

FSAE 赛车四轮转向系统 PID 控制仿真

孙浩洋¹,赵鹏飞¹,马超¹,戴伟恒²

(1. 南京理工大学 机械工程学院,江苏 南京 210096; 2. 北京理工大学 机电学院,北京 100000)

摘要:根据已知的前后轮转角控制关系,采用 PID 控制来控制电机的运行。在此基础上,对 FSAE 四轮转向赛车进行了系统仿真,并针对仿真结果进行了系统的分析,结果证明了 PID 控制策略对于控制 FSAE 四轮转向赛车的可行性,并为后续的实践打下了理论基础。

关键词:四轮转向;PID 控制;FSAE 方程式赛车;仿真;分析

中图分类号:U463.42 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2020)01-0103-04

Simulation of FSAE Formula Car with Four Wheel Steering

SUN Haoyang¹, ZHAO Pengfei¹, MA Chao¹, DAI Weiheng²

(1. College of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210096, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100000, China)

Abstract: According to the known control equation between front and rear wheels, PID control strategy is chosen, which is used to control the motor operation. Then, the system of FSAE formula car with four wheel steering is simulated and the results of the simulation are system afically analyzed. The results show that the PID control strategy is feasible. A theoretical foundation is laid for the following practice.

Keywords: four wheel steering; PID control; FSAE formula car; simulation; analysis

0 引言

随着汽车工业的不断发展,中国大学生方程式大赛对于 FSAE 方程式赛车的安全性、稳定性和性能的要求也不断提高。作为提高赛车操纵稳定性、主动安全性的四轮转向技术在这种背景下应运而生。研究发现,四轮转向系统不仅在低速工况下能减小转弯半径,提升车辆的灵活性,在高速工况下对车辆的操纵稳定性也有显著的作用^[1]。四轮转向赛车的前轮和后轮同时作为主动转向轮,在转向过程中,不仅前轮转向,后轮也根据汽车的运动主动参与转向,对汽车侧向运动进行控制。四轮转向赛车的控制目标是实现汽车质心侧偏角为零^[2],提高赛车在转弯时的操纵稳定性,减少赛车在比赛过程中滑出赛道的风险。

本文基于中国大学生方程式赛车四轮转向系统,通过前人得到的满足质心侧偏角为零的前后轮转角比例关系,建立服从阿卡曼转向的四轮转向模型。通过该模型求出后轮理论转角值,并作为实际情况下电机执行系统的输入值。然后建立电机模型,求出电机的传递函数,建立整体控制系统,并对其进行 PID 调节和仿真,分析结果,得出结论。最后得到一个完整的后轮转向控制系统的整体模型。

1 后轮转角理论值的求取

本文选用 PID 控制作为实际控制方法,输入为后轮

转角的理论值,输出为后轮转角实际值,被控对象为电机的转动圈数。传感器分别为后轮左、右转角的传感器,传递函数将后轮转角的理论值转化为电机的运行时间。

1.1 左右后轮转角理论值的求取

由 Sano 分析^[3]可得后轮转角的理论值为:

$$\delta = \frac{-l_r - \frac{m l_f}{k_r L} u^2}{l_f - \frac{m l_r}{k_f L} u^2} \delta \quad (1)$$

式中: δ 为后轮理论转角; δ 为前轮转角; l_r 为质心到后轴的距离; m 为整车质量; L 为轴距; l_f 为质心到前轴的距离; k_f 为两前轮的侧偏刚度之和; u 为车速; k_r 为两后轮的侧偏刚度之和。

现建立 4WS 车辆转弯时的几何模型,由此求出后轴左右轮的转角。传统的前轮转向服从阿卡曼定理,使得 4 个轮胎做纯滚动运动。同理,为了使四轮转向汽车的 4 个轮胎同时做纯滚动,可以近似地认为四轮转向服从阿卡曼原理。因此可得 4WS 车辆转弯时的几何模型如图 1 所示^[4]。

图 1 中: M 为后轮距; R 为最小转弯半径; L 为轴距。

由几何关系得:

$$\tan \delta_{左} = \frac{L - R \sin \delta_{右}}{R \cos \delta_{右} - M} \quad (2)$$

基金项目:国家级大学生创新创业训练计划项目经费资助(201710288014);南京理工大学本科生科研训练“百千万”计划(201710288014)

