

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2019.06.031

# 基于高斯粗糙表面的角接触球轴承微弹流润滑研究

陆凤霞,王涛,朱如鹏

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

**摘要:**基于二维数字滤波法模拟高斯粗糙表面,建立考虑高斯粗糙表面形貌及热效应的角接触球轴承微弹流润滑模型,采用多重网格积分法求解弹性变形,采用 Gauss-Seidel 及 Jacobi 迭代法迭代求解压力,采用逐步扫描法求解油膜能量方程,采用渐进网格加密法求解强耦合非线性微弹流润滑方程组。结果表明:当  $x$ 、 $y$  方向自相关长度相同时,随着粗糙表面均方根值的增加,油膜压力及温度明显增加,膜厚显著减小;反之,油膜压力及膜厚在自相关长度较小的方向出现明显的纹理特性,且当纹理特性与润滑油流动方向相同时,油膜温度显著减小。

**关键词:**角接触球轴承;微弹流润滑;高斯粗糙表面;二维数字滤波法;渐进网格加密法

**中图分类号:**TH133.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2019)06-0118-05

## Research on Micro-Elastohydrodynamic Lubrication of Angular Contact Ball Bearings Based on Gaussian Rough Surface

LU Fengxia, WANG Tao, ZHU Rupeng

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Gaussian rough surface is simulated, based on two-dimensional digital filtering method. The micro-elastohydrodynamic lubrication model of angular contact ball bearing is established according to the morphology of Gaussian rough surface and thermal effect. The multi-grid integration method is used for solving the elastic deformation. The Gauss-Seidel and Jacobi iterative method are used for solving the pressure. The oil film energy equation is solved by stepwise scanning method. The progressive meshing method is used for solving the micro-elastohydrodynamic lubrication equations for strongly coupled nonlinear. The results show that, when the autocorrelation length are equal in  $x$ ,  $y$  direction, the oil film pressure and temperature increase obviously and the film thickness decreases significantly with the increase of the mean square root value of the rough surface. On the contrary, the oil film pressure and film thickness have obvious texture characteristics in the direction of the small autocorrelation length. The oil film temperature decreases significantly when the texture characteristic is the same as the flow direction of the lubricating oil.

**Keywords:** angular contact ball bearing; elastohydrodynamic lubrication; gaussian rough surface; two-dimensional digital filter method; progressive meshing method

## 0 引言

弹性流体动压润滑是齿轮、轴承等机械零件润滑的重要方式,尽可能考虑真实工况对实际工程应用具有重大意义。

1886年 Reynolds 推导经典雷诺方程,标志着弹流润滑研究的开始<sup>[1]</sup>。CHEN<sup>[2]</sup>、DOWSON<sup>[3]</sup>最先在线接触弹流润滑模型中加入了热效应。1999年,郭峰、杨沛然<sup>[4]</sup>在点接触弹流润滑模型中考虑了接触表面的形貌特征,研究了表面形貌对润滑特性的影响。崔金磊等<sup>[5]</sup>研究了两波动表面间的椭圆接触热弹流润滑数值分析,结果表明两表面波动皆为纵向纹理时,润滑膜厚度最小润滑条件最恶劣。ZHU 和 HU<sup>[6-7]</sup>研究了在统一 Reynolds 方程中不同粗糙度以及粗糙表面形貌对混合润滑性能的影响,结果表明表面粗糙度和方向对油膜的平均厚度影响有限,但不同的表面纹理方向对油膜的压力影响较为明显。闫晓亮<sup>[8]</sup>研究了非高斯粗糙表面对混合润滑性能的影响,结果表明粗糙度参数的偏态和峰度对膜厚的影响较小,但压力随着偏

态和峰度的增大显著增大。HU 和 TONDER<sup>[9]</sup>提出了一种模拟三维粗糙表面的方法,基于自回归(AR)时间序列模型,可以快速模拟高斯表面或者模拟具有给定峰度、偏态值以及自相关函数的非高斯粗糙表面。陈辉等<sup>[10]</sup>提出一种基于时间序列模型、数字滤波技术 Johnson 转换系统的粗糙表面模拟方法,模拟了各向同性、各向异性、高斯与非高斯分布条件下具有不同自相关函数的粗糙面。

