DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2019.04.004

# 波纹板结构参数对轨道车辆设备箱体性能的影响

杨龙,阳光武,肖守讷,杨冰,朱涛 (西南交通大学 牵引动力国家重点实验室,四川 成都 610031)

摘 要:针对轨道车辆设备箱体波纹底板刚度不足、易变形等问题,对比研究了 3 种典型波纹 板的结构参数对设备箱体性能的影响。分别从等厚度和等质量两种分析角度出发,对波纹板 两侧、两端和四周约束情况进行仿真,得到了使波纹板性能最优的波长波幅比、半径波长比和 约束条件;推导了波纹板固有频率、均布力与波长、波幅、板厚等结构参数间的近似关系;将波 纹板固有频率和均布力仿真结果与理论近似特征关系解进行对比,二者较为吻合,验证了仿真 的准确性,可为轨道车辆设备箱体波纹底板的选择提供依据。 关键词:波纹板;特征关系;结构参数;约束位置;设备箱体 中图分类号:U270.38 文献标志码:A 文章编号:1671-5276(2019)04-0017-05

# Influence of Corrugated Board Structure Parameters on Performance of Rail Vehicle Equipment Box

YANG Long, YANG Guangwu, XIAO Shoune, YANG Bing, ZHU Tao

(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Aiming at the problems of insufficient Stiffness and deformation of the corrugated bottom plate of rail vehicle equipment, this paper researches on the influences of the structural parameters of three typical corrugated plates on the performance of the equipment box, simulates the restraint conditions of both sides, two ends and four sides of the corrugated board with equal thickness and equal mass respectively and obtains the optimal performance ratio of its wavelength and the amplitude, radius and the wavelength and constraint conditions, then, deduces the approximate relationship among its frequency, stress and its structural parameters such as wavelength, amplitude and plate thickness. The simulation results of its frequency and stress are compared with that of solving for in the theoretical approximate characteristic relation. Both results are more idential. The simulation accuracy is verified. The basis is provided for the choice of the corrugated bottom plate of the rail vehicle equipment box.

Keywords: corrugated board; characteristic relationship; structural parameters; constraint position; equipment box

# 0 引言

近年来,我国对轨道车辆提出了高速化和轻量化的要求,轻量化的设计降低了车体和设备箱体的自重,有利于提高车辆的运行速度,但是刚度也随之减低了,使轨道车辆设备箱体的可靠性面临巨大挑战。高速列车大多数设备采用车下悬挂的方式,设备箱体底板是主要承载部位,箱体的变形和破坏往往是从箱体底板开始的。

现有研究表明,设备箱体底板采用波纹底板可以显著 提高箱体的性能,而波纹板的结构参数和约束位置对其使 用性能影响很大。对设备箱体波纹底板进行分析,采用结 构参数、约束位置更加合理的底板结构可以有效缓解变 形、开裂等不利因素的影响,减小车体振动,大大提高乘客 乘坐的舒适性。

G. J. Hua<sup>[1]</sup>等通过试验和数值模拟方法得到了波纹 板和蜂窝板的边缘效应及边缘抗拉强度对波纹板性能的 影响。Jianxun Zhang<sup>[2]</sup>等应用有限元的方法得到了填充 和未填充泡沫两种情况下正弦形波纹板在脉冲载荷作用 下的动态响应。WANG, Dongmei<sup>[3]</sup>在静态压缩试验的基础上研究了波纹板的压缩应力-应变曲线,并得到了多层波纹板结构的能量吸收图。苏宁<sup>[4]</sup>等提出对波纹板截面属性采用正弦和余弦波形的计算方法。刘永平<sup>[5]</sup>等通过对非圆形齿轮箱进行了模态和受力分析并进行了优化。上述研究对波纹板的力学特性、截面属性、局部和整体优化等方面做出了巨大贡献,但对波纹板的结构参数、约束位置和预变形对其性能影响方面,研究尚显不足。

本文选择3种典型波纹板作为设备箱体底板,从两种 不同分析角度出发,分别对两侧、两端和四周约束情况进 行仿真,得到波纹板性能最优的结构参数比值和约束条 件,并推导出了固有频率、均布力与波长、波幅和板厚等参 数的近似关系式,通过理论解对仿真结果进行了验证。

