

移动机器人航位误差推算算法研究

东辉,陈刚,林蔚韡,孙浩

(福州大学 机械工程及自动化学院,福建 福州 350108)

摘要:航位推算是在已知移动机器人当前时刻位置的条件下,根据已知的移动速度和方向的变化规律,通过简单的数学公式计算,得到下一时刻移动机器人位置的方法。移动机器人常需要在高温、高辐射等恶劣环境下进行工作,精密的定位传感器系统将受有害环境的影响不能正常工作,航位推算将起到关键性作用。航位推算算法是开环算法,由于振动噪声等原因会引入推算误差。采用随机微分方程来构建噪声影响下的移动平台的运动模型,用高斯方法对 Fokker-Planck 方程进行求解,获得航位推算的误差概率分布。

关键词:移动机器人;航位误差推算;高斯方法

中图分类号:TP24 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2019)06-0142-03

Research on Dead Reckoning for Mobile Robot

DONG Hui, CHEN Gang, LIN Weiwei, SUN Hao

(College of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: Dead reckoning is a method that the known current position, speed and direction change of the mobile robot are used with the simplified mathematical method to calculate and obtain its next position. This robot needs to operate in high temperature and radiation environment. This environment has influence on the operation of the sophisticated positioning sensors. The dead reckoning method plays an important role in it. This method is an open-loop algorithm. Some factors, including the vibration noise, have influence on its accuracy. In this paper, the kinematic model of the mobile platform is established by using the stochastic differential equation, and the Fokker-Planck equation is solved by Gaussian method to obtain the probability distribution of the error in the dead reckoning calculation.

Keywords: mobile robot; dead reckoning; Gaussian method

0 引言

航位推算是在已知移动机器人当前时刻位置的条件下,根据已知移动速度和方向的变化规律,通过简单的数学公式计算,得到下一时刻移动机器人位置的方法。航位推算起源于大航海时代,海图及航位记录设备稀缺且价格昂贵,海员利用船只的航行速度及航向来推算船只的位置。随着科技的进步与发展,航位推算算法得到了更进一步的发展。航位推算算法不仅可单独使用进行移动平台的定位,还实现了与其他传感器技术及算法相结合,进一步提高了移动平台的定位精度。如与 GPS 技术相结合^[1],运用航位推算误差修正来提高移动机器人的定位精度。航位推算算法已经被广泛应用于水下机器人及无人机的定位算法研究中^[2-3]。随着 3D 打印技术的日趋成熟,移动机器人研发周期缩短、生产成本大幅降低,使其得到更广泛应用^[4]。特种移动机器人如井下搜救机器人、防爆机器人、特种采样机器人等,需要在高温、高辐射等极限环境下完成某些特定任务,虽然此类移动机器人有较厚的防护外壳保护,但在长期工作的情况下,精密传感器系

统仍受有害环境的影响无法获得正确数据,从而误导移动机器人的运动。此时,航位推算将起到关键性作用,可以根据历史数据推算移动机器人的位置并对传感器获得的数据进行矫正。

航位推算算法是开环算法,由于硬件平台系统的振动噪声等原因引入误差,误差会随移动机器人的运行时间而累积,航位推算的误差分析在航位推算中尤为重要^[5]。本文针对噪声对移动平台的影响进行误差分析。首先,采用随机微分方程来描述移动机器人在噪声影响下的运动数学模型,其次用高斯方法分别对与之对应的 Fokker-Planck 方程进行求解,获得航位推算的误差概率分布。

1 移动机器人运动数学模型

针对白噪声的情况建立移动随机微分方程,随机微分方程的一般形式为:

$$dx = a(x, t) dt + B(x, t) dw(t) \quad (1)$$

其中: $x = (x, y, \theta)$ 是移动机器人当前的位置矩阵; $a(x, t)$ 表示漂移向量; $B(x, t)$ 为扩散矩阵; $dw(t)$ 为一组含有不相关标准白噪声的向量。

基金项目:国家自然科学基金项目(51605092);福建省科技厅面上项目(2017J01691);福建省教育厅青年项目(JAT160055)

作者简介:东辉(1985—)女,吉林白山人,讲师,博士研究生,研究方向为医疗机器人的设计与研究、机器人机构学及其控制算法。

移动机器人的运动学模型如图1所示,通过移动机器人两侧的转动角度不同,实现移动机器人航向角的实时变化。公式(1)为标准的随机微分方程,以此为基础对移动机器人进行运动模型构建。

