

航空模具复杂刻线的测量与重建

杨扬¹,刘胜兰¹,陈丽丽²,尹华彬²

(1. 南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016;

2. 航空工业成都飞机工业(集团)有限公司 产品研制部,四川 成都 610091)

摘 要:针对航空制造企业对于模具工装的数字化需求,着重解决模具表面复杂刻线的测量和重建问题。利用光学跟踪下的手持接触式测量方法对模具刻线进行数据采集;根据测量点特性提出了数据点的归并、排序等管理办法和准则,使其组织形式与原始曲线轨迹相匹配并符合曲线重建的一般规律,在此基础上重建出工程需要的样条曲线。实验例证表明,所采用的方法简捷、有效,能够提高刻线重建效率。

关键词:模具刻线;数字化测量;曲线重建;分组排序

中图分类号:TP391 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2019)04-0125-04

Measurement and Reconstruction of Complex Scribed Lines on Aviation Mould

YANG Yang¹, LIU Shenglan¹, CHEN Lili², YIN Huabin²

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Manufacturing Tech.& Proj. Control Department, AVIC Chengdu Aircraft Industrial(Group) Co., Ltd., Chengdu 610091, China)

Abstract: To satisfy the demand of digitizing physical mould utilized in aviation manufacturing firms, this paper focuses on solving the issue of measurement and reconstruction of complicated lines scribed on mould. The data acquisition of scribed lines is carried out using a measurement method with hand contact probe and non-contact optical tracking sensor. Then, according to the characteristics of the unorganized measurement points, the methods and criterions for ordering of points are put forward, which are used to make the sequence matched with the trace of the original curve and conforms and meet the general law of the curve reconstruction, so that it is easy to fit the spline curves needed by engineering. Experiments show that the methods employed are simple, effective and can be used to improve the efficiency of the curve reconstruction.

Keywords: mould scribed line; digital measurement; curve reconstruction; ordering of points

0 引言

为保证飞机产品的制造准确度和生产过程中的互换协调,传统飞机制造模式中大量采用以实物模拟量来体现产品形状和尺寸的标准和专用工艺装备^[1-2],其中模具工装在钣金、复合材料零件的成型和检验过程中发挥了至关重要的作用。

航空模具专业性强,涉及到不同类型和成形机理的工艺方法,具有结构复杂、种类繁多、单件生产、制造精度要求高等特点。采用传统加工方法生产,存在准备周期长、技术难度大等问题,不利于扩大生产和提高生产效率。此外,对于使用率较低的模具,长期贮存会出现老化、开裂、破损等现象而影响正常的生产制造。随着数字化制造技术在飞机全生命周期各个环节应用的逐步深入,现代飞机设计制造模式逐步转换为基于MBD的三维综合信息模型和数字量传递的数字化设计制造并行模式。促进实物工装的数字化不仅能够节省存放空间、保证制造依据的稳定性,还可以克服数据交换和数据完整性的障碍,为飞机的研制、生产、改进、改型及实施数字化设计制造技术提供重要基础。

实物数字化技术是逆向工程的重要范畴^[3],在航空工业领域的应用由来已久,为上述问题提供了有效的解决方案。文献[4]较为系统地分析了逆向工程的关键技术,总结出了逆向工程技术在模具设计制造中的具体应用场景和方法。文献[5]提出了一种利用模拟量实物制造依据重建零件CAD数模的方法,促进了飞机制造协调关系的一致性。文献[6-7]对航空模具和大型工装进行数字化测量和型面重构,并提出了重建精度的保证及其评价方法。前述已有研究都以获得精确曲面模型为最终目标,对于航空模具表面刻线的测量和重建问题还未见研究成果发表。模具表面刻线具有精度要求高、组织结构复杂的特点,包含基准线、结构线、零件外形线等类型,是产品零件加工的直接依据。制造车间依据模具型面制造成型零件,并按照工装刻线切割零件边缘,工装刻线的准确程度将直接影响零件加工精度,进而影响飞机装配质量。