# 1 仿真计算

本文分别对 3 种典型波纹板的波长 l(波纹个数)和 波幅 H 按等差数列取值,对每种波长 l 和波幅 H 的组合分

**基金项目**:国家自然科学基金项目(51675446);国家自然科学基金联合基金项目(U1534209) 作者简介:杨龙(1993—),男,甘肃张掖人,硕士研究生,研究方向为车辆结构强度及可靠性。

别建立模型,与作为某地铁辅助逆变器模型的底板进行对 比研究。辅助逆变器要求一阶固有频率越大越好,至少> 10Hz,而底板对其刚度影响较大。希望通过改变辅助逆 变器波纹底板结构参数,找到底板最优的波长 *l* 和波幅 *H* 组合,使得箱体刚度达到最大,辅助逆变器有限元模型波 纹底板示意图如图 1 所示。



图 1 辅助逆变器有限元模型波纹底板示意图

波纹板采用的材料 Q345 的常规力学参数如表 1 所示。将波长、波幅、板厚、体积、质量作为变量分别从等厚 度和等质量两种分析角度出发进行仿真,波纹板结构参数 仿真组合类型如表 2 所示。

表 1	材料	<b>O345</b>	常规力学性能参数	
~~ I	1.1.1.1.1	QUTU.	〒ハレノフ丁LLIL 9 55	

参数	弹性模	密度	泊松比	屈服强	抗剪模
	量 <i>E/</i> MPa	ρ/kg	μ	度/MPa	量 <i>G/</i> MPa
取值	2.06e5	7 850	0.28	345	7.9e4

表 2	波纹板结构参数仿真组合类型				
仿真类型	定值	变量			
笙回由	H,h	l, V, M			
守序反	l,h	H, V, M			
华氏具	H, V, M	l,h			
守灰里	l, V, M	H,h			
注: l 为波长,h 为板厚,H 为波幅,V 为体积,M 为质量,板长为					
1 234 mm					

本文研究3种典型波纹板参数时,按等差数列取值,其 中波纹个数按公差为5个,第1项为5个波纹(*l*=124 mm), 等差取值,波幅按公差为5 mm,第1项为5 mm,等差取值,其 中正弦形波纹板波长和波幅参数组合如表3 所示。

表3 波纹板截面基本参数

Η l 5 8 11 14 17 20 23 5,20.7 8,20.7 11,20.7 14,20.7 17,20.7 20,20.7 23,20.7 20.7 24.8 5,24.8 8,24.8 11,24.8 14,24.8 17,24.8 20,24.8 23,24.8 31 5,31 8,31 11,31 14,31 17,31 20,31 23,31 41.3 5,41.3 8,41.3 11,41.3 14,41.3 17,41.3 20,41.3 23,41.3 62 5,62 8,62 11,62 14,62 17,62 20,62 23.62 5,124 8,124 11,124 14,124 17,124 20,124 124 23.124

以正弦形波纹板为例,表3中正弦形波纹板等波长 l=124mm,变波幅H的截面参数示意图如图2所示,等波 幅H=23mm,变波幅l的截面参数示意图如图3所示。



图 2 等波长 124,波幅 5~23, 正弦形波纹板截面示意图



图 3 等波幅 23,波长 20.67~124, 正弦形波纹板截面示意图

## 1.1 两侧约束

mm

对逆变器箱体不同结构参数的波纹底板采用两侧约 束进行仿真计算,正弦形波纹板两侧约束有限元模型如图 4 所示。



1) 等厚度仿真

对两侧约束的设备箱体波纹底板分别按照变波长等厚度等波幅和变波幅等厚度等波长两种情况进行仿真。

可见一阶固有频率随着波长的增大而增大,随着波幅的增 大而减小,当波长和波幅趋于0时一阶固有频率达到最 大。所以当板厚相同时,两侧约束的设备箱体宜采用平板 增加箱体刚度,其波长、波幅和一阶固有频率仿真结果如 图5所示。



图 5 两侧约束等厚度板波长、波幅和 一阶固有频率仿真结果

分析波长波幅比和一阶固有频率的关系,可见一阶固有 频率随着波长波幅比的增大而增大,当波长波幅比趋于无穷 时达到最大,即变为平板时达到最大。所以两侧约束时箱体 等厚度底板采用平板时刚度最大,其仿真曲线如图6所示。