第一作者简介:孙浩洋(1997—),男,山东烟台人,本科,研究方向为增材制造技术。

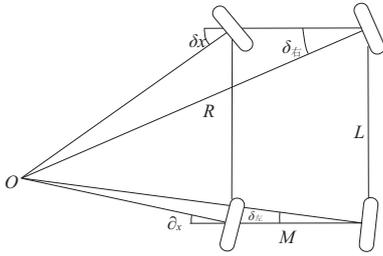


图1 4WS 车辆转弯时的几何模型

$$\tan \delta_{右} = \frac{L - R \sin \delta_{右}}{R \cos \delta_{右}} \quad (3)$$

即:

$$\delta_{左} = \arctan \frac{L - R \sin \delta_{右}}{R \cos \delta_{右} - M} \quad (4)$$

$$\delta_{右} = \arctan \frac{L - R \sin \delta_{右}}{R \cos \delta_{右}} \quad (5)$$

所以:

$$\delta_{左1} = \frac{\delta_{左}}{\delta_{左} + \delta_{右}} \times 2 \times \delta \quad (6)$$

$$\delta_{右1} = \frac{\delta_{右}}{\delta_{左} + \delta_{右}} \times 2 \times \delta \quad (7)$$

其中: $\delta_{左1}$ 为满足稳态侧偏角恒为 0 的左后轮转角值; $\delta_{右1}$ 为满足稳态侧偏角恒为 0 的右后轮转角值。

1.2 传递函数的求取

利用 CATIA 中的 DMU 空间运动分析模块, 建立简化后的四轮转向模型。简化后的模型由后轮、转向节、转向横拉杆、转向节上下铰接点、直线滑块组成。采用直线滑块替代电机和丝杠, 省略了将旋转运动转化为直线运动的过程, 直接由滑块的直线运动驱动后轮转向模型, 节省建模时间, 且不影响分析结果。在 DMU 模块中设置后轮转角, 以滑块的直线运动为驱动。因为滚珠丝杠的导程为 2 mm, 即驱动滑块运动 2 mm 电机转动一圈, 设置滑块运动距离为 -10 mm ~ 10 mm, 设置步长为 0.1 mm, 得到相应的后轮转角度数, 并将数据导出到 Excel 中, 分析后轮转角和电机转动圈数的关系。

在 Excel 中由拟合数据得出后轮转角和电机转动圈数的函数关系为:

$$y = 1.2841x + 0.0979, \quad (8)$$

$$\text{即 } x = \frac{y - 0.0979}{1.2841}$$

2 电机数学建模及 PID 控制策略推导

2.1 直流伺服电机数学模型推导

1) 电机转矩与电流关系

设电机转矩为 T , 单位为 $N \cdot m$; 电流为 I , 单位为 A, 其关系式:

$$T = K_t \times I \quad (9)$$

其中 K_t 为力矩常数, 单位为 $(N \cdot m)/A$ 。

2) 电机运动方程

设电机转矩为 T , 单位为 $N \cdot m$, 负载转矩为 T_f , 单位为 $N \cdot m$, 电机角速度为 ω , 单位为 rad/s , 电机角度(位置)为 θ , 单位为 $^\circ$ (角度), 有关系式:

$$T = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + T_f = J \frac{d\omega}{dt} + T_f \quad (10)$$

其中 J 为转子转动惯量, 单位为 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。

3) 反电动势关系式

设电机反电动势为 e , 单位为 V, 电机角速度为 ω , 单位为 rad/s , 有关系式:

$$e = K_e \times \omega \quad (11)$$

其中 K_e 为反电动势系数, 单位为 $(V \cdot s)/\text{rad}$ 。

4) 电机等效电路方程

依据伺服电机的工作原理, 建立伺服电机的等效电路方程。设电机电压为 U , 单位为 V, 电感为 L , 单位为 H, 电阻为 R , 单位为 Ω , 电流为 I , 单位为 A, 反电动势为 e , 单位 V, 有关系式:

$$U = L \frac{dI}{dt} + RI + e \quad (12)$$

2.2 电机模型的传递函数

将式(9)~式(12)进行拉氏变换, 得到传递函数:

$$\frac{T(s)}{I(s)} = K_t$$

$$\frac{\omega(s)}{T(s) - T_f} = \frac{1}{Js} \quad (13)$$

$$\frac{\theta(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{ns}$$

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{Js}{LJs^2 + RJs + K_t K_e}$$