本文基于自回归(AR)时间序列模型的二维数字滤波法对高斯粗糙表面进行模拟,研究了粗糙度表面均方根和自相关长度对高斯粗糙表面的影响,再将高斯粗糙表面形貌代入考虑热效应的角接触球轴承微弹流润滑模型,进而研究自相关长度及粗糙表面均方根值对角接触球轴承润滑性能的影响。

## 1 高斯粗糙表面的模拟

基于自回归(AR)时间序列模型模拟高斯粗糙表面原

**作者简介:**陆凤霞(1972—),女,江苏南通人,副教授,主要从事先进机械系统和机构设计的理论与技术研究。

理如下所示。

对于  $(m+M) \times (n+N)$  的随机输入序列  $\eta(k, l)$ , 通过  $M \times N$  的二维数字滤波序列  $h(i, j)$  后, 得输出序列  $z(k, l)$ :

$$z(k, l) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(i, j) \cdot \eta(k-i, l-j) \quad (1)$$

式中  $h(i, j)$  为滤波函数。

对式(1)进行傅里叶变换:

$$Z(\omega_x, \omega_y) = H(\omega_x, \omega_y) \cdot A(\omega_x, \omega_y) \quad (2)$$

式中  $A(\omega_x, \omega_y)$ 、 $Z(\omega_x, \omega_y)$  为输入序列与输出序列的傅里叶变换;  $H(\omega_x, \omega_y)$  为系统的传递函数。由自相关函数得:

$$H(\omega_x, \omega_y) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k, l) e^{-jk\omega_x} e^{-jl\omega_y} \quad (3)$$

系统传递函数与概率密度函数关系如下:

$$S_z(\omega_x, \omega_y) = |H(\omega_x, \omega_y)|^2 S_\eta(\omega_x, \omega_y) \quad (4)$$

式中  $S_\eta(\omega_x, \omega_y)$ 、 $S_z(\omega_x, \omega_y)$  为输入、输出序列的功率谱密度, 可通过自相关函数求得:

$$S_z(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{MN} \cdot \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} R_z(k, l) \exp\left(-j \frac{2\pi kr}{M}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi kl}{N}\right) \quad (5)$$

式中  $R_z(k, l)$  为自相关函数离散得到的序列。

描述粗糙表面的自相关函数有指数形式, 余弦-指数形式和球形形式等<sup>[11]</sup>。本文选择指数形式自相关函数, 表达式为:

$$R(k, l) = S_q^2 \exp\{-2.3[(k/\beta_x)^2 + (l/\beta_y)^2]^{1/2}\} \quad (6)$$

式中  $\beta_x$ 、 $\beta_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向的自相关长度;  $S_q$  为粗糙度表面均方根值。

选择指数型的自相关函数,  $x$  和  $y$  方向长度为  $256 \mu\text{m}$ , 输入的表面均方根粗糙度值  $S_q$  为  $2.56 \mu\text{m}$ ,  $M$  和  $N$  为 128,  $m$  和  $n$  为 64, 研究不同自相关参数所对应的粗糙表面, 见图 1、图 2。