2) 等质量仿真

对两侧约束的设备箱体波纹底板分别按照变波长等 质量等波幅和变波幅等质量等波长两种情况进行仿真,可 得一阶固有频率随着波长的增大而增大,随着波幅的增大 而减小。当波长和波幅趋于0时一阶固有频率达到最大, 所以当板质量相同时,两侧约束的设备箱体宜采用平板增 加箱体刚度。

由波长波幅比和一阶固有频率的关系,可得一阶固有 频率随着波长波幅比的增大而增大,当波长波幅比趋于无 穷(即平板)时达到最大,所以两侧约束时箱体等质量底 板采用平板时刚度最大。

### 1.2 两端和四周约束

与两侧约束类似,对逆变器箱体不同结构参数的波纹 底板采用两端约束进行仿真计算,得到等厚度和等质量仿 真时一阶固有频率均随着波长的增大基本保持不变,随着 波幅的增大而增大;一阶固有频率均随着波长波幅比的增 大而上下波动,当*l/H*=2.7、*R/l*=2.5 和*l/H*=5.4、*R/l*=5 时,一阶固有频率达到最大。

对逆变器箱体不同结构参数的波纹底板采用四周约 束进行仿真计算,得到等厚度和等质量仿真时一阶固有频 率均随着波长的增大而增大,随着波幅的增大而增大;一 阶固有频率均随着波长波幅比的增大而上下波动,当 *l/H*=5.4、*R/l*=5时,一阶固有频率达到最大。

# 1.3 动态特性

对辅助逆变器约束点施加冲击加速度功率谱,对四周 约束的参数为 *l/H*=5.4、*R/l*=5 的辅助逆变器箱体 3 种典 型波纹底板振动疲劳进行分析,得出 3 种典型波纹底板薄 弱位置的三向疲劳累积损伤和疲劳寿命如表 4 所示。

表 4 箱体 3 种典型波纹底板疲劳薄弱位置 总的损伤值和疲劳寿命

参数类型		疲劳累积损伤				
		锯齿形	梯形	正弦形	平板	
最小损伤值	等厚度	0.802	0.645	0.489	1.181	
	等质量	0.856	0.887	0.563	1.181	
寿命/h	等厚度	1.25e7	1.55e7	2.04e7	8.47e6	
	等质量	1.17e7	1.13e7	1.78e7	8.47e6	

由表4可得,波纹底板相对于平板疲劳损伤值明显减 小,疲劳寿命大大提高,所以优化波纹板结构参数可以大 大提升设备箱体的动态性能。

# 2 基本方程

## 2.1 固有频率特征关系式

波纹板的结构参数对其性能影响很大,其径向和切向 刚度差别很大,难以得到精确解,但可以利用各向异性的 圆平板来代替波纹板,给出波纹板固有频率近似表达式, 其线性和非线性固有频率近似表达式为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} \omega_{pi}^{2} = \frac{4(3\lambda - 1)(24\lambda^{4} + 50\lambda^{3} + 35\lambda^{2} + 10\lambda + 1)}{3p(4\lambda - 1)(2\lambda - 1)} \\ \omega_{ri}^{2} = \omega_{n1}^{2} \left[ 1 + \frac{3(1 + \mu)(23 - 9\mu)}{224} \left( \frac{y_{0}}{h} \right)^{2} \right] \end{cases}$$
(1)

式中: $\rho$  为波纹板每单位面积中的质量; $\lambda$  为波长, $\lambda = K'_1K'_2$ ;其中 $K'_1,K'_2$  为与波纹板周向有关的参数;h 为板 厚; $\mu$  为泊松比。

Анлреева, Л. Е.<sup>[7]</sup> 给出了与波纹板径向和周向相关 参数 *K*<sub>1</sub>、*K*<sub>2</sub>、*K*′<sub>2</sub> 的一般表达式:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{12}{h^2 l} \int_0^l \frac{z^2}{\cos\theta} dx + \frac{1}{l} \int_0^l \cos\theta dx \\ K_2 = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{\cos\theta} dx \\ K_2' = \frac{12}{h^2 l} \int_0^l \frac{z^2}{\cos\theta} dx + \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{\cos^3\theta} dx \end{cases}$$
(2)

式中: l 为波长; x 和z 为波纹板横截面坐标;  $\theta$  为径向截面 的切线倾斜角,  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K'_2$  为与波纹板切向有关的参数。