本文主要研究航空模具复杂刻线的测量及重建方法,采用接触式探针与视觉测量相结合的方法对刻线进行测量点采集,并针对刻线测量点数据的特点,提出基于给定点搜索和基于分裂-合并的数据组织方法,对测量点进行

分组排序,然后利用分组后的数据进行曲线重建,提出的分组排序方法有效地提高了模具刻线重建的效率。

1 刻线数据采集

模具上刻线的深度和宽度 $<0.2\text{mm}$,通常的测量方法如三坐标测量机或光学扫描测量均难以满足要求。三坐标测量机缺乏灵活性,控制探针精确接触模具刻线中心十分困难,需要大量的人工观察辅助和试错,效率十分低下。光学扫描测量对小尺寸的细节结构需要采用高分辨率镜头,存在单次测量范围小、数据量大、后续提取刻线中心难度大等问题。

为满足航空模具复杂型面和工装刻线等多要素统一测量的要求,本文采用德国 Gom 公司的视觉综合测量方案对模具刻线进行手持探触测量。该方案由结构光扫描测量系统 Atos 和可手持的接触式探针 Touch Probe 共同构成,如图 1 所示。该综合测量方案克服了三坐标测量机的灵活性不足和光学扫描方法对细线特征进行难以测量的缺点。在测量前,首先对探针进行标定,获得探头与手柄上各光学特征点的相对位置。测量时,探头接触被测部位,光学测量系统的 2 台摄像机分别从不同的角度拍摄探针手柄上光学特征点的图像,经图像采集卡将图像传入计算机进行图像分析和模型解算,即可得到探头中心点的三维坐标。沿刻线走向逐点进行采样,最终可获得完整的工装刻线测量数据。

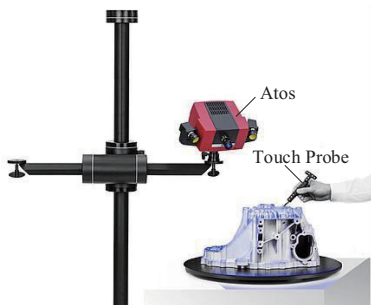


图 1 测量系统示意图

受制于测量范围和零件自身遮挡等因素,对于较长或跨度较大的刻线,数据采集工作通常无法在单一视角下完成。在项目实施过程中,为了保证工作效率,一般在某一视角范围内刻线数据采集完毕后再转换视场进行测量。虽然同一视角下获得的测量数据具有一定的规律性,但是多视再拼合后的数据总体是散乱无序的。另外,刻线数据必须具有足够的密度以满足重建精度要求,但可以通过人为规划在曲率较小的部分采用较大的采样间距,在曲率变化明显的部分则需适当加密。总体来说,刻线数据采集是一个非均匀采样过程。图 2 所示为某一模具刻线测量数据,其中不同视角获得的测量数据使用不同的颜色来示意和区分(因本刊系黑白印刷,有疑问之处,可向作者咨询)。

2 测量数据点分组

获得刻线测量数据后,首要任务是对数据点进行分组,使每组数据代表相应的一条刻线。在测量点足够密集的情况下,人眼很容易辨别这些曲线并感知它们的形状,



图 2 模具刻线测量数据

但是对于计算机来说,这会是一项艰巨的任务。此外,三维刻线重建大都利用数据点拟合样条曲线来达成,数据点的参数化是曲线拟合的关键步骤,数据点对应的参数值须呈严格递增序列以防止曲线出现扭曲或形状失控现象,这就要求数据点具有与曲线轨迹一致的正确次序。

本文通过两种方法实现复杂刻线离散点数据的分组排序:一是仅利用点的坐标信息,通过给定种子点按照指定的或算法自动确定的起始方向依次搜索得到单组刻线数据,进而实现整块测量数据的分组排序;二是利用隐式测量信息按照分裂-合并的思想直接对整块测量数据进行分组排序。有序数据点间用折线顺次连接。