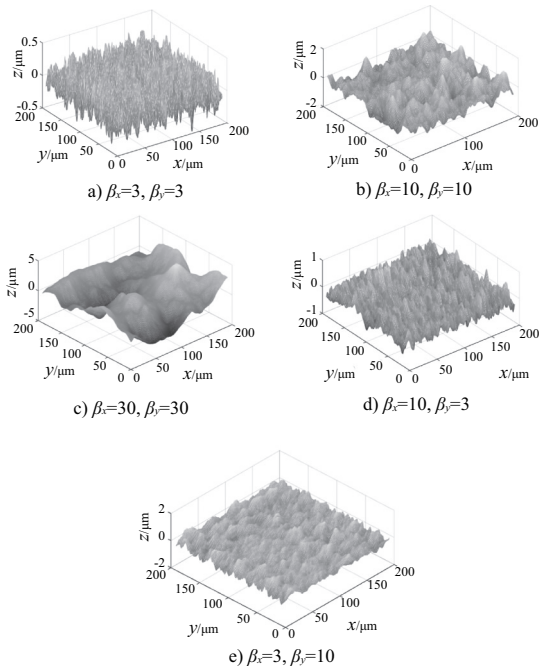


图 1  $S_q = 1 \mu\text{m}$  时不同自相关长度粗糙表面

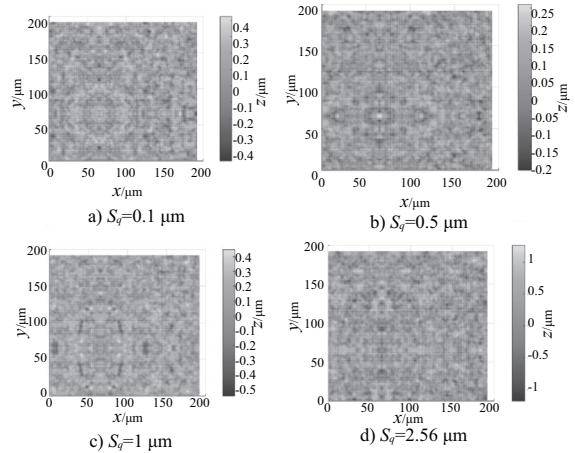


图 2 不同均方根表面粗糙度值粗糙表面

由图 2 可以看出, 当  $\beta_x = \beta_y$  时, 随着自相关长度的增加, 表面粗糙度峰值增加。当  $\beta_x \neq \beta_y$  时, 粗糙表面分别在  $x, y$  方向表现出明显的纹理特征。

## 2 考虑热效应及自旋效应的角接触球轴承微弹流润滑模型

### 2.1 热弹流润滑模型及方程

角接触球轴承在工作时, 滚动体在运动时存在一定的自旋运动, 可将该接触形式等效为一椭球体与无限大的平面接触<sup>[12]</sup>, 如图 3 所示。

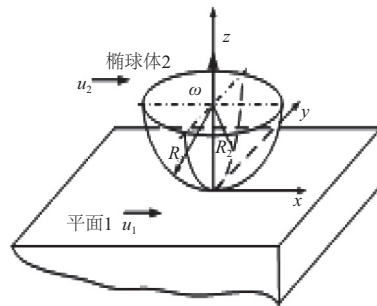


图 3 考虑自旋的弹流润滑物理模型

假设由自旋引起的椭球体 2 表面油膜层沿  $x$  轴方向的速度为  $u'_2$ , 自旋引起的椭球体 2 表面油膜层沿  $y$  轴方向的速度为  $v'_2$ 。

$$\begin{cases} u'_2 = -\omega y \\ v'_2 = \omega x \end{cases} \quad (7)$$

椭球体 2 表层的油膜任一点的速度为:

$$\begin{cases} u_2(x, y) = U_2 - \omega y \\ v_2(x, y) = \omega x \end{cases} \quad (8)$$

平面 1 的油膜层任一点的速度为:

$$\begin{cases} u_1(x, y) = U_1 \\ v_1(x, y) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

1) Reynolds 方程

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u_R \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12v_R \frac{\partial(\rho h)}{\partial y} \quad (10)$$

式中:  $p$  为流体压力;  $h$  为油膜厚度;  $\rho$  为润滑油密度;  $\eta$  为牛顿流体下的润滑油粘度;  $u_R$ 、 $v_R$  为两工作表面沿  $x$ 、 $y$  方向的卷吸速:

$$\begin{cases} u_R(x, y) = \frac{U_1 + U_2 - \omega y}{2} \\ v_R(x, y) = \frac{\omega x}{2} \end{cases} \quad (11)$$

Reynolds 方程的边界条件为:

$$p(x_{in}, y) = p(x_{out}, y) = p(x, y_{in}) = p(x, y_{out}) = 0$$

2) 膜厚方程

考虑工作表面曲率、弹性变形及表面粗糙度的膜厚方程为:

$$h(x, y) = h_0 + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + v(x, y) - s(x, y) \quad (12)$$

式中:  $h_0$  为椭球体 2 与平面 1 接触区中心未发生变形时的间距;  $R_x$ 、 $R_y$  分别为椭球体在  $yOz$ 、 $xOz$  平面的当量曲率半径。表面粗糙度项  $s(x, y)$  由模拟高斯粗糙表面获得。

由于弹性油膜压力的作用, 两工作表面会发生弹性变形  $v(x, y)$ :

$$v(x, y) = \frac{2}{\pi E'} \iint \frac{p(\zeta, \eta)}{\sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2}} d\zeta d\eta \quad (13)$$