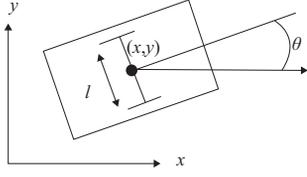


图1 移动机器人运动学模型

根据移动机器人的运动学模型中角度与位置的关系可得到移动机器人中心位置的微分方程:

$$dx = \frac{r \cos \theta (d\phi_1 + d\phi_2)}{2} \quad (2)$$

$$dy = \frac{r \sin \theta (d\phi_1 + d\phi_2)}{2} \quad (3)$$

$$d\theta = \frac{r(d\phi_1 - d\phi_2)}{l} \quad (4)$$

其中:\$(x, y)\$为移动机器人中心点位置;\$\theta\$为移动机器人航向角;\$r\$为车轮半径;\$l\$为移动机器人两侧运动系统之间的运动轴距长度;\$\phi_1\$、\$\phi_2\$分别为两侧运动系统的运动转角。

假定移动机器人运动系统的角速度是确定值且受数值变化仅受噪声影响,则有:

$$d\phi_1 = \omega(t) dt + \sqrt{D} dw_1 \quad (5)$$

$$d\phi_2 = \omega(t) dt + \sqrt{D} dw_2 \quad (6)$$

其中:\$\omega(t) = \frac{d\phi}{dt}\$代表移动机器人系统输出的角速度,

\$\sqrt{D} dw_i\$是维纳过程参数,从而获得移动机器人运动学模型的随机微分方程:

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ d\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\omega(t) \cos \theta \\ r\omega(t) \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} dt + \sqrt{D} \begin{pmatrix} \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \cos \theta}{2} \\ \frac{r \cos \theta}{2} & \frac{r \cos \theta}{2} \\ \frac{r}{l} & -\frac{r}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dw_1 \\ dw_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

针对随机微分方程描述的移动机器人的运动状态,构建与之对应的Fokker-Planck方程,从而获得关于机器人位姿和时间的连续概率分布方程。使用Itos和Stratonovich方法构建与一般随机微分方程式(1)相对应的Fokker-Planck方程^[5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & -\sum_i \frac{\partial (a_i(x, t) f)}{\partial x_i} + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i, j} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} ((\mathbf{B}(x, t) \mathbf{B}^T(x, t))_{ij} f) \end{aligned} \quad (8)$$

其中:\$f=f(\mathbf{g}(x, y, \theta), t)\$随时间变换航位推算误差概率分布,\$\mathbf{g}(x, y, \theta)\$代表移动机器人在空间内的位置矩阵。结合移动机器人运动模型的随机微分方程式(7)和与其对应的Fokker-Planck方程式(8),构建移动机器人的Fokker-Planck方程来描述其航位推算误差分布:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & -r\omega(t) \cos \theta \frac{\partial f}{\partial x} - r\omega(t) \sin \theta \frac{\partial f}{\partial y} + \\ & \frac{D}{2} \left(\frac{r^2}{2} \cos^2 \theta \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{r^2}{2} \sin^2 \theta \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{r^2}{2} \sin^2 \theta \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{2r^2}{l^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

2 基于高斯函数求解Fokker-Planck方程

一般在笛卡儿坐标系下构建随机微分方程,有利于对移动机器人当前位置的表示。高斯函数的求解定义与变换一般在指数坐标系下进行。李代数在SE(2)的定义基础是:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{X}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

这3个矩阵分别对应于\$x\$和\$y\$轴上的移动微分和绕\$z\$轴的转动微分,刚体位置可表示为\$\mathbf{X} = v_1 \mathbf{X}_1 + v_2 \mathbf{X}_2 + \alpha \mathbf{X}_3\$,与其对应的位置转换矩阵为:

$$\tilde{\mathbf{g}}(v_1, v_2, \alpha) = \exp(v_1 \mathbf{X}_1 + v_2 \mathbf{X}_2 + \alpha \mathbf{X}_3) = \exp \begin{pmatrix} 0 & -\alpha & v_1 \\ \alpha & 0 & v_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

矩阵的指数运算与对数运算的逆运算,可得:

$$(v_1 \mathbf{X}_1 + v_2 \mathbf{X}_2 + \alpha \mathbf{X}_3)^\vee = [v_1, v_2, \alpha]^\top$$

