响函数。给出 $0.01 \text{ N}$ 、 $0.15 \text{ N}$ 、 $0.3 \text{ N}$ 、 $0.45 \text{ N}$ 、 $0.6 \text{ N}$ 、 $0.75 \text{ N}$ 、 $0.9 \text{ N}$ 共7个力的幅值下的位移频响函数,如图2所示(本刊为黑白印刷,相关疑问请咨询作者)。在给定频率下,响应的位移幅值随激励幅值的变化如图3所示。

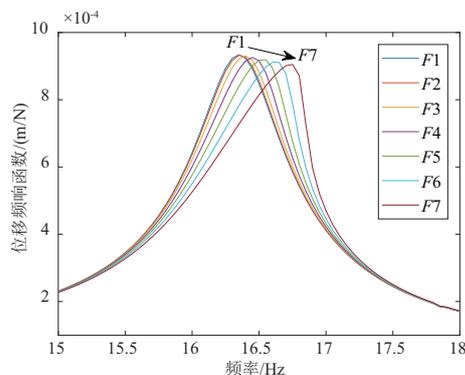


图2 恒力测试位移频响函数

由图2可知,随着激励幅值增大,非线性转子支承系统的固有频率增大。由图3可知,在不同频率下,位移幅值与激励幅值之间是单调递增关系,因此可以将恒电压测试结果转换成恒位移测试结果。

## 2.3 转子的恒位移测试及支承非线性刚度参数识别

采用分段样条多项式法将恒力测试结果转换成恒位

移测试结果,获得 $9.3 \times 10^{-8} \sim 4.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ 之间9组恒位移响应幅值下的对数频响函数,如图4所示。

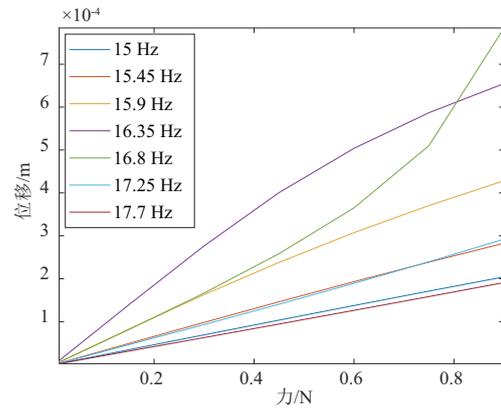


图3 不同频率下位移幅值随激励变化

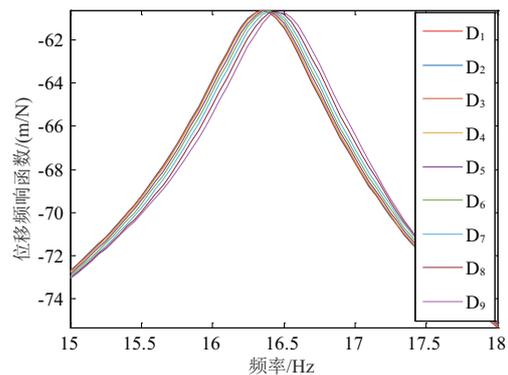


图4 恒位移测试频响函数

对恒位移测试频响函数进行模态分析,获得9组恒位移测试的一阶固有频率如表1所示。通过转子支承系统的有限元模型可以求得一阶固有频率随转子支承系统一侧支承水平方向刚度改变曲线,如图5所示。

根据图5插值得到9组恒位移测试频响函数的固有频率对应的等效刚度如表1所示。利用表1中的等效刚度和位移数据通过最小二乘法进行拟合,拟合结果如图6所示。

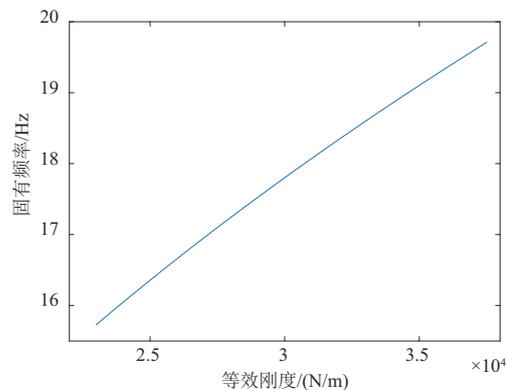


图5 刚度变化对一阶固有频率的影响

表1 恒位移测试结果

序号	位移 $\times 10^{-4}/\text{m}$	等效刚度 $\times 10^4/(N/m)$	固有频率/Hz
1	$9.336\ 8 \times 10^{-4}$	2.500 0	16.357 0
2	$9.336\ 8 \times 10^{-2}$	2.499 4	16.355 2
3	0.721 8	2.500 5	16.358 4
4	1.350 2	2.503 0	16.366 1
5	1.978 7	2.507 1	16.378 6
6	2.607 1	2.512 7	16.395 7
7	3.235 5	2.519 8	16.417 4
8	3.864 0	2.528 3	16.443 4
9	4.492 4	2.538 3	16.473 5