式中 n 为减速比。由于调节电流环时发现 $I(s)$ 与 $U(s)$ 传递函数含有反电动势, 不便于观察稳态情况, 故调节电流环时先采用不含有反电动势的 $I(s)$ 与 $U(s)$ 传递函数:

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ls + R} \quad (14)$$

2.3 电机控制模型框图

根据式(13)、式(14)电机模型的传递函数, 作出控制模型框图, 如图 2、图 3 所示。

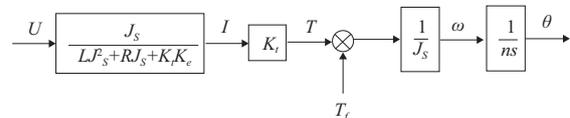


图2 电机控制模型框图(含反电动势)

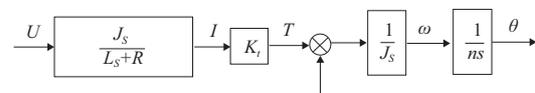


图3 电机控制模型框图(不含反电动势)

2.4 电机系统传递函数

根据图 2 电机控制模型框图推导电机系统传递函数:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{K_t J_s}{(L J_s^2 + R J_s + K_t K_e) \cdot J_s} \cdot \frac{1}{ns} = \frac{1}{K_e T_a T_m} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{s}{T_a} + \frac{1}{T_a T_m}} \quad (15)$$

其中机电时间常数 $T_m = \frac{RJ}{K_e K_t}$, 时间常数 $T_a = \frac{L}{R}$ 。

2.5 电机参数选取

根据电机参数表选取参数如下:

额定电压 $U = 24 \text{ V}$;

转动惯量 $J = 0.285 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;

线电阻 $R = 0.19 \Omega$;

线电感 $L = 0.22 \text{ mH}$;

力矩系数 $K_t = 0.082 \text{ (N} \cdot \text{m)/A}$;

减速比 $n = 10$;

机电时间常数 $T_m = 3.05 \text{ ms}$;

速度限制 $= \pm 3000 \text{ r/min}$;

电流限制 $= \pm 10 \text{ A}$;

额定转矩 $T = 0.637 \text{ N} \cdot \text{m}$;

反电动势系数 $K_e = 5 \text{ V/K} \cdot \text{r} \cdot \text{min}^{-1} = 0.048 \text{ (V} \cdot \text{s)/rad}$ 。

3 MATLAB/Simulink 仿真

3.1 PID 系数选择

1) 搭建 Simulink 模型

根据图 3 电机控制模型框图(不含反电动势)搭建 Simulink 模型,如图 4 所示。

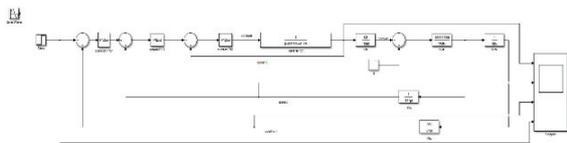


图 4 Simulink 模型

图 4 中 K_v 为速度反馈系数; K_p 为位置反馈系数,其数值由 PID 输出限幅及单位决定。

位置环 PID 输出限制 $= \pm 10 \text{ rad/s}$, 速度环 PID 输出限制 $= \pm 10 \text{ A}$, 电流环 PID 输出限制 $= \pm 24 \text{ V}$ 。

位置环传函(传感器)输出量单位为 rad (弧度), 输入量单位为 $^\circ$ (角度), 故位置环反馈系数 $K_{fp} = \frac{360}{2 \times \pi}$ 。

速度环传函(传感器)输出量单位为 rad/s , 输入量单位为 r/min , 速度环 PID 输出限制 $= \pm 10 \text{ A}$, 故速度环反馈系数 $K_{fv} = \frac{10}{\frac{3000}{60} \times 2 \times \pi}$ 。

2) 电流环 PID 调节

先考虑不存在反电动势的情况, PID 三项调节相互之间有影响, 尝试多组数值后, 综合考虑确定 $P = 100$, $I = 3500$, $D = 0.08$, 波形如图 5 所示, 波形无静差、无超调、调