式中  $E'$  为综合弹性模量。

3) 粘-温-压方程

本文采用 Roelands 粘压-粘温关系式:

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \cdot (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^Z \left( \frac{T-138}{T_0-138} \right)^S - 1 \right\} \quad (14)$$

式中:  $T_0$  为初始温度;  $Z$ 、 $S$  分别为实验常数, 计算公式如下:

$$Z = \alpha / [5.1 \times 10^{-9} (\ln \eta_0 + 9.67)]$$

$$S = \beta (T_0 - 138) / (\ln \eta_0 + 9.67)$$

式中:  $\alpha$  为粘压系数 ( $\text{Pa}^{-1}$ );  $\beta$  为粘温系数 ( $\text{K}^{-1}$ );  $\eta_0$  为润滑油环境粘度 ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ );  $T_0$  为环境温度 ( $\text{K}$ )。

4) 密-温-压方程

采用 Dowson-Higginson 密温压公式:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} - \beta_f (T - T_0) \right] \quad (15)$$

式中:  $\beta_f$  为润滑油热膨胀系数 ( $\text{K}^{-1}$ )。

5) 油膜能量方程

为了计算润滑油温度, 润滑油能量方程采用文献[8]中 Ehret 等提出的牛顿流体的能量方程, 具体表达式如下:

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \eta \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (16)$$

一般情况下, 由自旋速度引起的接触副工作表面速度变化所占的比例不会超过 6%<sup>[13]</sup>, 因此本文运用文献[13]中 CARSLAW 和 JAEGER 提出的传统表面温度公式:

$$T(x, y, 0) = \frac{k}{\sqrt{\pi \rho_1 c_1 k_1 U_1}} \int_{-\infty}^x \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_0$$

$$T(x, y, h) = \frac{k}{\sqrt{\pi \rho_2 c_2 k_2 U_2}} \int_{-\infty}^x \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_0 \quad (17)$$

式中:  $k_1$ 、 $k_2$  分别为上、下界面热传导系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  分别为上、下表面的密度;  $c_1$ 、 $c_2$  分别为上、下表面的比热系数,  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ;  $U_1$ 、 $U_2$  分别为上、下表面沿卷吸方向的平移速度;  $T_0$  为初始温度。

6) 载荷平衡方程

油膜压力的合力必须满足载荷平衡条件:

$$\iint p(x, y) dx dy = w \quad (18)$$

式中  $w$  为外载荷。

## 2.2 热弹流润滑方程组的无量纲化

由于弹流润滑方程组本身存在很强的非线性且相互耦合, 各参数数值间相差很大的数量级对求解造成很大困难, 需要对方程进行无量纲化, 其量纲一化参数为:

$X = x/a$ ,  $Y = y/a$ ,  $Z = zR_x/a^2$ ,  $\bar{P} = p/p_h$ ,  $\bar{\eta} = \eta/\eta_0$ ,  $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$ ,  $\bar{U} = \eta_0 u/(E' R_x)$ ,  $\bar{V} = \eta_0 v/(E' R_x)$ ,  $\bar{\omega} = \omega a/u_m$ ,  $\bar{T} = T/T_0$ ,  $\bar{H} = hR_x/a^2$ ,  $\bar{P}_h = 3w/(2\pi ab)$ , 其中  $a$ 、 $b$  分别为椭圆接触区在  $x$ 、 $y$  方向的接触半宽,  $p_h$  为最大赫兹接触应力,  $\text{GPa}$ ,  $w$  为法向接触载荷。

## 3 角接触球轴承热弹流润滑算例分析

选取某航空发动机主轴球轴承, 结构参数如表 1 所示。

表 1 航空发动机主轴球轴承参数

轴承结构参数	数值
钢球和套圈弹性模量 $E/(\text{N}/\text{mm}^2)$	$2.18 \times 10^5$
钢球和套圈泊松比	0.3
钢球和套圈密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	7 870.0
初始接触角 $\alpha/(\circ)$	26
钢球直径 $D/\text{mm}$	15.4
轴承内径 $d_i/\text{mm}$	140
轴承外径 $d_o/\text{mm}$	225
内圈沟道曲率系数 $f_i$	0.515
外圈沟道曲率系数 $f_o$	0.525
钢球个数 $Z$	18
润滑油动力粘度 $\eta_0/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.033
保持架弹性模量 $/( \text{N}/\text{mm}^2 )$	$2.09 \times 10^5$
保持架泊松比	0.3