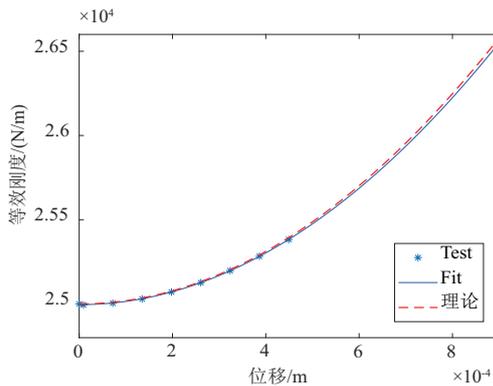


图6 非线性刚度的拟合

由图6可以看出,测试刚度随位移的变化呈平方关系。采用忽略一次项的二次多项式对转子支承系统的支承等效刚度进行拟合,得到等效刚度拟合公式(14)中

$$a = 2.499\ 6 \times 10^4 \quad (20)$$

$$b = 1.919\ 6 \times 10^9 \quad (21)$$

根据式(15)和式(16),得到辨识的所有刚度参数如表2所示。

表2 支承处刚度参数及参数辨识结果

参数名称	模型数据/ (N/m)	识别结果/ (N/m)	相对误差/(%)
$k_0$	$2.5 \times 10^4$	$2.499\ 6 \times 10^4$	0.016
$k_n$	$2.6 \times 10^9$	$2.559\ 4 \times 10^9$	1.561

由表2可知,辨识得到的线性刚度参数和非线性刚度参数与理论模型数据之间的误差均 $<2\%$ ,说明恒位移测试的方法能够有效地识别转子支承系统的非线性刚度参数。

### 3 结语

本文介绍了利用恒位移测试来识别转子支承系统非线性刚度参数的方法,并对一个转子支承系统非线性模型进行了仿真测试,表明了该方法的有效性。主要得到以下结论:

1) 该方法能够获取非线性刚度随位移幅值变化的规

律,可以用于非线性刚度类型的检测,从而可以利用振动测试数据来进行非线性刚度建模并识别模型中的参数。

2) 该方法利用了有限元分析方法、模态分析技术和等效线性化理论,通过振动测试来识别转子支承系统的非线性刚度参数,能够更加准确反映转子支承系统的非线性动力学特性。

但是将恒位移测试技术推广到实际的转子支承系统的振动试验中,并解决实际转子支承系统的非线性参数辨识问题仍然需要进一步深入研究。

#### 参考文献:

- [1] Ghanem R G, Doostan A, Red-Horse J A. probabilistic construction of model validation[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2008, 197(29/30/31/32): 2585-2595.
- [2] Hasselman T, Lloyd G. A top-down approach to calibration, validation, uncertainty quantification and predictive accuracy assessment[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2008, 197(29): 2596-2606.
- [3] Horta L G, Kenny S P, Crespo L G, et al. NASA Langley's approach to the Sandia's structural dynamics challenge problem [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2008, 197(29/30/31/32): 2607-2620.
- [4] McFarland J, Mahadevan S. Error and variability characterization in structural dynamics modeling[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2008, 197(29): 2621-2631.
- [5] Tiwari R, Lees A W, Friswell M I. Identification of Dynamic Bearing Parameters: A Review[J]. Shock & Vibration Digest, 2004, 36(2): 99-124.
- [6] Tiwari R, Lees A W, Friswell M I. Identification of speed dependent bearing parameters [J]. J Sound Vib, 2002, 254(5): 967-986.
- [7] De Santiago O C, Andres L S. Field methods for identification of bearing support parameters; Part I— Identification from transient rotor dynamic response due to impacts [J]. J Eng Gas Turb Power, 2007, 129(1): 205-212.
- [8] Mao W, Xu H, Liu G, et al. Bearing dynamic parameters identification of a flexible rotor-bearing system based on transfer matrix method[J]. Inverse Problems in Science & Engineering, 2016, 24(3): 372-392.
- [9] 张卫东, 俞健, 石兆存, 等. 机床工作台运动状态下动力学特性辨识[J]. 机械制造与自动化, 2016, 45(2): 70-76.
- [10] Han F, Guo X, Mo C, et al. Parameter identification of nonlinear rotor-bearing system based on improved krigingsurrogate model[J]. Journal of Vibration & Control, 2015, 23(5): 1077-1086.
- [11] 赵又群, 柴山, 曲庆文, 等. 非线性转子系统动态特性分析的模态-摄动方法[J]. 机械工程学报, 2002, 38(1): 39-41.
- [12] Gaëtan Kerschen, Keith Worden, Alexander F. Vakakis, et al. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2006, 20(3): 505-592.
- [13] Noël J P, Kerschen G. Nonlinear system identification in structural dynamics; 10 more years of progress [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2016, 83: 2-35.
- [14] 籍文韬, 周瑾, 甘杨俊杰, 等. 挤压式磁流变阻尼器的模型