节时间大约为 0.1 s 。

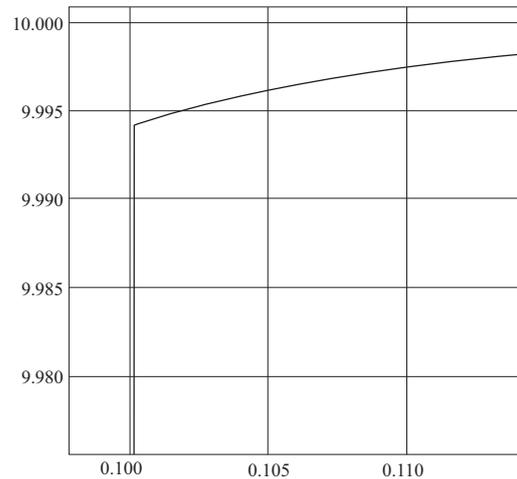


图 5 电流环仿真图形

3) 速度环 PID 调节

经多次联合测试调节及综合考虑, 确定 $P = 600$, $I = 0$, $D = 0.05$, 输出波形如图 6 所示, 无超调、无静差、调节时间 $< 0.1 \text{ s}$ 。

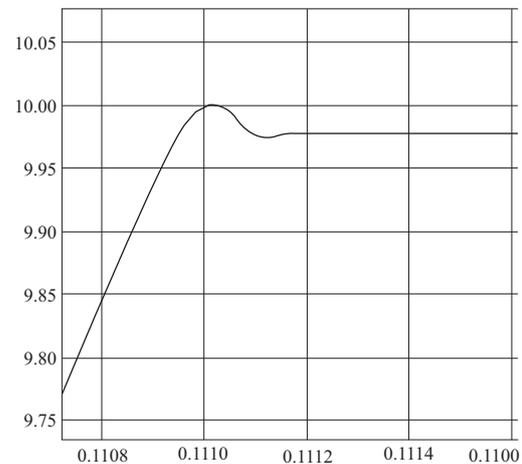


图 6 速度环仿真模型

4) 位置环 PID 调节

经多次联合测试调节及综合考虑, 确定 $P = 5$, $I = 0$, $D = 0.0318$, 输出波形如图 7 所示, 无超调、无静差、调节时间 $< 0.06 \text{ s}$ 。

3.2 电机模型整体性能测试

1) 电机模型含有反电动势情况

在电流环 PID 调节时, 为便于观察稳态情况, 电机模型中没有加入反电动势。电机位置环、速度环、电流环 PID 均已完成调节, 此时加入反电动势进行测试。其中: step 为输入 $final\ value = 10$, $step\ time = 0.1$ 的阶跃信号。

输出波形如图 8 所示, 观察发现此时波形接近前面几图的波形, 即反电动势几乎没有影响输出波形, 其影响可忽略(因本刊为黑白印刷, 如有疑问请咨询作者)。

2) 负载测试

在 0.2 s 增加 $0.01 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的负载, 即图中 T_f 为输入 $final\ value = 0.01$, $step\ time = 0.2$ 的阶跃信号。

