DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2021.01.038

# 基于内聚力模型的轮盘破裂转速预测方法研究

黄红梅1,赵凯1,贾文斌1,潘磊1,方磊1,周柏卓2

(1. 南京航空航天大学 江苏省航空动力系统重点实验室,江苏 南京 210016;2. 中国航空发动机集团 沈阳发动机设计研究所,辽宁 沈阳 110015)

摘 要:基于双线性内聚力模型研究含初始径向裂纹的轮盘破裂转速。该模型用于模拟含初 始裂纹的轮盘裂纹扩展过程,并预测轮盘的破裂转速。内聚力模型通过高强度钢 4340 轮盘验 证,其预测的破裂转速与试验值相比误差为 2.51%;将内聚力模型应用于 GH4169 高温合金轮 盘。结果表明:随着初始径向裂纹尺寸的增加,破裂转速下降,预测的破裂转速与理论解相比 误差均<4%。

关键词:航空发动机;张力位移关系;内聚力模型;旋转轮盘;破裂转速 中图分类号:V231.91 文献标识码:B 文章编号:1671-5276(2021)01-0147-05

#### Study on Burst Speed of Rotating Disks Based on Cohesive Zone Model

HUANG Hongmei<sup>1</sup>, ZHAO Kai<sup>1</sup>, JIA Wenbin<sup>1</sup>, PAN Lei<sup>1</sup>, FANG Lei<sup>1</sup>, ZHOU Baizhuo<sup>2</sup>

(1. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Shenyang Aeroengine Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110005, China)

Abstract:Based on the bilinear cohesive zone model, the burst speed of the disk with initial radial cracks was studied. By the model, the simulation of the crack propagation process of the disk with initial cracks was adopted and predication of the burst speed of the disk was made. The cohesive zone model was verified by a high-strength 4340 disk, and the error of its predicted burst speed was performed 2.51% compared with the experimental value. The cohesive zone model was applied to GH4169. The results show that as the initial radial crack size increases, the rupture speed decreases, and the predicted rupture speed is less than 4% compared with the theoretical solution.

Keywords: aircraft engine; traction separation law; cohesive zone model; rotating disks; burst speed

## 0 引言

航空发动机的核心部件,如压气机盘和涡轮盘的可靠 性直接影响飞行器的安全。由于压气机盘和涡轮盘承受 复杂的载荷,即使在满足静强度要求的条件下,也会发生 疲劳失效以至破裂。因此,研究轮盘的破裂转速对预测压 气机盘和涡轮盘的破裂转速具有重要意义。

断裂力学是研究结构和材料失效的一门学科,但传统 断裂力学不适用于大范围屈服构件或整体屈服构件。近 年来,基于弹塑性断裂力学的内聚力模型(cohesive zone model,CZM)因其模拟裂纹扩展简单且有效而广泛应用。 内聚力模型的概念由 BARENBLATT G I<sup>[1-2]</sup>提出,并考虑 了脆性材料的有限强度。DUGDALE D S<sup>[3]</sup>将内聚力模型 用于研究裂纹尖端的屈服及塑性区的尺寸。 HILLERBORG A等<sup>[4]</sup>率先将内聚力模型用于研究混凝土 材料的断裂过程。内聚力模型常常用于模拟事先已知裂 纹路径的裂纹扩展过程<sup>[2-3]</sup>。广泛使用的内聚力模型有 双线性内聚力模型(bilinear cohesive zone model)<sup>[5]</sup>、梯形 内聚力模型(trapezoidal cohesive zone model)<sup>[6]</sup>、光滑梯形 内聚力模型(softening trapezoidal cohesive zone model)<sup>[7]</sup>、 指数内聚力模型(exponential cohesive zone model)<sup>[8]</sup>、多项 式内聚力模型(polynomial cohesive zone model)<sup>[9]</sup>等。内 聚力模型已成功用于研究各种材料的裂纹扩展,如复合材 料<sup>[10]</sup>、非均质材料<sup>[11]</sup>、沥青混凝土<sup>[12]</sup>及粘接界面<sup>[13]</sup>等。

