

一种串联机器人约束力的计算方法

申浩宇¹,刘艳梨²,吴洪涛²,王帅¹,胡春龙¹

(1. 陕西国防工业职业技术学院 机电工程学院,陕西 西安 710300; 2. 南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

摘要:针对串联机器人关节约束力的计算问题,在传统的动力学模型的基础上,引入解耦的自然正交补的概念和方法,利用旋量来表示相关的运动学和动力学变量,得到了1种基于解耦的自然正交补的关节约束力建模方法。在 Mathematica 9.0 中对平面3自由度串联机器人进行仿真验证,对各个关节所需的约束力进行了分析。分析结果表明,基于解耦的自然正交补的约束力建模方法的仿真结果正确、合理,验证了该方法的可靠性和实用性。

关键词:串联机器人;自然正交补;约束力;动力学建模;旋量

中图分类号:TP242 文献标志码:A 文章编号:1671-5276(2019)05-0136-04

Algorithm for Joint Constraining Forces of Serial Robot

SHEN Haoyu¹, LIU Yanli², WU Hongtao², WANG Shuai¹, HU Chunlong¹

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Shaanxi Institute of Technology, Xi'an 710300, China; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: To calculate the joint constraining forces of serial robot, a constraining forces modelling method based on decoupled natural orthogonal complement is established. In this model, the screw is used to express the kinematic and dynamic variables. Then, a 3-DOF serial robot is simulated by using Mathematica 9.0, and the results are analyzed. Simulation results show that this method is correct and reasonable, it can be used to verify the reliability and efficiency of the method.

Keywords: serial robot; natural orthogonal complement; constraining forces; dynamic modeling; screw

0 引言

动力学分析是工业机器人进行设计和仿真的重要工具,其中约束力的分析是一个非常重要的问题,不仅影响着机器人关节的机构设计、电机选型和关节磨损分析,还在消除由于轴承受力变化引起的震动问题中起着重要的作用。因此,关于工业机器人约束力建模和分析的问题受到了越来越多的关注^[1-4]。

目前常用的一些动力学建模方法有:牛顿-欧拉方法、欧拉-拉格朗日方法、凯恩方法等。根据选用坐标系统的不同,这些方法可以分为两类。第一类方法,通过选定的笛卡儿坐标和拉格朗日算子来描述系统的运动方程,可以得到系统的微分代数方程(DAE),在这种方法中,约束力是由拉格朗日算子表示的,可以通过求解运动方程来获得约束力。但是由于高阶微分方程求解的约束扰动问题,这种方法通常是计算量非常大并且不够精确。另一方面,通过关节坐标描述系统的运动情况,可以得到系统的常微分方程(ODE),这种方法可以实现很高的计算效率,但是在计算过程中,约束力项通常会被消除掉,就需要增加额外的计算量来获取约束力。

在传统的牛顿-欧拉方法的基础上,Angeles等^[5-7]提出了自然正交补(natural orthogonal complement, NOC)的概

念,获得了最小阶数的动力学约束方程。进而, Saha等^[8-11]提出了解耦的自然正交补(decoupled NOC, De-NOC)的概念,并把该方法应用到了机器人动力学的求解算法中,可以获得运算效率更高的动力学建模方法。

为此,本文针对平面机器人约束力求解分析的特点,将基于解耦的自然正交补的动力学建模方法应用于关节约束力的动力学建模中,为串联机器人的约束力建模提供了一种有效途径。最后通过仿真实验对该方法的有效性进行了验证。

1 运动学约束关系

工业机器人可以看作为由多个连杆和关节串联而成,首先需要利用相邻构件之间运动学约束关系,得到解耦的自然正交补矩阵,进而才可以导出基于解耦的自然正交补的约束力方程。

如图1所示,2个连杆 k 和 $k-1$ 由关节 k 相互连接, k 的角速度向量和线速度向量分别为 ω_k, v_k 。则连杆之间的运动学约束关系为:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \dot{\theta}_k e_k \quad (1)$$

$$\dot{o}_k = \dot{o}_{k-1} + \omega_{k-1} \times a_{k-1,k} \quad (2)$$

以上2个运动学约束方程可以写为以下6维旋量形式:

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375230);陕西国防工业职业技术学院校级基金项目(Gfy17-25)