2.1 基于给定点搜索的数据分组

假设用 P 表示刻线离散测量数据点集,刻线数据分组提取问题的目标是从 P 中分拣出一系列数据点子集 $\tilde{P}_j$ ($j=1,2,\dots,n$),其中每一个从子集中采样点是有序的。通过给定种子点搜索提取刻线数据过程中,假设 $p_1^j, \dots, p_m^j$ 为数据点子集 $\tilde{P}_j$ 中已经排列的点,则问题可以归结于从候选点集 C_m 中拣选 p_m^j 的直接后继点,需解决的关键问题有:候选点集的确定、后继点拣选的度量标准和搜索终止条件。

1) 候选点集的确定

如果直接用数据点集 P 作为候选点集则存在大量冗余计算,因此可以选取处于当前点 p_m^j 一定距离范围内且与当前方向 $(\overrightarrow{p_{m-1}^j p_m^j})$ 一致的点作为候选点,减少搜索范围。

首先计算已经排序子集中所有边长的平均值 $\rho_m^j = (1/(m-1)) \sum_{i=1}^{m-1} d_i^j$, d_i^j 是点 p_i^j 和点 p_{i+1}^j 间的欧式距离。若用 $N(p_m^j, r_m^j)$ 表示以当前点 p_m^j 为中心, $r_m^j = a\rho_m^j$ (a 为比例常数,一般取 $1 \sim 3$) 为半径区域内的邻点,则有:

$$N(p_m^j, r_m^j) = \{q \in R; d(p_m^j, q) \leq r_m^j\} \quad (1)$$

式中 R 为余下待选的采样点,则候选点集合可以定义为:

$$C_m = \{q \in N(p_m^j, r_m^j) : \overrightarrow{p_{m-1}^j p_m^j} \cdot \overrightarrow{p_m^j q} > 0\} \quad (2)$$

2) 后继点拣选的度量标准

通常来讲,人类视觉习惯倾向于连接两个最近邻点,更倾向于将数据点连接为一条光滑曲线。对于大部分处于交叉部位以外的区域,取 C_m 中到 p_m^j 的欧式距离最小的点作为后继点即可。但是在刻线分布集中(组内数据点的距离大于组间数据点的距离)的区域和刻线交叉部位,单单考虑欧式距离极有可能会连接出错。文献

[8]引入粒子布朗运动的性质,提出了自然距离(natural distance)的概念,将角度和欧式距离两要素相结合,作为数据点之间接近度和平滑度的度量方法,能够适用于含噪声干扰和自相交情况的曲线重建。本文借鉴该方法进行后继点的拣选。

自然距离法从 C_m 中拣选连续后继点 p_{m+1}^j 的度量函数定义如下:

$$f_m(q) = t_m(q) + K \frac{s_m(q)}{\sqrt{t_m(q)}}, q \in C_m \quad (3)$$

式中: $t_m(q) = |\vec{p_m q}| \cos \theta$; $s_m(q) = |\vec{p_m q}| \sin \theta$; $\theta = \theta(q) = \cos^{-1} \left(\frac{|\vec{p_{m-1} p_m} \cdot \vec{p_m q}|}{|\vec{p_{m-1} p_m}| \cdot |\vec{p_m q}|} \right)$; K 为主观权重,实验表明 K 值越大,重建曲线越趋于平顺。

基于上述定义,取 p_{m+1}^j 为 C_m 中满足 $f_m(p_{m+1}^j) = \min_{q \in C_m} \{f_m(q)\}$ 的元素,后继点拣选原理如图 3 所示。

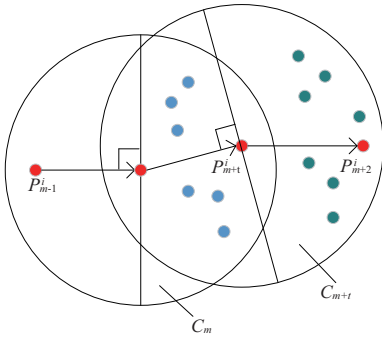


图 3 后继点拣选原理图

3) 搜索终止条件

对于开曲线,如果搜索过程中候选点集为空,则终止搜索。考虑到有零件外形线为闭合轮廓,在更新候选点集时将搜索起点保留,如果搜索过程中搜到起始点,亦作为搜索结束的标志。