由轴承的结构参数可根据文献[14]得到弹流润滑需要的计算参数如表 2 所示。以滚动物体-内圈沟道接触区域为对象分析角接触球轴承微弹流润滑特性。

表 2 弹流润滑计算基本参数

参数名称	数值
球体与内圈等效曲率半径 $R_x/m$	0.007 117
球体与内圈等效曲率半径 $R_y/m$	0.264 1
内圈 $x$ 轴接触区半宽/ $10^{-4}m$	1.102
内圈 $y$ 轴接触区半宽/ $10^{-4}m$	11
中心卷吸速度/ $(m \cdot s^{-1})$	2.175
滑滚比	0.025
椭球体自旋角速度/ $(rad \cdot s^{-1})$	500
滚动体受载/ $N$	200

### 3.1 光滑表面角接触球轴承润滑特性分析

计算角接触球轴承滚动体-内圈沟道光滑表面的压力、膜厚及温度分布,自旋速度设置为  $500 \text{ rad/s}$ 。

从图 4 可以看出,角接触球轴承为大椭圆度接触副,膜厚呈现明显的马蹄形特征,自旋速度的存在导致油膜的马蹄形和油膜温度不再沿  $y$  方向对称,在出口区出现二次压力峰,对应的二次压力峰位置出现油膜的颈缩现象<sup>[15]</sup>,油膜温度场的分布与压力场趋势一致。