BERT C W 和 PAUL T K<sup>[14]</sup>基于平面弹性理论研究轮 盘破裂转速时,未考虑裂纹扩展的影响。本文以含径向初 始裂纹的轮盘为研究对象,引入内聚力模型模拟轮盘的裂 纹扩展过程并预测破裂转速,验证内聚力模型的有效性。

#### 1 旋转轮盘破裂转速理论解

BERT C W 和 PAUL T K 将旋转轮盘问题简化为二维 平面弹性问题,推导了含初始径向裂纹旋转轮盘上的应力 分布如下:

$$\sigma_r = \left(2Ar - \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right)\cos\theta - \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2$$
$$\sigma_\theta = \left(6Ar + \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right)\cos\theta - \frac{1+3\nu}{8}\rho\omega^2 r^2$$

第一作者简介:黄红梅(1994—),女,四川眉山人,硕士研究生,研究方向为结构强度。

$$\tau_{r\theta} = \left(2Ar - \frac{2B}{r^3} + \frac{D}{r}\right)\sin\theta$$
$$\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\sigma_r - \sigma_{\theta}\right)^2 + \sigma_r^2 + \sigma_{\theta}^2 + 6\tau^2\right]} (1)$$

式中: $\sigma_r$ 、 $\sigma_{\theta}$ 、 $\tau_{r\theta}$ 、 $\sigma_{eff}$ 分别为径向应力、周向应力、切向 应力和 Mises 应力; $\rho$ 为密度; $\omega$ 为转速;r、 $\theta$ 分别为极坐 标下的极径与极角;A、B、D为常数项,由下列边界条件求 得:

1)  $\int_{r_1}^{r_2} \sigma_{\theta} r dr = -M;$ 2) 当  $\theta = 0$ 时,  $\int_a^b \sigma_{\theta} dr = -P;$ 

3) 当 $r = r_2$ 时,  $\tau_{r\theta} = 0_{\circ}$ 

由公式(1)、边界条件2)可求出等效载荷 P。应力强 度因子的表达式如下:

$$K_{0} = \frac{P}{tW^{1/2}} \left[ 3\frac{X}{W} + 1.9 + 1.1\frac{a}{W} \right] \times \left[ 1.0 + 0.25 \left( 1.0 - \frac{a}{W} \right)^{2} \left( 1.0 - \frac{r_{1}}{r_{2}} \right) \right] f\left(\frac{a}{W}\right)$$
(2)

其中 $f\left(\frac{u}{W}\right)$ 的表达式如下:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{\left(\frac{a}{W}\right)^{1/2}}{\left(1.0 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} \times$$

$$\left[3.74 - 6.30\frac{a}{W} + 6.32\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 2.43\left(\frac{a}{W}\right)^3\right]$$
(3)

K<sub>Q</sub>可由材料的断裂韧度 K<sub>IC</sub>代替,其余参数如图 1 所示。根据等效载荷 P 估算力矩 M:

$$M = P(r_1 + r_2) / 2 \tag{4}$$



随着轮盘转速增加,轮盘上的 Mises 应力增加,当 Mises应力最大值达到屈服极限  $\sigma_{ut}$ 时,对应转速即为破裂 转速。图 2 所示为轮盘内径处的应力分布曲线。随着  $\theta$  值的增加, Mises 应力先增加后减小,当  $\theta = 90^{\circ}$ 时, Mises 应力达到最大值。

## 2 内聚力模型

对于弹塑性材料,使用梯形内聚力模型可有效描述其 本构关系,但梯形内聚力模型计算收敛困难,故本文采用



简单有效的双线性内聚力模型。

 $t_n$ 

内聚力是描述物质原子或分子之间的相互作用力。 内聚力模型实质是将材料的应力-应变曲线用牵引力-张 开位移曲线来替代,如图3所示,具体关系见式(5)。



 $\left\{\frac{t_n^0}{\delta_n^0}\delta\qquad \delta < \delta_n^0\right\}$ 

$$= \begin{cases} t_n^0 \frac{\delta_n^{f} - \delta}{\delta_n^{f} - \delta_n^0} & \delta_n^0 \leq \delta \leq \delta_n^{f} \\ 0 & \delta > \delta_n^{f} \end{cases}$$
(5)