算法详细步骤描述如下:

Step 1: 确定起始点和初始搜索方向。搜索起点 p_1 由人工在点集中指定。起点尽量避免指定在搜索方向会产生歧义的交叉部位。默认以起始点的最近点为其后继点 p_2 ; 对于曲线分布集中、不同刻线采样点间距离小于线内采样点距离的情况,可以人为补充挑选第二点为 p_2 , 则 $\vec{p_1 p_2}$ 确定作初始搜索方向。

Step 2: 以 p_1 为起点, $\vec{p_1 p_2}$ 为方向按照前述准则展开搜索,并判断是否达到搜索终止条件,最终得到集合 $\widetilde{P}_+$ 。

Step 3: 若所提取的刻线为开曲线,初始点选取不一定位于曲线端点。因此,再以 p_1 为起点,以 $-\vec{p_1 p_2}$ 为初始方向进行搜索得到集合 $\widetilde{P}_-$ 。

Step 4: $\widetilde{P} = \widetilde{P}_+ \cup \widetilde{P}_-$, 将 $\widetilde{P}_-$ 中点逆序排列加入 $\widetilde{P}_+$, 单条刻线数据提取完毕。

Step 5: 重复前面步骤,直到刻线测量点集中所有采样点分组提取完毕。

图 4 所示为图 2 中刻线离散点数据的分组提取结果,

图中“×”为给定的起始点。由于自然距离基于二维数据提出,因此对近似线性或共面分布的各基准线、轮廓线数据均有良好的提取效果。

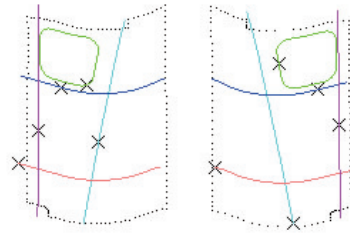


图 4 基于给定点搜索的数据分组结果

2.2 基于分裂合并的数据分组

采用接触式探针与视觉测量相结合的方法获得的数据点具有“局部有序、总体无序”的分布特性,本节考虑利用数据点的这一组织结构来设计分组算法。首先设定转折条件,按照最小分裂条件对数据点进行初步划分,然后对满足充分性合并条件的组进行合并操作直至分组集合达到稳定,从而得到最终的分组结果。

1) 基于距离的数据点初步分组

对于数据点的初步划分,本文采用了距离判断法。即顺次读点,如果该点与前一点的距离小于一定的阈值,则认为它与前一点属于同一分组,否则开始新的分组。由于刻线采样点是非均匀分布的,因此本文在实现过程中采用了动态的度量标准。

设数据点子集 $\tilde{P} = \{p_1, \dots, p_m\}$, ($m \geq 2$) 为已排序的数组分组,该数据分组也可看成是离散曲线的分段线性表示,因而记作 $T(T = \tilde{P})$, 可以用相邻点间距离平均值 h_d 及其标准偏差 σ_d 来评估 T 的分布特性,其中:

$$h_d = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \|p_i - p_{i+1}\| \quad (4)$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{m-2} \sum_{i=1}^{m-1} (\|p_i - p_{i+1}\| - h_d)^2} \quad (5)$$

当一个新的点 p 加入以 $q = p_m$ 为末点的已经部分重建好的曲线片段 T_q , 新加入的边 pq 不应引起 T_q 统计属性的急剧变化。文献[8]给出了式(6)中的经验函数作为点 p 可以添加至 T_q 的最大距离阈值:

$$E(p, T_q) = h_d \frac{h}{s} \left(1 + \frac{h_d}{\sigma_d} \right)^{\frac{\sigma_d}{h_d}} \quad (6)$$