作者简介:申浩宇(1986—),男,河南安阳人,讲师,博士,研究方向为机器人动力学及控制。

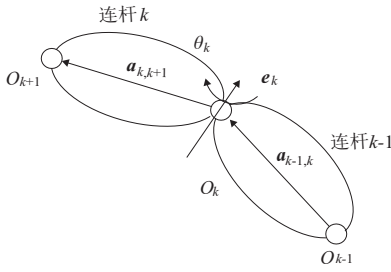


图1 相邻连杆的运动学关系

$$\dot{t}_k = A_{k,k-1} \dot{t}_{k-1} + p_k \dot{\theta}_k \quad (3)$$

其中:矩阵 $A_{k,k-1} \in R^{6 \times 6}$ 称为旋量转化矩阵,将连杆 $k-1$ 的运动旋量转化至连杆 k 上,即为

$$A_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a_{k,k-1} \times 1 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $a_{k,k-1} \times 1$ 为向量 $a_{k,k-1}$ 相应的张量。 θ_k 为关节变量, $p_k \in R^{6 \times 1}$ 用于表示连杆 k 相对于连杆 $k-1$ 的相对速度,对于旋转关节, $p_k = \begin{bmatrix} e_k \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

该串联机器人系统整体的运动学约束方程可以写为:

$$t = \dot{N}q \quad (4)$$

$$N = N_l N_d \quad (5)$$

其中, $\dot{q} = [\dot{\theta}_1, \dots, \dot{\theta}_n]$

$$N_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ A_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}, N_d = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix}$$

式中: $N, N_d \in R^{6n \times n}$, $N_l \in R^{6n \times 6n}$;下三角矩阵 N_l 和分块对角矩阵 N_d 即为串联机器人系统解耦的自然正交补矩阵^[17]。

2 动力学模型

对于一个由 n 个连杆组成的机器人系统,连杆之间通过关节相连。连杆 k 的质量为 m_k ,质心为 C_k ,坐标原点为 O_k 。 d_k, r_k 分别表示 C_k 到前后2个关节坐标原点的矢量(图2)。以 O_k 为参考点, k 的惯性张量为 I_k , O_k 点的线速度向量和角速度向量为 \dot{o}_k, ω_k ,作用于 O_k 点的力和力矩为 f_k, n_k 。

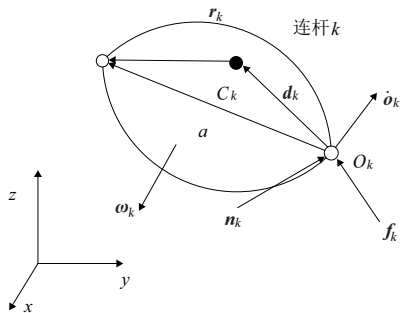


图2 单个连杆的力平衡

则连杆 k 相对于 O_k 的牛顿-欧拉方程可以表示为:

$$I_k \dot{\omega}_k + m_k d_k \times \dot{o}_k + \dot{\omega}_k \times I_k \omega_k = n_k \quad (6)$$

$$m_k \dot{o}_k - m_k d_k \times \dot{\omega}_k - \omega_k \times (m_k d_k \times \omega_k) = f_k \quad (7)$$

写为6维旋量形式:

$$M_k \dot{t}_k + \Omega_k M_k E_k t_k = w_k \quad (8)$$

其中, $M_k, \Omega_k, E_k \in R^{6 \times 6}$,质量矩阵 M_k ,角速度张量矩阵 Ω_k 分别为以下形式:

$$M_k = \begin{bmatrix} I_k & m_k d_k \times 1 \\ -m_k d_k \times 1 & m_k 1 \end{bmatrix}, \Omega_k = \begin{bmatrix} \omega_k \times 1 & 0 \\ 0 & \omega_k \times 1 \end{bmatrix}。$$

运动旋量 t_k ,外力旋量 w_k 分别为以下形式:

$$t_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \dot{o}_k \end{bmatrix}, w_k = \begin{bmatrix} n_k \\ f_k \end{bmatrix}$$

对于该机器人系统,由 n 个连杆组成,则整体的非解耦的牛顿-欧拉方程可以写为:

$$M \dot{t} + \Omega M E t = w \quad (9)$$

其中:广义质量矩阵 $M = \text{diag}[M_1, \dots, M_n]$,加速度张量矩阵 $\Omega = \text{diag}[\Omega_1, \dots, \Omega_n]$,矩阵 $E = \text{diag}[E_1, \dots, E_n]$ 。广义运动旋量 $t = [t^T_1, \dots, t^T_n]^T$,广义力旋量 $w = [w^T_1, \dots, w^T_n]^T$ 。