式中: *t*<sub>n</sub> 为法向应力; *t*<sup>0</sup> 为最大法向应力,即内聚力强度。 上升段斜率为内聚力刚度。断裂能等于张力与张开位移 曲线下的面积,则法向断裂能的临界值,即内聚能为

$$\phi_{n}^{c} = \frac{1}{2} t_{n}^{0} \cdot \delta_{n}^{f}$$
(6)

双线性内聚力模型描述裂纹萌生至扩展可以分成 3 个阶段(图 3):

a) 线弹性阶段( $0 < \delta < \delta_n^0$ ): 张力随张开位移增加而 增加;

b) 损伤演化阶段( $\delta_n^0 \leq \delta \leq \delta_n^f$ ): 张力随张开位移增 加反而下降, 直到张力减小至 0;

c)裂纹扩展阶段( $\delta > \delta_n^f$ ):随着张开位移增加,张力 仍为 0,此时该处材料处于完全开裂状态。

内聚力模型的张力位移关系及其特征参数可通过理 论、实验和计算获得。例如, SQRENSEN B F 与 JACOBSEN T K<sup>[16]</sup>采用J 积分法得到了双层悬臂梁试件 的张力位移关系。一般而言,双线性内聚力模型参数可初 步确定如下:1)内聚力刚度应大于材料弹性模量;2)内聚 力强度取材料的屈服极限;3)内聚能等于J 积分或根据断 裂韧度确定。

# 3 内聚力模型验证

针对 SAKATA M 等人<sup>[17]</sup>研究的 4340 高强度钢轮盘, 根据基于内聚力模型的轮盘破裂转速预测方法,利用有限 元软件 ABAQUS 预测破裂转速。

轮盘几何尺寸:内径为30mm,外径为150mm,初始径向裂纹尺寸为*a*,外径与内径之差为*W*,且*a*/*W*=0.2,轮盘几何模型示意图如图4所示。



图 4 旋转轮盘几何模型

材料参数:断裂韧度  $K_{\rm IC} = 160 \,\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}^{[14]}}; 密度\rho =$ 7 850 kg·m<sup>-3 [14]</sup>;屈服强度  $\sigma_{\rm ut} = 637 \,\mathrm{MPa}^{[18]};$ 泊松比  $\nu =$ 0.295<sup>[18]</sup>;弹性模量  $E = 209 \,\mathrm{GPa}^{[18]}$ 。内聚力模型特征参数 见表 1,其中内聚能由下式得到:

$$G_{\rm IC} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( K_{\rm IC} \right)^2$$
(7)

表1 4340 内聚力模型特征参数

内聚力刚度/GPa	内聚力强度/MPa	内聚能/(kJ/m²)
209	637	111

有限元模型:旋转轮盘的单元类型为四节点平面应变 减缩积分单元(CPE4R),采用自由网格划分技术。此外, 在初始径向裂纹沿径向布置一层二维四节点内聚力单元 (COH2D4),其中初始裂纹扩展路径上采用四边形扫掠网 格,指定扫掠方向沿内聚力单元厚度方向。有限元网格局 部加密区域的网格尺寸,由下列公式确定:

内聚力区长度 l<sub>cg</sub><sup>[19]</sup>:

$$l_{\rm ez} = ME \frac{G_{\rm IC}}{(t_{\rm p}^{0})^{2}}$$
(8)

式中: E 为材料的弹性模量; G<sub>IC</sub> 为内聚能; t<sup>0</sup><sub>n</sub> 为内聚力强 度; M 为常数,取决于内聚力模型的类型。内聚力区内的 单元数 N<sub>e</sub> 为:

$$N_{\rm e} = \frac{l_{\rm cz}}{l_{\rm e}} \tag{9}$$

式中 l<sub>e</sub> 为内聚力单元长度。

J 积分随单元尺寸变化的关系曲线如图 5 所示,当单 元尺寸<0.02 mm 时,J 积分趋于常数。因此,单元尺寸选 为 0.02 mm。

有限元网格示意图如图 6 所示, 划分了 62311 个四节



图 5 J 积分与内聚力单元长度关系曲线

点平面应变减缩积分单元、4800个二维四节点内聚力 单元。



图 6 旋转轮盘有限元模型(4340 钢)