以 $l_0 = \|p_{m-1} - p_m\|$ 为 T_q 末节的长度, $l = \|p - q\|$ 为待加入边的长度,则式中 $h = \frac{l+l_0}{2}$, $s = \frac{|l-l_0|}{\sqrt{2}}$, 函数值越大,则连接的可能性越高。

刻线离散点初步分组算法如下所示:

定义当前点标号 i 和分组计数器 j , 令 $i=j=0$;

Step 1: 从测量数据中顺次取两点作为分组中的起始两点,每加入一点则更新 $i=i+1$ 。

Step 2: 分别计算 $E(p_{i+1}, T_{p_i})$ 和 $d(p_i, p_{i+1})$, 如果 $d < E$, 则 p_{i+1} 将加入当前分组,更新当前点标号,进入下一点

判断。否则转 Step 3 执行。

Step 3: 标记当前分组中数据点的附加信息值为 $Info=j$, 令 $j=j+1$, 创建新的分组转 Step 1。

Step 4: 以此类推, 重复前面步骤, 直至所有的点完成分组。

2) 初始分组结果的光顺性检查

初步分组结果直观反映了数据采集时的测量路径, 但是单单考虑距离对于刻线分布较为集中的情况, 往往无法正确发挥作用。鉴于此, 应对各组数据进行光顺性检查, 同时应避免折回现象导致不必要的分裂。对任意分组顺次取 3 点 p_{i-1}, p_i, p_{i+1} , 计算相对转角 $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{p_{i-1}p_i} \cdot \overrightarrow{p_i p_{i+1}}}{|\overrightarrow{p_{i-1}p_i}| \cdot |\overrightarrow{p_i p_{i+1}}|} \right)$, 若 θ 大于阈值 δ_1 (本文取 60°) 且小于阈值 δ_2 (本文取 150°), 则将第二点作为分段点, 记录分段点标号, 待该组数据检查完毕, 重新生成新的分组结果。如 θ 大于阈值 δ_2 , 则认为发生折回现象并对当前分组按最近距离排序方法重新进行排序。光顺性检查操作保证了已有分组的正确性。

3) 分裂结果的合并

经初步分组后, 数据点被分为多个子集, 已可以大大提高拣选数据点的速率。然而, 其对于数据采集过程具有一定的依赖, 虽保证了分组的正确性, 但是存在大量属于同一刻线的采样点被归属于多个分组的情况, 如果刻线数目较少, 可通过人工交互进行合并。对于刻线数目较多的情况, 则应考虑通过软件对满足充分合并条件的数据进行自动合并, 以期得到更加合理的有意义的分组。

初步分组结果如图 5 所示, 其存在的问题主要包括: ① 两组数据本属于一组, 在端点处具有近乎一致的方向矢量。② 由于补测或重复测量出现的部分重叠或整体包含情况。③ 部分刻线较为模糊, 测量时有人为揣测因素, 测量数据较为混乱, 无法辨别连接关系的情况。④ 端点之间距离较远, 但按照分布特征(线性、共面等)应分为一组的情况。

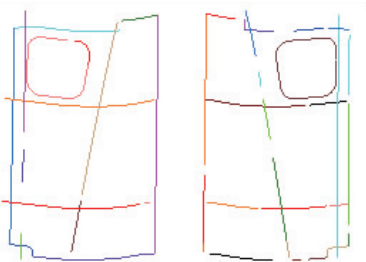


图 5 刻线测量点的初步分组结果

合并操作主要发生在各分组端点处, 由于问题本身抽象、复杂, 且存在交叉影响。故而本文着力解决问题①和②, 问题③和④存在情况较少, 主要通过人工修正。通常来说计算机并不知道哪两个分组需要合并。对于任意分组 T , 找到距其端点最近且所属分组不同的点, 该点所对应的分组 T' 有可能与 T 进行合并。