显然, $M, \Omega, E \in R^{6n \times 6n}$, $t, w \in R^{6n \times 1}$ 。

3 约束力矩模型

考虑到连杆与关节之间的连接关系,如图3所示,系统的动力学方程也可以写为以下形式:

$$n_{i-1,i} - n_{i,i+1} - a_{i,i+1} \times f_{i,i+1} = n_i - n_i^e \quad (10)$$

$$f_{i-1,i} - f_{i,i+1} = f_i - f_i^e \quad (11)$$

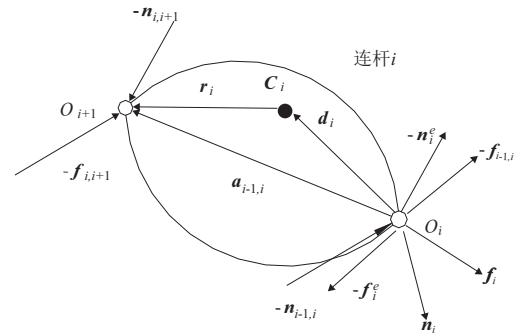


图3 连杆之间的受力关系

其中: f_i, n_i 分别为式(6)、式(7)中的惯性力和力矩。而 $f_{i-1,i}, n_{i-1,i}$ 分别是 $i-1$ 连杆通过关节 i 作用在 $i-1$ 连杆上的力和力矩。

同样,式(10)、式(11)也可以写为6维旋量形式:

$$w_{i-1,i} = A'_{i,i+1} w_{i,i+1} + w_i - w_i^e \quad (12)$$

其中:

$$w_{i-1,i} = \begin{bmatrix} n_{i-1,i} \\ f_{i-1,i} \end{bmatrix}, w_i = \begin{bmatrix} n_i \\ f_i \end{bmatrix}, w_i^e = \begin{bmatrix} n_i^e \\ f_i^e \end{bmatrix}$$

$$A'_{i,i+1} = \begin{bmatrix} 1 & a_{k,k-1} \times 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

利用解耦的自然补矩阵中的 N_l ,式(12)可以写为以

下紧凑形式

$$\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{N}_d^T \mathbf{w}' \quad (13)$$

其中: $\tilde{\mathbf{w}} = [w'_{01} \quad w'_{12} \quad \cdots \quad w'_{n-1,n}]^T$, $\mathbf{w}' = [w'T_1 \quad w'T_2 \quad \cdots \quad w'T_n]^T$, 而 $\tilde{\mathbf{w}}'_i = \mathbf{w}_i - \mathbf{w}'_i$ 。

通过式(13)即可得到关节之间的相互作用力和力矩。

进而,利用解耦的自然补矩阵中的 \mathbf{N}_d ,可以得到作用力矩中的驱动力矩项,即

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{N}_d^T \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{N}_d^T \mathbf{N}_d^T \mathbf{w}' \quad (14)$$

$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \cdots \quad \tau_n]^T$ 即为关节作用力矩中的驱动力矩项,对于转动关节, τ_i 即为 $\tilde{\mathbf{w}}_i$ 中在 z 方向上的力矩。

作用力矩 $\tilde{\mathbf{w}}$ 中的其它非零项即为关节之间的约束力项。

当考虑机器人连杆的重力时,取重力加速度为 g ,则需要在机器人底座上增加一个大小与 g 相等,方向向上的加速度。

4 仿真分析

4.1 3 自由度串联机器人及仿真轨迹

图4为一种串联机器人的研究实例。该机器人为3自由度的平面串联机械臂,每个关节均为旋转关节。取3个两连杆的长度为 $L_1=L_2=L_3=0.1\text{ m}$,质量均为 0.1 kg ,且质量都集中在连杆末端。

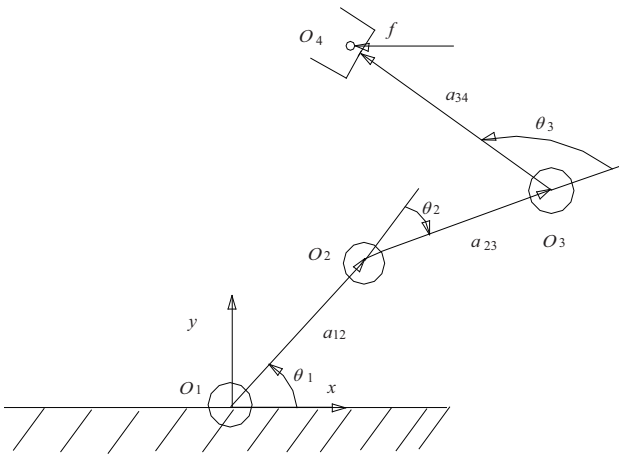


图4 3 自由度串联机器人

在 Mathematics 9.0 的软件环境下编制了程序,运用基于解耦正交补的约束力矩建模方法,对该平面机械臂系统进行动力学建模,然后基于模型进行了动力学仿真。各个关节的仿真运动轨迹为:

$$\theta(t) = \theta(0) + \frac{\theta(T) - \theta(0)}{T} \left[t - \frac{T}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right] \quad (15)$$

其中 $\theta(0)$ 和 $\theta(T)$ 分别是初始和最终的关节转角。在本文对该机械臂的仿真实验中,设置3个关节初始和最终的关节转角均为 0 和 $\frac{\pi}{3}$,仿真时间为 2 s 。

4.2 结果分析

在给定的式(15)所示的各个关节的运动轨迹后,通过仿真得到各个关节之间的作用力矩,如图5-图7所示。在图5中,所有关节驱动力矩的初始和最终力矩值均为 $0\text{ N}\cdot\text{m}$,这是由于在平面范围内运动,没有考虑重力的影响。对于串联机器人而言,在不考虑重力的影响下,靠近底座的关节驱动力矩往往比较大,而由图5可以发现,关节1所需的驱动力矩明显大于其他两个关节,从而该计算结果完全正确,这也证明了基于解耦的自然正交补(DeNOC)约束力算法的有效性。

由图6和图7得知,在运动过程中,关节1所需要提供的约束力最大,这是因为关节1同时受到3个连杆运动的影响,所以在此类机器人的设计中,关节1的设计应该更为可靠。此外,在保证运动要求的前提下,关节1的运动轨迹可以进行一些优化,以避免过大的约束力。

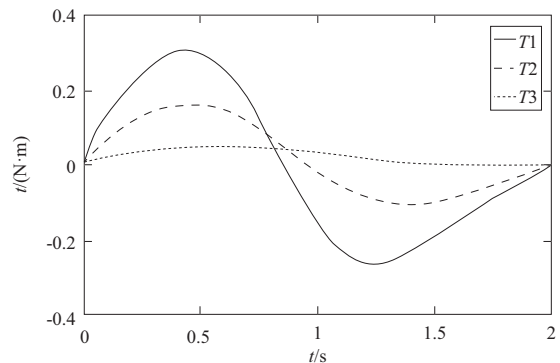


图5 关节驱动力矩

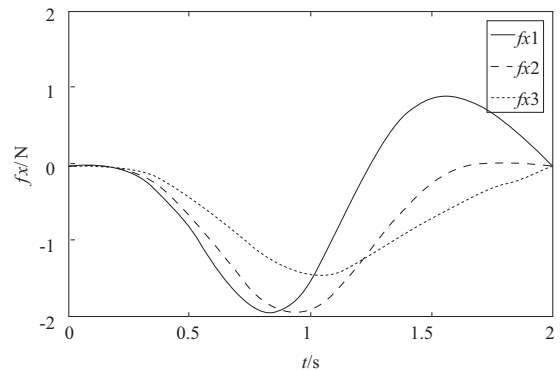


图6 x 方向上的关约束力

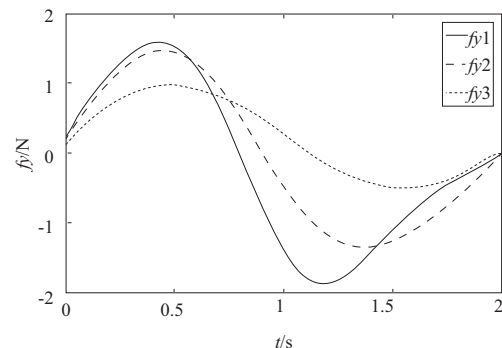


图7 y 方向上的关约束力

5 结语

针对串联机器人的约束力求解问题,推导分析了基于解耦正交补的约束力建模方法,实现了基于解耦正交补的串联机器人的关节约束力建模与仿真。

在 Mathematic 9.0 中编制了基于解耦的正交补的串联机器人反向动力学递推建模和仿真程序,仿真结果表明,基于解耦的正交补方法的结果完全正确、合理,且具有编程简单、实用性广泛的优势。

参考文献:

- [1] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 1996.
- [2] Shah S V, Saha S K, Dutt J K. Dynamics of tree-type robotic systems[M]. Springer Netherlands; [s.n.], 2013.
- [3] 吴洪涛,熊有伦. 机械工程中的多系统动力学问题[J]. 中国机械工程, 2000, 11(6): 608-611.
- [4] 方喜峰,吴洪涛,刘云平,等. 基于空间算子代数理论计算多系统动力学建模[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 228-234.
- [5] Angeles J. 机器人机械系统原理:理论,方法和算法[M]. 宋

伟刚,译.北京:机械工业出版社,2004:168-174.