本文研究的锯齿形、梯形和正弦形波纹板均采用周边 夹紧固定,王新志<sup>[6]</sup>得到λ≈1,由此得到式(3)。3种典 型波纹板径向截面上的单个波纹分别如图 7 所示,结合式 (3),可推导获得 3 种典型波纹板参数  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K'_1$ 、 $K'_2$ 、 $\lambda$ 。

$$\begin{cases} \lambda \approx 1 \\ K'_1 \approx \frac{1}{K'_2} = \frac{1}{\frac{12}{h^2 l} \int_0^l \frac{z^2}{\cos\theta} dx + \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{\cos^3\theta} dx} \end{cases} (3)$$

1)锯齿形波纹板



#### 图 7 锯齿形波纹板径向截面单个波纹示意图

将图 7 中锯齿形波纹板径向截面参数代入式(2)、式(3),可得式(4)。

$$\begin{cases} K_{1} = \frac{H^{2}}{h^{2} \cos \theta_{0}} + \cos \theta_{0} \\ K_{2} = \frac{1}{\cos \theta_{0}} \\ K'_{2} = \frac{H^{2}}{h^{2} \cos \theta_{0}} + \frac{1}{\cos^{3} \theta_{0}} \\ K'_{1} = \frac{h^{2} \cos^{3} \theta_{0}}{4H^{2} \cos^{2} \theta_{0} + h^{2}} \\ \lambda_{1} = \frac{H^{2} \cos^{2} \theta_{0} + h^{2}}{4H^{2} \cos^{2} \theta_{0} + h^{2}} \end{cases}$$
(4)

将式(4)带入式(1),得到锯齿形波纹板线性和非线 性固有频率近似值可表示为:

$$\begin{cases} \omega_{p1}^{2} = \frac{4(2H^{2}\cos^{2}\theta_{0} + h^{2})(8H^{2}\cos^{2}\theta_{0} + 5h^{2})(5H^{2}\cos^{2}\theta_{0} + 2h^{2})}{3\rho h^{2} (4H^{2}\cos^{2}\theta_{0} + h^{2})^{3} (2H^{2}\cos^{2}\theta_{0} - h^{2})} + \\ \frac{(7H^{2}\cos^{2}\theta_{0} + 4h^{2})(H^{2}\cos^{2}\theta_{0} - 2h^{2})}{3\rho h^{2} (4H^{2}\cos^{2}\theta_{0} + h^{2})^{3} (2H^{2}\cos^{2}\theta_{0} - h^{2})} \\ \omega_{r1}^{2} = \omega_{p1}^{2} \left[ 1 + \frac{3(1+\mu)(23-9\mu)}{224} \left( \frac{y_{0}}{h} \right)^{2} \right] \end{cases}$$
(5)

式中:H为波幅; $\cos\theta_0 = l/\sqrt{4H^2 + l^2}$ 。 2)梯形波纹板



图 8 梯形波纹板径向截面单个波纹示意图

将图 8 中梯形波纹板径向截面参数代入式(2)、式(3),可得式(6)。

$$\begin{cases} K_{1} = \frac{H^{2}}{h^{2}l} \left( \frac{l-2a}{\cos\theta_{0}} + 6a \right) + \left( 1 - \frac{2a}{l} \right) \cos\theta_{0} + \frac{2a}{l} \\ K_{2} = \frac{1}{l} \left( \frac{l-2a}{\cos\theta_{0}} + 2a \right) \\ K_{2} = \frac{H^{2}}{h^{2}l} \left( \frac{l-2a}{\cos\theta_{0}} + 6a \right) + \frac{1}{l} \left( \frac{l-2a}{\cos^{3}\theta_{0}} + 2a \right) \\ K_{1}' = \frac{2h^{2}l\cos^{3}\theta_{0}}{h^{2}l + H^{2}l\cos^{2}\theta_{0} + 4H^{2}a\cos^{2}\theta_{0}} \\ \lambda_{2} = \frac{2(h^{2}l-2ah^{2} + f_{1} - 2H^{2}a\cos^{2}\theta_{0} + 6H^{2}a\cos^{3}\theta_{0} + 2ah^{2}\cos^{3}\theta_{0})}{h^{2}l + f_{1} + 4H^{2}a\cos^{2}\theta_{0}} \\ \overline{\mathcal{R}}_{1}' \overrightarrow{\Psi} : \cos\theta_{0} = \frac{l-2a}{\sqrt{(l-2a)^{2} + 4H^{2}}}; f_{1} = H^{2}l\cos^{2}\theta_{0} \circ \end{cases}$$
(6)