问题①示意图如图 6 所示, 给定距离阈值 t_d 和角度阈值 t_a , 若两分组端点 b 和 c 之间的距离 $< t_d$, 且边 ab 与 bc 的转角 θ_1 和 bc 与 cd 的转角 θ_2 同时小于 t_a , 则两分组可

以被合并。

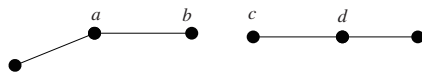


图 6 合并问题示意图 1

问题②示意图如图 7 所示, 对 T_1 中数据点拟合样条曲线, 如果 T_2 中位于重合部分的点到曲线的最大距离小于给定阈值, 且重合点个数 > 3 , 则将两分组进行合并。



图 7 合并问题示意图 2

将初步分组结果按照上述合并条件进行合并操作, 经多次迭代得到最终分组结果。对于交叉影响问题, 为保证合并结果的正确性, 可先设置较小的阈值, 得到分组合并结果, 然后放宽条件, 得到进一步的合并结果。以此类推, 直至获得理想的分组结果, 图 8 所示为经合并操作后的最终分组情况。

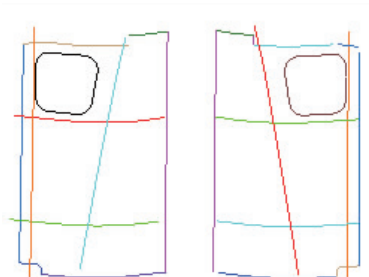


图 8 经合并操作后的最终分组结果

3 曲线重建

利用处理后的离散点数据来重建刻线, 主要采取的方法有两种: 一是利用数据点拟合平面与重建型面求交; 二是利用数据点拟合样条曲线向重建型面投影。第一种方法主要针对站位线、水平线、对称线等基准刻线, 此类刻线测量数据近似呈共面分布。实际重建过程中, 在明显噪声已被剔除的前提下, 若拟合平面满足重建精度要求(误差 $< 0.2 \text{ mm}$), 则继续后续操作; 若不满足, 则认为数据点不在同一平面内。当模具尺寸较小或曲度不大时, 上述基准线测量数据会近似退化成为直线(或小曲率曲线)分布, 此时亦可将其拟合为直线向型面上投影。第二种方法主要适用于零件外形线等其他类型刻线及拟合平面误差较大的情况。对于一般类型可直接对数据点进行整体逼近; 对于闭合轮廓曲线一般在拟合过程中插入间断点并施加连续性约束条件进行分段逼近。图 9 为对模具刻线测量点进行曲线拟合与重建型面融合的效果图。

将重建结果和原始测量数据导入专用逆向软件 Imageware, 利用其检测评估模块对重建模型质量进行定量和定性的分析。表 1 给出了重建模型误差分析结果, 其平

(下转第 141 页)

5 结语

通过特征线法的水锤模型建立,利用 Flowmaster 对控制活门管路系统进行瞬态特性仿真分析,得到活门入口处的压力脉动以及射流传感器开度变化曲线,并搭建控制活门及其管路系统试验台,将采集到的实际工况下压力脉动数据与仿真计算结果进行对比,验证了数学模型和仿真方法的可靠性。

通过分析系统工作原理并进行仿真计算后,提出调低射流传感器响应速率、降低活门匹配腔压力、缩小管路通径等 3 项解决方案,为燃油系统优化设计提供一定的借鉴与参考。

参考文献:

- [1] 董玉娥. 大流量大高差重力流输水过程的水锤防护研究[D]. 西安:长安大学,2014.
- [2] 徐艳艳. 长距离高扬程多起伏输水管道采用箱式双向调压塔等措施的水锤防护研究[D]. 西安:长安大学,2008.