- [6] Agarwal A, Shah S V, Bandyopadhyay S, et al. Dynamics of serial kinematic chains with large number of degrees-of-freedom [J]. Multibody System Dynamics, 2014(32):273-298.
- [7] 黄玉钊,曲道奎,徐方. 基于自然正交补的真空机器人动力学建模[J]. 机器人, 2012, 34(6): 730-736.
- [8] Mohan A, Saha S K. A recursive, numerically stable, and efficient simulation algorithm for serial robots with flexible links[J]. Multibody System Dynamics, 2009, 1121(1): 1-35.
- [9] Saha S K. Dynamics of serial multibody systems using the decoupled natural orthogonal complement matrices [J]. Journal of applied mechanics, 1999, 66(4): 986-996.
- [10] Saha S K. Recursive dynamics algorithms for serial, parallel, and closed-chain multibody systems [C]//Indo-US Workshop on Protein Kinematics & Protein Conformations, IISc, Bangalore, 2007; 10-11.
- [11] Chaudhary H, Saha S K. Constraint force formulation for industrial manipulators [C]// Ieee/rsj International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2006:1498-1503.

收稿日期:2018-05-28

(上接第 125 页)

神经网络输出结果的误差值进行控制。神经网络输出结果的误差值可通过针对实际案例增加训练样本的个数以及训练样本丰富程度的方式来将结果误差控制在实际工程指标内。

表 9 紧急订单案例的结果对比

紧急订单案例情况		遗传算法 结果(c_{\max})	神经网络结 果(c_{\max})	误差/(%)
发生时刻	替换订单			
30	P_1	310	320	3.2
75	P_3	325	325	0
135	P_4	385	385	0

5 结语

提出了 1 种基于 BP 神经网络的可训练和快速生成结果的性能,考虑设备故障、订单追加、紧急订单插入 3 种典型的不确定性情况,应用遗传算法进行求解的重调度方法。在生产过程中产生不确定情况时,通过已构建且训练好的 BP 神经网络快速进行响应并生成 1 个重调度方案,保证整个生产过程高效、有序、稳定地运行。最后,通过仿真实例验证了该方法可行性,并与遗传算法的结果进行对比,结果表明神经网络输出的调度结果有效,其接近遗传算法所得的最优值。

参考文献:

- [1] Pinedo M. L. Scheduling. theory, algorithms and systems[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2008.
- [2] Chand, Suresh, Traub. Single-machine scheduling with dynamic arrivals: decomposition results and an improved algorithm [J]. Naval Research Logistics, 1996, 8(5): 709-719.
- [3] Chong C. S., Sivakumar A. I., Gay R. Simulation-based scheduling for dynamic discrete manufacturing [C]// Simulation Conference, Proceedings of the 2003 Winter, IEEE, 2003:1465-1473.
- [4] 纪树新,钱积新,孙优新. 遗传算法在车间调度中的作用 [J]. 系统工程理论与实践, 1998, 18(5):34-39.
- [5] 朱双东,夏文明. 基于神经网络的 Job-shop 类调度问题 [J]. 机电工程, 2007, 8(1): 63-65.
- [6] Huajie Liu, Jian Dong. Dispatching rule selection using artificial neural networks for dynamic planning and scheduling [J]. Journal of Intelligent Manufactory, 1996, 7(4):243-250.
- [7] Min H. S., Yih Y., Kim C. O. A Competitive neural network approach to multi-objective FMS scheduling [J]. International Journal of Production Research, 1998, 36(7): 1749-1765.
- [8] Park Y., Kim S., Lee Y. H. Scheduling jobs on parallel machines applying neural network and heuristic rules [J]. Computer and Industrial Engineering, 2000, 38(1): 189-202.
- [9] 王伟达,刘文剑. 适应调度环境下的知识系统设计 [J]. 系统仿真学报, 2007, 19(19): 4526-4529.

收稿日期:2018-06-05