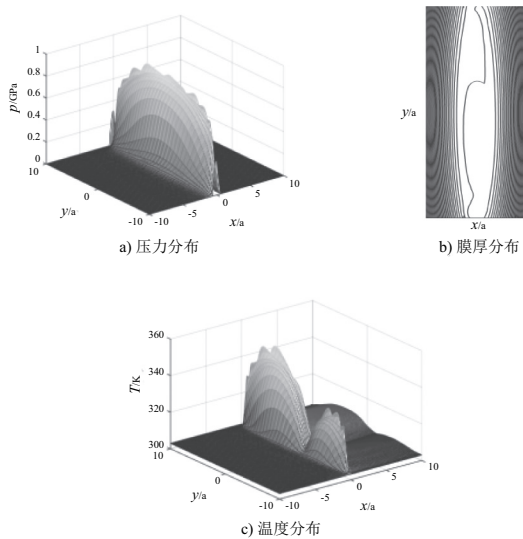


图 4 自旋角速度为  $500 \text{ rad/s}$  时光滑表面热弹流润滑特性

### 3.2 高斯粗糙表面角接触球轴承润滑特性分析

将上文模拟的高斯粗糙表面代入弹流润滑方程组中,研究不同的自相关长度参数对角接触球轴承润滑性能影响。

#### 1) 自相关长度对角接触球轴承润滑性能的影响

粗糙度表面均方根值取  $0.5 \mu\text{m}$ ,油膜压力、温度分布如图 5-图 6 所示。

图 7 为粗糙度表面均方根值相同时,不同自相关长度所对应的润滑接触区油膜厚度等值线图。

从图 7 中可看出,当  $\beta_x > \beta_y$  时,粗糙表面沿  $y$  方向存

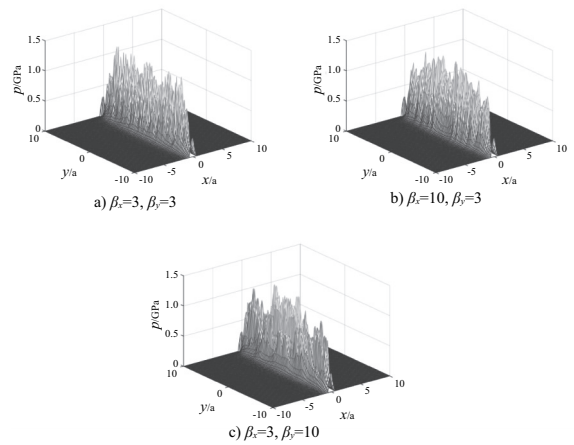


图 5 自相关长度对压力分布的影响

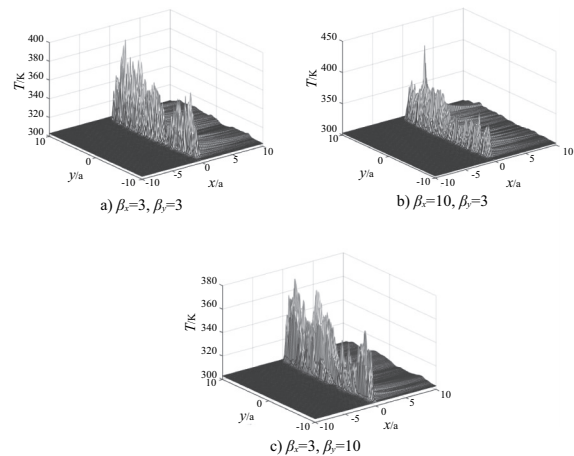


图 6 自相关长度对温度分布的影响

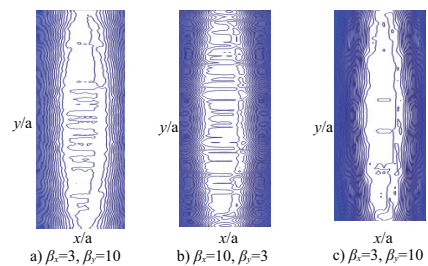


图 7 不同自相关长度对应油膜等值线

在纹理特征,导致润滑油在流动过程中阻力增加,进而导致油膜温度和油膜压力增加。相反,粗糙表面沿  $x$  方向存在纹理特征,卷吸速度方向与纹理方向相同,导致润滑油在流动过程中阻力、油膜剪切作用减小,进而导致油膜温度和油膜压力减小。

#### 2) 粗糙度表面均方根值对角接触球轴承润滑性能的影响

当  $\beta_x, \beta_y$  均取  $3 \mu\text{m}$ ,得到润滑时油膜的压力、温度及膜厚分布如图 8-图 10 所示(因本刊为黑白印刷,如有疑问请咨询作者)。

由图 8-图 10 可以得出,当滚动体和内外圈滚道表面不光滑时,会导致油膜的压力、温度升高,且油膜厚度减小。随着粗糙度表面均方根值的增加,油膜压力和温度增



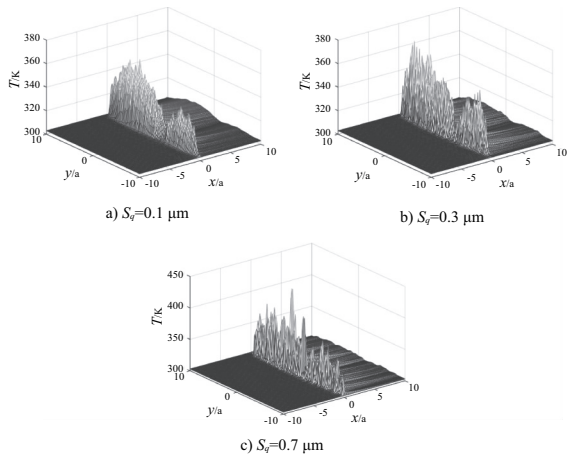


图8 粗糙度表面均方根值对油膜温度分布的影响

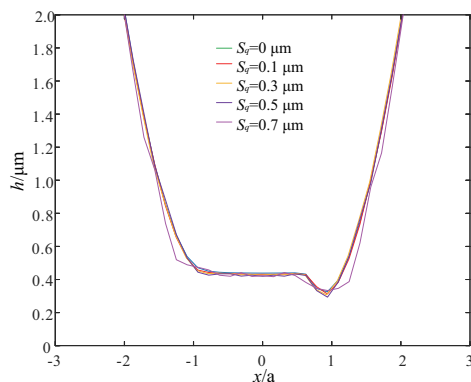
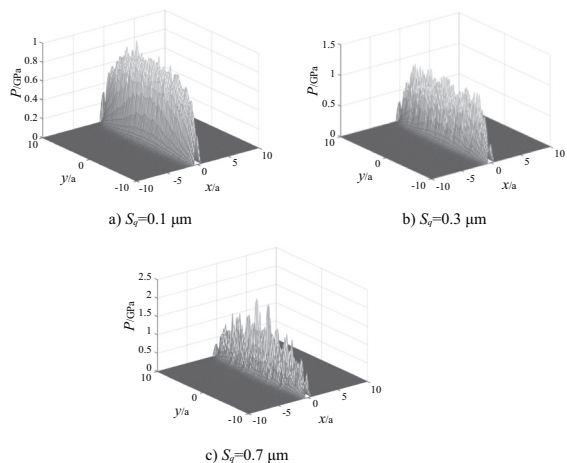
图9 不同粗糙度表面均方根值对应  $y=0$  截面油膜厚度