- 参数辨识研究[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(1):126-129.
- [15] Arslan, Aykan, Ozguven. Parametric identification of structural nonlinearities from measured frequency response data[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2011, 25(4):1112-1125.
- [16] O. Arslan, M. Aykan, H.N Ozguven. Modal identification of non-linear structures and the use of modal model in structural dynamic analysis[C]. 26th International Modal Analysis Conference IMAC, Orlando, USA, 2008.
- [17] A Carrella, D.J Ewins. Identifying and quantifying structural nonlinearities in engineering applications from measured frequency response functions[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2011, 25(3):1011-1027.
- [18] C.W. Schwingshackl, C.Zang, D.J. Ewins. The influence of nonlinearity on uncertainty and variability for dynamic models[C]. Proceedings of the 1st International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics. Shef-field, UK, 2007:311-319.
- [19] 张根群, 臧朝平. 基于振动测试的非线性参数识别方法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(1):83-88.
- [20] G.B. Zhang, C. Zang. Identification and verification of structural nonlinearities based on vibration tests[C]. Isma, 2012.

收稿日期:2018-03-21

(上接第24页)

考虑到工序切换时间以及生理休息,给定宽放系数1.3,则定额时间定为42.25 min。通过现场实测,在普通劳动强度下,装配时长为58 min,能够很好地符合生产情况。

为了进一步验证该方法的可行性,本文选择了多组机械装配连接工序工时进行对比,结果见表5。通过对比发现,本方法在工时定额准确率方面优于经验估算法,总体估算时长低于实际操作时长。主要是该企业装配产品为小批量生产,装配过程中不可控因素较多,实际装配工时难以准确测定;训练样本数量少,因此需要根据产品情况调整宽放系数,以进一步提高工时定额的准确率。

表5 经验估算法与基于三维工艺的  
工时定额方法定额结果对比

实际装配 工时/h	定额员估 计工时/h	误差/(%)	本方法制 定工时/h	误差/(%)
108	150	38.9	92	-14.8
210	300	42.8	180	-14.3
72	84	16.7	78	8.3

## 4 结语

本文对常见的装配工艺过程进行研究,将装配连接工序分解成搬运、定位、紧固3个基本操作;从模特法、企业标准资料法、数学模型法以及实测法中合适的方法对基本操作建模。结合企业的三维工艺,实现计算模型的自动匹配。最后通过实例验证,该方法可以自动、高效完成机电产品机装工序工时的计算,且误差低于经验估算法,能够很好地符合企业实际情况。

参考文献:

- [1] 张德荣. 科研产品的装配工艺及工艺管理[J]. 机电设备, 2007, 24(9):1-3.
- [2] Fazio T L D, Edsall A C, Gustavson R E, et al. A Prototype of Feature-based Design for Assembly[M]. SpringerBerlin Heidelberg, 1991:369-392.
- [3] Taylor F W. The Principles of Scientific Management[M]. [S.I.]: [s.n.], 1911, 7(9):723-724.
- [4] 李祥. 始于吉尔布雷斯的动作分析研究[J]. 人力资源, 2011(1):44-47.
- [5] 严致和. 手工电弧焊接工时定额计算[J]. 机械制造, 1956(2):11-16.
- [6] 蒋麒麟, 薛小强, 李翔英. 基于实例推理的钣金件数控切割工时估算[J]. 制造技术与机床, 2014(4):156-159.
- [7] 沈玲, 张志英. 船舶铁舾件工时定额估算方法研究[J]. 工业工程与管理, 2011, 16(4):96-102.
- [8] 董丰收, 张振明, 贾晓亮, 等. 基于典型工序的工时定额制定方法[J]. 机械设计与制造, 2006(10):174-176.
- [9] 陈友玲, 任晓杰. 基于工序相似系数的工时计算方法[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(4):866-872.
- [10] Smith A, Mason A. Cost Estimation Predictive Modeling: Regression Versus Neural Network[J]. Engineering Economist, 1997, 42(2):137-161.
- [11] 李亚杰, 何卫平, 董蓉, 等. 基于制造执行系统数据采集的工时预测与进化[J]. 计算机集成制造系统, 2013, 19(11):2810-2818.
- [12] Dong Q, Kan S, Huang Z. The Assembly Task Man-hour Estimate Model Based on Primitives and Work Study[J]. Control and Decision Conference, IEEE, 2008:1673-1678.
- [13] 刘立功. 中小吨位汽车起重机车架主体拼装线标准工时的研究[D]. 吉林:吉林大学, 2011:13-18.
- [14] 王先逵, 孙凤池. 机械加工工艺手册[M]. 北京:机械工业出版社, 2007.

收稿日期:2018-10-15