将式(6)带入式(1),可得梯形波纹板线性和非线性 固有频率近似值表达式:

$$\begin{cases} \omega_{\rho_2}^2 = \frac{4(3\lambda_2 - 1)(24\lambda_2^4 + 50\lambda_2^3 + 35\lambda_2^2 + 10\lambda_2 + 1)}{3\rho(4\lambda_2 - 1)(2\lambda_2 - 1)} \\ \omega_{\rho_2}^2 = \omega_{\rho_2}^2 \left[ 1 + \frac{3(1 + \mu)(23 - 9\mu)}{224} \left( \frac{y_0}{h} \right)^2 \right] \end{cases}$$
(7)

3) 正弦形波纹板



#### 图 9 正弦形波纹板径向截面单个波纹示意图

将图 9 中正弦形波纹板径向截面参数代入式(2)、式(3),可得式(8)。

$$\begin{cases} K_{1} = 1 + \frac{3H^{2}}{2h^{2}} + \frac{\pi^{2}H^{2}}{4l^{2}} \left( \frac{3H^{2}}{4h^{2}} - 1 \right) \\ K_{2} = 1 + \frac{\pi^{2}H^{2}}{4l^{2}} \\ K_{2}' = 1 + \frac{3H^{2}}{2h^{2}} + \frac{3\pi^{2}H^{2}}{4l^{2}} \left( 1 + \frac{H^{2}}{4h^{2}} \right) \\ K_{1}' = \frac{1.6 \times 10^{9}l^{6}h^{2}}{(37\ 011H^{4} + f_{4} + f_{3} + f_{2})(37\ 011H^{4} + f_{4} + f_{3} + f_{2} - 2 \times 10^{4}l^{2})} \end{cases}$$
(8)

 $\left[ \lambda_3 = \frac{8 \times 10^4 l^4}{H^2 (37\ 011 H^2 + 3 \times 10^4 l^2 + 148\ 044 h^2) + 2 \times 10^4 l^2 (h^2 + 1)} \right]$  $\vec{x} \div : f_2 = 2 \times 10^4 l^2 h^2; f_3 = 148\ 044 H^2 h^2; f_4 = 3 \times 10^4 H^2 l^2_{\circ}$ 

将式(8)带入式(1),可得正弦形波纹板线性和非线 性固有频率近似表达式:

$$\begin{cases} \omega_{p3}^{2} = \frac{4(3\lambda_{3}-1)(24\lambda_{3}^{4}+50\lambda_{3}^{3}+35\lambda_{3}^{2}+10\lambda_{3}+1)}{3\rho(4\lambda_{3}-1)(2\lambda_{3}-1)} \\ \omega_{r3}^{2} = \omega_{p3}^{2} \left[1 + \frac{3(1+\mu)(23-9\mu)}{224} \left(\frac{y_{0}}{h}\right)^{2}\right] \end{cases}$$
(9)

# 2.2 均布力特征关系式

对于波纹板采用周边夹紧固定的情况,刘人怀<sup>[8]</sup>采

用修正迭代法求解出了波纹圆板的二次近似特征关系式:  $q=m_{2}(h^{2}\omega_{0}+m_{3}+m_{4}-m_{5}-m_{6}\omega_{0}^{3})$  (10)

式中: $m_3$ 、 $m_4$ 、 $m_5$ 、 $m_6$ 、 $m_7$ 为关于 $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K'_2$ 、h、D的函数;  $\omega_0$ 为中面挠度;抗弯刚度 $D = \frac{EK_1K'_2h^3}{12(K_1K'_2 - \mu^2)}$ 。