图10 不同粗糙度表面均方根值对应油膜压力分布

加更加明显。采用随机模拟方法能更准确模拟粗糙表面。当代入弹流润滑后,就会导致油膜压力、温度分布的峰值随机分布,较为近似真实工况。

## 4 结语

1) 运用基于时间序列(AR)模型的二维数字滤波法可较好地模拟高斯粗糙表面,粗糙度表面均方根值对模拟

生成的高斯表面的粗糙峰峰值有直接影响,自相关长度的变化会使模拟的高斯表面产生沿  $x$  或  $y$  方向的纹理特性。

2) 由于卷吸速度方向沿着  $x$  方向,当粗糙表面有  $x$  方向纹理时,润滑油流动阻力减小,油膜剪切作用减弱,进而导致油膜压力和油膜温度较无纹理表面减小。相反,油膜流动阻力增加,油膜剪切作用加强,导致油膜压力和温度增加。

3) 随着粗糙度表面均方根值的增加,导致油膜的流动阻力增加,进而油膜间的相互剪切作用增强,油膜压力和温度峰值增加,油膜的厚度减小。

4) 在实际工程中,加工轴承时,应尽量保证轴承滚动体和内外圈接触表面的粗糙度较小,且尽量使加工产生的纹理方向沿着轴承运转时的卷吸速度方向。

## 参考文献:

- [1] 温诗铸,杨沛然. 弹性流体动力润滑[M]. 北京:清华大学出版社,1992:9-11.
- [2] CHENG H S, STERNLICHT B. A numerical solution for the pressure, temperature, and film thickness between two infinitely long, lubricated rolling and sliding cylinders, under heavy loads[J]. Journal of Fluids Engineering, 1965, 87(3):695.
- [3] DOWSON D, WHITAKER A V. A numerical procedure for the solution of the elastohydrodynamic problem of rolling and sliding contacts lubricated by Newtonian fluid[J]. Department of Mechanical Engineering, 1965, 180(2):57-71.
- [4] GUO F, YANG P. Influence of a ring flat zone in the point contact surface on thermal elastohydrodynamic lubrication[J]. Tribology International, 1999, 32(3):167-175.
- [5] 崔金磊, 杨沛然. 两波动表面间的椭圆接触热弹流润滑数值分析[J]. 润滑与密封, 2010, 35(12):48-52.
- [6] DONG Zhu, YUANG Zhonghu. Effects of rough surface topography and orientation on the characteristics of EHD and mixed lubrication in both circular and elliptical contacts[J]. A S L E Transactions, 2001, 44(3):391-398.
- [7] DONG Zhu. Effect of surface roughness on mixed EHD lubrication characteristics[J]. A S L E Transactions, 2003, 46(1):44-48.
- [8] 闫晓亮. 高速滚动轴承的混合润滑性能及疲劳寿命研究[D]. 北京:北京理工大学, 2014: 32-38.
- [9] HU Y Z, TONDER K. Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and fourier analysis[J]. Int. j. mach. tools Manufact, 1992, 32(1):83-90.
- [10] 陈辉, 胡元中, 王慧, 等. 粗糙表面计算机模拟[J]. 润滑与密封, 2006(10):52-55.
- [11] 秦奋起. 微观粗糙表面的数值模拟及其对滚动接触疲劳寿命的影响[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2015:15-18.
- [12] 杨剑飞. 集成拟静力学特性的角接触球轴承热弹流润滑研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2017:35-36.
- [13] EHRET P, DOWSON D, TAYLOR C M. Thermal effects in elliptical contacts with spin conditions[J]. Tribology, 1999, 36(99):685-703.
- [14] 罗继伟, 罗天宇. 滚动轴承分析计算与应用[M]. 北京:机械工业出版社, 2009:6-13.
- [15] 艾路. 基于粗糙表面的球轴承混合润滑研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2016:33-35.

收稿日期:2018-10-12