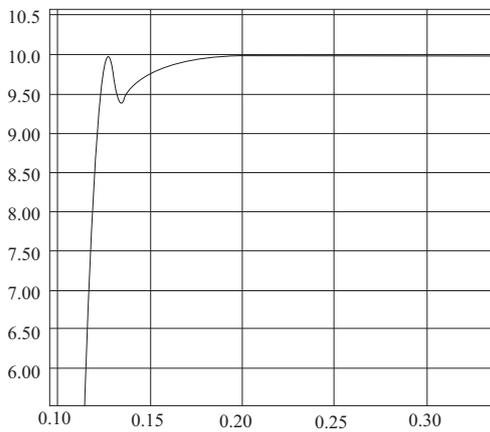


图 7 位置环仿真模型

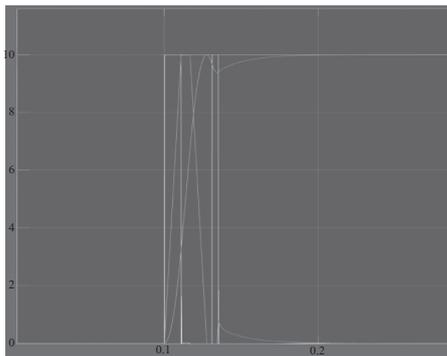


图 8 含有反电动势的整体仿真波形图

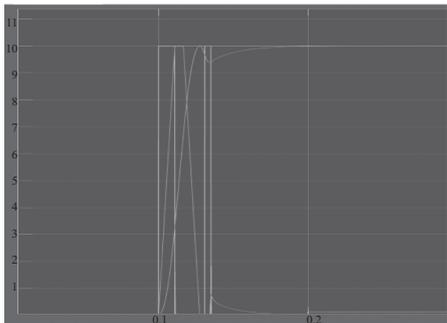


图 9 带负载的整体仿真波形图

输出波形如图 9 所示,观察 0.2s 加上负载时,电流短时间内立即增加,负载不变后,电流稳定。

3) 动态跟随测试

测试动态相应性能,参考位置输入正弦信号,将图中 step 换位 Sine Wave, Amplitude = 20, Frequency = 10, 观察输出波形如图 10 所示,实际位置曲线比参考位置曲线延时 < 0.001 s。

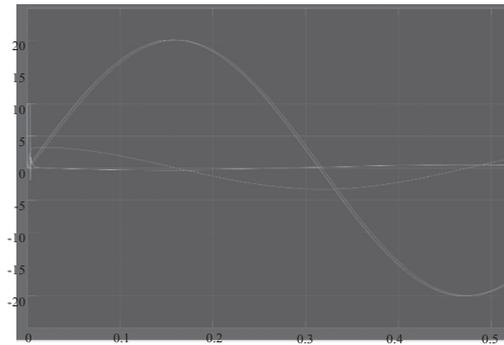


图 10 动态跟随仿真波形图

4 结语

通过仿真分析发现,此控制策略能够有效地对后轮转角进行实际控制,控制无超调,滞后时间极短,因此可以作为一种控制策略进行实验分析和研究,而且此控制策略也是对大学生方程式赛车的一次大胆尝试。

参考文献:

- [1] 杜峰,李伦,魏朗,等. 模型跟踪主动四轮转向汽车最优控制研究[J]. 拖拉机与农用运输车, 2009,36(1):19-21,24.
- [2] 屈求真,刘延柱. 四轮转向汽车的控制策略[J]. 中国机械工程,1999(2):8-11.
- [3] SHOICHI Sano, YDSHIMI Furukawa, SHUJI Shiraishi, et al. Four wheel steering system with rear wheel steer angle controlled as a function of steering wheel angle[J]. Tractor and Farm Transporter, 2008(4):100-102.
- [4] 汪东明. 四轮转向汽车的转向特性及控制技术[J]. 现代机械, 2003(6):73-75,91.

收稿日期:2018-11-14

(上接第 59 页)

- [3] 林壮,胡刘扣,万理想.功率回馈式矿用液压马达试验台研究[J]. 煤矿机械,2011,32(6):160-161.
- [4] 高名乾,贺尚红. 基于 Lab VIEW 的液压实验台数据采集系统设计[J]. 机床与液压,2008,36(5):147-150.
- [5] 芮丰,李佑策,张志生. 新型矿用节能型液压泵及马达试验台[J]. 煤矿机电,2008(4):55-56.
- [6] ZHANG C, WANG X, WANG Z. Design of the control system for hydraulic experimental bench based on Lab VIEW[C]. Harbin: Electronic and Mechanical Engineering and Information. Technology (EMEIT), 2011 International Conference on, 2011: 1183-

- 1186.
- [7] 王旭永,吴盛林,刘庆和. 新型结构摆动马达[J]. 机械工程师,1992(6):27-28.
- [8] 段小维,薛文鹏. 某飞行台被试发动机液压负载系统设计[J]. 科技创新与应用,2017(9):10-12.
- [9] 韩振敏. 浅谈液压油箱的设计[J]. 科技创新导报,2009(30):96-97.
- [10] 袁伟伟,杨宏军,朱毅. 工程机械液压油箱设计与容量计算[J]. 机械工程师,2016(9):92-93.

收稿日期:2018-10-29