在SE(2)上定义任意概率密度的平均值矩阵\$\boldsymbol{\mu}\$为:

$$\int_G \log^\vee(\boldsymbol{\mu}^{-1} \mathbf{g}) f(\mathbf{g}) d\mathbf{g} = 0$$

\$\mathbf{g}\$为在SE(2)的标准转换矩阵。

$$\mathbf{g}(x, y, \theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & x \\ \sin \theta & \cos \theta & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

协方差矩阵\$\boldsymbol{\Sigma}\$为:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \int_G \log^\vee(\boldsymbol{\mu}^{-1} \mathbf{g}) (\log^\vee(\boldsymbol{\mu}^{-1} \mathbf{g}))^\top f(\mathbf{g}) d\mathbf{g}$$

当\$\|\boldsymbol{\Sigma}\| \ll 1\$时,高斯分布可以定义为:

$$f(\mathbf{g}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{c(\boldsymbol{\Sigma})} \exp\left(-\frac{1}{2} (\log^\vee(\boldsymbol{\mu}^{-1} \mathbf{g}))^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \log^\vee(\boldsymbol{\mu}^{-1} \mathbf{g})\right)$$

其中:\$c(\boldsymbol{\Sigma}) \approx (2\pi)^{\frac{n}{2}} |\det(\boldsymbol{\Sigma})|^{-\frac{1}{2}}\$是标准化系数,以保证\$f(\mathbf{g}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})\$是概率分布函数。

设\$f_i(\mathbf{g}) = f(\mathbf{g}; \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)\$,由卷积定理可得

$$(f_1 * f_2)(\mathbf{g}) = \int_{SE(2)} f_1(h) f_2(h^{-1} \times \mathbf{g}) dh$$

与之对应的平均值和协方差为:

$$\boldsymbol{\mu}_{1*2} = \boldsymbol{\mu}_1 \times \boldsymbol{\mu}_2;$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{1*2} = \text{Ad}(\boldsymbol{\mu}_2^{-1}) \boldsymbol{\Sigma}_1 \text{Ad}^\top(\boldsymbol{\mu}_2^{-1}) + \boldsymbol{\Sigma}_2;$$

将概率分布函数进行迭代计算\$(f_1 * f_2) * f_3\$,得到平均值矩阵和协方差矩阵为:

$$\boldsymbol{\mu}_{(1*2)*3} = (\boldsymbol{\mu}_{1*2}) \times \boldsymbol{\mu}_3 = (\boldsymbol{\mu}_1 \times \boldsymbol{\mu}_2) \times \boldsymbol{\mu}_3;$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{(1*2)*3} = \text{Ad}(\boldsymbol{\mu}_3^{-1}) \boldsymbol{\Sigma}_{1*2} \text{Ad}^\top(\boldsymbol{\mu}_3^{-1}) + \boldsymbol{\Sigma}_3;$$

以此类推可得:

$$\boldsymbol{\mu}_{1*2*\dots*n} = \boldsymbol{\mu}_1 \times \boldsymbol{\mu}_2 \times \dots \times \boldsymbol{\mu}_n = \prod_{i=1}^n \boldsymbol{\mu}_i$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{1*2*\dots*n} = \sum_{i=1}^n \text{Ad}^{-1} \left(\prod_{j=i+1}^n \boldsymbol{\mu}_j \right) \boldsymbol{\Sigma}_i \text{Ad}^{-T} \left(\prod_{j=i+1}^n \boldsymbol{\mu}_j \right)$$

在连续的时间段内,设置初始条件 $\boldsymbol{\mu}(0) = e, \boldsymbol{\Sigma}(0) = 0$ 可以得到:

$$\boldsymbol{\mu}(t) = \bigcap_{0 \leq \tau \leq t} \exp\left(\sum_{i=1}^3 h_i(\tau) X_i\right);$$

$$\boldsymbol{\Sigma}(t) = \int_0^t \text{Ad}^{-1}(\boldsymbol{\mu}(t-\tau)) D(t) \text{Ad}^{-T}(\boldsymbol{\mu}(t-\tau)) d\tau$$

3 实验

选用实验室自主研发的移动机械臂作为实验对象对本文所提算法进行验证,如图2所示。该移动机器人系统最大运动速度是1 m/s,配有激光测位仪定位系统。该型号移动机械臂主要用于井下搜救工作,检测井下危险气体含量及被困人员的营救。根据实际应用的需求采用履带式移动方式可实现复杂环境的越障行走,配合6自由度机械臂实现抓取任务。