施加载荷约束:为保证裂纹完全扩展,首先施加一个 较高转速,旋转轮盘的角速度为 38 197 r/min。

预测破裂转速:若裂纹扩展至轮盘外边界(图7),则 轮盘破裂,此时对应的转速即为破裂转速。与文献[17] 中实验获得的破裂转速相比,理论解的相对误差为 0.65%,内聚力解的相对误差为2.51%,如表2所示。



图 7 旋转轮盘 Mises 应力云图

表 2 3	轮盘破裂转速对比
-------	----------

参数	破裂转速/(r/min)	相对误差/%
实验值	23 020	—
理论解	22 870	0.65
内聚力解	22 100	2.51

# 4 内聚力模型应用

#### 4.1 有限元计算

本节讨论基于内聚力模型的 GH4169 轮盘的破裂转 速预测。破裂转速计算步骤如下:

1) 轮盘几何模型:内径为 25 mm,外径为 100 mm,初 始径向裂纹尺寸为 0.5 mm~2.5 mm。

2) 定义材料参数:旋转轮盘材料为 GH4169,具体材 料 参 数 如 下<sup>[20]</sup>:密度为 8240 kg/m<sup>3</sup>;弹性模量为 162.0 GPa;泊松比为 0.330;屈服极限为 976 MPa;强度极 限为 1210 MPa;J 积分为 45 kJ/m<sup>2</sup>。根据旋转轮盘材料参 数,内聚力模型特征参数如表 3 所示。

表 3	GH4169	内聚力模型特征参数
10.5	011710/	门旅灯法主门证乡奴

内聚力刚度/GPa	内聚力强度/MPa	内聚能/(kJ/m <sup>2</sup> )
200	976	45

3) 旋转轮盘划分了 49049 个四节点平面应变减缩积 分单元(CPE4R)、3725 个二维四节点内聚力单元 (COH2D4)如图 8 所示。

4) 施加载荷约束:旋转轮盘的角速度为ω = 57296
 r/min,内边界上无约束。



## 4.2 有限元结果及分析

由图9可知,旋转轮盘的破裂转速随初始径向裂纹尺 寸增加而减小,且内聚力解相对于理论解误差在4%以 内。理论解均高于内聚力解,这是因为内聚力解模拟了裂 纹扩展。



#### 4.3 内聚力模型的参数影响

内聚力刚度与内聚力强度控制内聚力单元的线弹性 阶段与损伤起始点,内聚能确定内聚力单元的失效。内聚 力模型的3个特征参数数量级相差较大,故考虑破裂转速 与3个参数变化百分比关系,如图10所示,破裂转速随内 聚力刚度、内聚力强度和内聚能增加而增加。内聚力强度 的变化对破裂转速影响最大。



内聚能百分比关系曲线

## 5 结语

基于双线性内聚力模型研究含初始径向裂纹的轮盘破裂转速。该模型用于模拟含初始裂纹的轮盘裂纹扩展过程,并预测轮盘的破裂转速。内聚力模型通过高强度钢4340轮盘验证,其预测的破裂转速与实验值相比误差为2.51%。

2)将内聚力模型应用于 GH4169 高温合金轮盘。结果表明:随着初始径向裂纹尺寸的增加,破裂转速下降;预测的破裂转速与理论解相比误差均<4%。</p>

3)内聚力模型中的内聚力强度参数对破裂转速影响 最大。因此,合理选择内聚力模型中的强度特征参数可以 提高模拟结果的准确性。

#### 参考文献:

- BARENBLATT G I. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks [ J ]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1959, 23(3): 622-636.
- [2] BARENBLATT G I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture [J]. Advances in Applied Mechanics, 1962, 7: 55-129.
- [3] DUGDALE D S. Yielding of steel sheets containing slits [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1960, 8(2): 100-104.
- [4] HILLERBORG A, MODÉER M, PETERSSON P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773-781.
- [5] CAMACHO G T, ORTIZ M. Computational modelling of impact damage in brittle materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 1996, 33(20/21/22): 2899-2938.