以 H=17 mm, l=31 mm, R=310 mm(R 为波纹板半径) 的正弦形波纹板为例,将基本参数带入式(8)和式(10), 计算得到该参数结构下的均布力特征关系如式(11)所 示。正弦形波纹板的其他参数组合以及锯齿形和梯形波 纹板的各种参数组合模型的均布力特征关系式均可以利 用式(4)、式(6)、式(8)和式(10)计算得到。

$$q = 0.052 \ 5\omega_0 + 0.003 \ 31\omega_0^3 \tag{11}$$

# **3** 模型验证

### 3.1 固有频率特征关系验证

根据仿真得到的波纹板采用四周约束时,参数为 H= 17 mm,l=31 mm,R=310 mm 的波纹板各阶固有频率值,绘制出 的各板固有频率仿真曲线。根据 3 种典型波纹板各结构参数 下的固有频率理论公式(5)、式(7)和式(9)绘制出各板的固有 频率理论曲线,正弦形仿真和理论关系对比如图 10 所示。



从图 10 中可以看出,正弦形波纹板的固有频率仿真 值和理论特征关系值近似程度较高,其他两种板也类似; 验证了理论特征关系的合理性,可以认为四周约束的波纹 板结构参数为 *l*/*H*=5.4、*R*/*l*=5 时,波纹板性能最好。

## 3.2 均布力特征关系验证

根据仿真得到的波纹板采用四周约束,参数为 H= 17 mm、l=31 mm、R=310 mm 的波纹板的中心挠度值和中 心节点对应的应力值,绘制出的各板的均布力仿真曲线。 根据均布力理论公式(10) 推导出 3 种典型波纹板各结构 参数下的均布力理论公式,并绘制出各板的均布力理论曲 线。正弦形波纹板的仿真和理论关系对比如图 11 所示。

从图 11 中可以看出,正弦形波纹板的均布力仿真值 和理论特征关系值近似程度较高,其他两种板也类似;验 证了理论特征关系的有效性,可以认为四周约束的波纹板 结构参数为 *l/H*=5.4、*R/l*=5 时,波纹板性能最好。

# 4 结语

分别从等厚度和等质量两种分析角度出发,对3种典



型波纹板结构参数、约束位置和预变形对波纹板性能的影响进行了对比研究,获得了最佳结构参数组合、约束位置, 并用特征关系式验证了仿真结果的合理性,可为轨道车辆 设备箱体波纹底板的选择提供依据,具体结论如下:

 1) 波纹板采用两侧约束时,波长波幅比趋于无穷时 一阶固有频率达到最大,即变为平板时达到最大,结论是 采用两侧约束的设备箱体底板宜选用平板结构。

2) 波纹板采用两端约束时,波纹板参数满足 *l/H*= 2.7、*R/l*=2.5或 *l/H*=5.4、*R/l*=5时,一阶固有频率达到最 大,性能最好。

3) 波纹板采用四周约束时,当波长、波幅和波纹板半 径满足 *l/H*=5.4、*R/l*=5 时,一阶固有频率达到最大,性能 最好。

4) 设备箱体采用波纹底板时动态性能大大提升。

5)利用波纹板的固有频率近似关系式和均布力近似 特征关系式对仿真结果进行验证,二者较为吻合,验证了 仿真的合理性。

#### 参考文献:

- G. J. Hua, Y. Shen, D. Zhao, et al. Experimental and Numerical Analysis of the Edge Effect for Corrugated and Honeycomb Fiberboard [J]. Strength of Materials, 2017, 49(1):188-197.
- [2] Jianxun Zhang , Qinghua Qin, T. J. Wang. Compressive strengths and dynamic response of corrugated metal sandwich plates with unfilled and foam-filled sinusoidal plate cores[J]. Acta Mechanica, 2013, 224(4):759-775.
- [3] Wang, Dongmei. Energy Absorption Diagrams of Multi-layer Corrugated Boards[J]. 武汉理工大学学报(材料科学英文版), 2010, 25(1):58-61.
- [4] 苏宁,韩静涛. 波纹板截面属性的计算方法[J]. 锻压技术, 2016,41(11):164-168.
- [5] 刘永平,县喜龙.一种非圆齿轮箱的结构设计与模态分析[J].机械制造与自动化,2016,45(3):55-57.
- [6] 王新志,王林祥,胡小方.波纹圆薄板的非线性振动[J].甘 肃工业大学学报,1986(4):32-42.
- [7] Анлреева, Л. Е. Расчёт гоФрированных Мембран, как анизотропных пластинок, Инженерный Сборник [ M ]. Том XXi, 1955.
- [8] 刘人怀. 波纹圆板的特征关系式[J]. 力学学报,1978(1):47-52.

收稿日期:2018-03-21