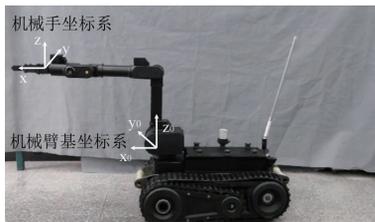


图2 移动机器人实验平台

实验步骤:选取平坦的户外实验场地,对场地进行标定,选取直线长度10 m行驶轨道,并对行进的直线方向进行标定,如图3所示。

具体步骤如下:1)移动机器人以0.5 m/s的速度进行直线运动,运动时间为20 s。2)利用激光测位仪记录行驶20 s后移动机器人的精确位置。3)重复1)、2),实验60次。最后将实验数据进行统计整理,实验数据分布如图4所示。利用本文提出的高斯函数进行航位误差函数进行数据建模,所得结果如图5所示。



图3 移动机器人实验场地标定

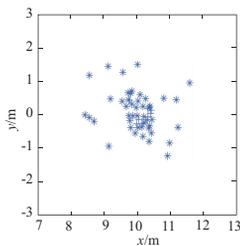


图4 移动机器人实际位置分布

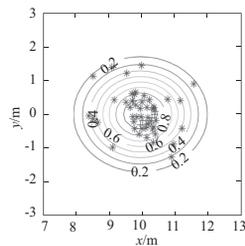


图5 高斯函数拟合位置分布

对比图4与图5的实验结果可知,实验次数总数为60次,其中48次移动机械臂的实际航位位置出现在航位推算概率为80%的范围内,其实验数据符合概率分布规律。实验结果证明以随机分布函数描述移动机械臂的运动学模型,并求得与其对应的Fokker-Planck方程,采用高斯函数求解方程获得移动机器人的航位推算分布函数,该函数可有效地、精确地构建移动机器人的航位位置及其误差分布。

4 结语

航位推算是一种经典的计算移动平台位置的方法,该算法属于开环算法,随着时间的推移误差累计将不断变大。近年来随着传感器技术的不断发展,航位推算算法不仅可单独使用,进行移动平台的定位,还实现了与其他传感器技术及算法相结合,进一步提高了移动平台的定位精度。如何消除和修正误差一直是航位推算算法优化的重要研究内容。以随机微分构建在噪声影响下移动机器人的运动模型,并采用Itos和Stratonovich方法对随机微分方程进行变换,获得与之相对应的Fokker-Planck方程,结合高斯函数及卷积定理得出移动平台的航位推算误差概率分布函数,实验数据表明了该函数的正确性。移动平台经常需要在极限条件下进行工作,如高温、低温和高辐射等。恶劣的工作环境会对精密的传感器定位系统产生影响,不能得到精确的位置信息,甚至无法工作。航位推算误差分析可以有效地对传感器信息进行校正,或在定位系统瘫痪的情况下,计算移动平台分布位置,对移动平台精确定位及恶劣条件下的定位都具有重要意义。

参考文献:

- [1] OMAR H M, ZHANG Y, ZHANG B, et al. Integration of GPS and dead reckoning navigation system using moving horizon estimation[C]// IEEE Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference. IEEE, 2016: 553-556.
- [2] KANG H S, HONG S M, SUR J N, et al. Design of GPS-aided dead reckoning algorithm of AUV using extended kalman filter[J]. Journal of Ocean Engineering the Technology, 2017, 31(1): 28-35.
- [3] 冯子龙, 刘健, 刘开周. AUV自主导航航位推算算法的研究[J]. 机器人, 2005, 27(2): 168-172.
- [4] ZHOU Y, CHIRIKJIAN G S. Probabilistic models of dead-reckoning error in nonholonomic mobile robots[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, Proceedings. ICRA, IEEE Xplore, 2003, 2: 1594-1599.
- [5] 陆叶. 基于3D打印和Arduino的单臂轮式机器人的设计[J]. 机械制造与自动化, 2017, 46(3): 168-171.
- [6] CHIRIKJIAN G S, KYATKIN A B, BUCKINGHAM A C. Engineering applications of noncommutative harmonic analysis: with emphasis on rotation and motion groups[J]. Applied Mechanics Reviews, 2000, 54(6): 736.

收稿日期:2018-05-09