- [3] 蒋劲. 确定泵系统阀门最优关闭程序的 VS 法研究[J]. 武汉水利电力大学学报,1994(5):481-486.
- [4] 杨成. 基于 CFX 的输水管道水锤现象的数值研究[D]. 武汉:武汉理工大学,2013.
- [5] 周瑞祥,王建平,沈燕良,等. 飞机燃油复杂管道压力瞬态特性分析[J]. 系统仿真学报,2004(5):887-889.
- [6] 张洪. 基于射流理论的液动输油技术研究[D]. 成都:电子科技大学,2011.
- [7] 李阳. 基于 CFD 大流量水隔离泵系统逆止阀噪声特性研究[D]. 沈阳:沈阳大学,2015.
- [8] 李斌,蔡标华,俞健,等. 船舶泵阀移水系统水锤抑制方法研究[J]. 舰船科学技术,2017,39(1):96-103.
- [9] 刘文彬. 水管路系统阀门流固耦合振动噪声特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2011.
- [10] 封海波. 海水管路系统中阀门动态特性和噪声控制的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2003.

收稿日期:2018-02-26

(上接第 128 页)

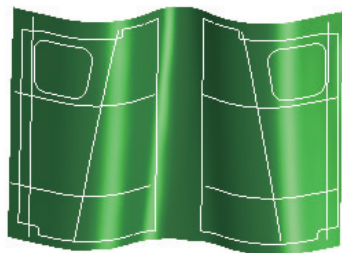


图 9 模具刻线重建结果

均误差为 0.0570 mm,能够满足工艺要求。人工操作进行刻线点采样的随机性较大,测量数据中可能存在少量噪声,因此最大误差可能略高。此外采用平面拟合求交法获得的重建结果可能比直接拟合样条曲线并投影误差稍大,但是更能反映实际工程应用语义。图 10 给出了重建模型的误差分布云图。

表 1 重建模型误差分析

	最大值	平均值	标准差
侧向偏差	0.342 0	0.001 0	0.014 8
法向偏差	0.522 7	0.057 0	0.054 0
几何偏差	0.522 7	0.057 3	0.054 0

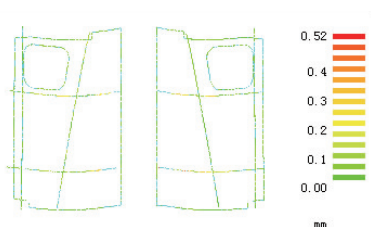


图 10 重建模型误差分布云图

4 结语

本文研究了航空模具刻线的测量与重建问题。对于刻线测量采用了视觉和接触式相结合的测量形式,灵活性、现场性和测量精度较好。在数据点处理过程中充分利用了采样点的几何特性,并引入了统计学的知识,所提两种方法优势互补可明显提高重建效率。根据数据点的分布特征总结了模具刻线的重建方法,并对重建结果进行误差评价从而证明本文方法的有效性。该方法对于同类型的既有自由曲面外形又有复杂刻线的航空实物制造依据的逆向重建亦有一定的借鉴意义。

参考文献:

- [1] 范玉青. 现代飞机制造技术[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2001.
- [2] Raja V, Fernandes K J. Reverse Engineering: An Industrial Perspective[M]. [S.I.]: Springer Publishing Company, 2006.
- [3] 成思源,张湘伟,黄曼慧. 逆向工程技术及其在模具设计制造中的应用[J]. 机械设计与制造,2009(6):233-235.
- [4] 彭艳敏,党建卫,蔡渊,等. 基于综合切面模线的飞机零件逆向建模[J]. 航空制造技术,2016,502(7):87-90.
- [5] 王相君,赵肖楠. 运-12 飞机发房模具高精度逆向设计[J]. 长春理工大学学报(自然科学版),2014(6):39-42.
- [6] 景智,许学军. 关于提高大型工装逆向及加工精度的探讨[C]. 北京:2012 航空试验测试技术学术交流会论文集,2012.
- [7] Kim P, Kim H. Point Ordering with Natural Distance Based on Brownian Motion[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2010,123:1-17.
- [8] Zeng Y, Nguyen T A, Yan B, et al. A distance-based parameter free algorithm for curve reconstruction[J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(2):210-222.

收稿日期:2018-02-26