- ・信息技术・
- [6] TVERGAARD V, HUTCHINSON J W. Mode III effects on interface delamination [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2008, 56(1): 215-229.
- [7] SCHEIDER I, BROCKS W. Simulation of cup-cone fracture using the cohesive model[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(14): 1943-1961.
- [8] NEEDLEMAN A. An analysis of decohesion along an imperfect interface[J]. International Journal of Fracture, 1990, 42(1): 21-40.
- [9] NEEDLEMAN A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding [J]. Journal of Applied Mechanics, 1987, 54(3):525-531.
- [10] 王晓强. 基于内聚力模型的复合材料拉伸性能细观有限元 分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.
- [11] 靳国辉. 基于内聚力模型非均质材料损伤与失效的数值研 究[D]. 杭州:浙江工业大学, 2015.
- [12] 郭江, 董刚. 基于内聚力模型的沥青混凝土低温断裂模拟
   [J]. 佳木斯大学学报(自然科学版), 2016, 34(4): 517-519, 543.
- [13] 张军, 贾宏, 田阳. 粘接界面弹塑性内聚力模型子程序开发[J]. 郑州大学学报(工学版), 2014, 35(1): 77-80.
- [14] BERT C W, PAUL T K. Failure analysis of rotating disks[J].

International Journal of Solids and Structures, 1995, 32(8/9): 1307-1318.

- [15] SATO Y, NAGAI F. Influence of Coriolis' force on the burst of rotating disc of cast iron [M]. National Aerospace Laboratory, 1963.
- [16] SØRENSEN B F, JACOBSEN T K. Determination of cohesive laws by the J integral approach [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(14): 1841-1858.
- [17] SAKATA M, AOKI S, KISHIMOTO K, et al. Crack growth and instable fracture of rotating disks [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1985, 107(2): 154-160.
- [18] 夏恭忱, 石玉珍. 中国航空材料手册: 第1卷[M]. 北京: 中国标准出版社, 1988: 300-301.
- [19] TURON A, DÁVILA C G, CAMANHO P P, et al. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2007, 74(10): 1665-1682.
- [20] 航空发动机设计用材料数据手册编委会. 航空发动机设计 用材料数据手册 第四册[M]. 北京: 航空工业出版社, 2010.

<u>.</u>

(上接第 101 页)



(c)  $N_{\rm IF}=1$ 

图 7 不同噪声强度下第 8 阶模态去噪效果图

## 3 结语

本文研究了 RAT 矩函数对三维曲面结构的模态振型

描述能力,并且进一步研究了 RAT 矩函数的去噪效果,得 到以下结论:

1) 证明了使用 RAT 矩函数能够精确地描述三维曲 面结构的模态振型,对进一步将 RAT 矩用于三维曲面结 构的模型修正有重要的意义。

2)验证了 RAT 矩函数的去噪能力,结果显示在各个 噪声强度下利用 RAT 矩函数重构模态振型的去噪效果都 十分明显,若将其应用在工程中能有效地解决试验过程中 噪声影响的问题,具有一定的工程意义。

#### 参考文献:

- TEAGUE M R. Image analysis via the general theory of moments [J]. Journal of the Optical Society of America, 1980, 70(8):920.
- [2] MUKUNDAN R, ONG S H, LEE P A. Image analysis by Tchebichef moments [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001,10(9):1357-1364.
- [3] 王耀明. Tchebichef 矩及其在图像重建中的应用[J]. 上海电机学院学报,2007,10(1):42-44.
- [4] 曾亚未,臧朝平,王晓伟. 基于矩函数的某航空发动机机匣的 振型描述及模型确认[C]//上海:中国力学大会-2015 论文 集,2015:346.
- [5] 马健,臧朝平. 轴对称结构模态振型的径轴向切比雪夫矩函数描述方法[J]. 噪声与振动控制,2018,38(增刊1):138-142.
- [6] ZHANG Hao. Mode shape description of three demensional curved stucture by radial axial tchebichef moments[C]. Nanjing: The 7th International Academic Conference for Graduates, 2019.

收稿日期:2019-12-20

收稿日期:2019-12-16