DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2021.01.020

频率依赖性黏弹性复合板动力学特性计算方法

殷啸宇,齐鸣瑞

(南京航空航天大学能源与动力学院,江苏南京 210016)

摘 要:将涂覆黏弹性阻尼的压气机叶片简化为考虑频率依赖性的黏弹性复合板,基于经典模态应变能法推导了一种修正的模态应变能法,用于黏弹性复合板的损耗因子计算。设计了一种基于修正模态应变能法的迭代求解方法,通过算例分别使用该计算方法与复特征值迭代法 计算考虑频率依赖性的黏弹性复合板动力学特性。结果表明:基于修正模态应变能法的迭代 求解方法在提高运算效率的同时,能够准确地计算出频率依赖性黏弹性复合板的动力学特性。 关键词:黏弹性材料;修正模态应变能法;频率依赖性;动力学特性 中图分类号:TH123 文献标志码:A 文章编号:1671-5276(2021)01-0078-04

Calculation Method of Frequency–Dependent Viscoelastic Composite Plate Dynamic Characteristics

YIN Xiaoyu, QI Mingrui

(College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China) Abstract: The compressor blade coated with viscoelastic damping was simplified as a viscoelastic composite plate concerning frequency dependence. Based on the classical modal strain energy method, a modified modal strain energy method was derived for calculating the loss factor of viscoelastic composite plates. Furthermore, an iterative solution method based on the modified modal strain energy method was developed, by which and with the combination of the complex eigenvalue iterative method, calculations on the dynamic characteristics of the viscoelastic composite plate related to frequency dependence were worked out. The results show that the iterative solution method on the basis of the modified modal strain energy method can accurately calculate the dynamic characteristics of the viscoelastic composite plate concerning frequency dependence and improve computing efficiency as well. **Keywords**: viscoelastic material; modified modal strain energy method; frequency dependence; dynamic characteristics

0 引言

循环载荷引发的疲劳失效是航空发动机压气机叶片 产生故障失效的主要原因^[1]。为了有效抑制航空发动机 压气机叶片的振动,国内外许多学者对压气机叶片的减振 方法进行了大量的研究^[2-3]。最为有效的方法是在压气 机叶片表面涂覆一层或多层阻尼材料^[4-5],其中黏弹性阻 尼材料减振效果好而且价格低廉,是一种经济有效的减振 手段。

将黏弹性阻尼材料应用于阻尼复合结构,结构的固有 频率与损耗因子是结构动力特性和减振耗能性能的两个 重要指标,国内外学者对此展开了广泛且深入的讨 论^[6-7]。RAODK^[8]首先提出了在复杂边界条件下复合 夹层梁的频率阶损耗因子的理论求解方法; RIKARDSR^[9]等采取复模量模型对材料特性进行描述; 任志刚等^[10]在考虑黏弹性材料弹性模量频率依赖性的基 础上采用复模量模型对材料进行拟合,并提出用迭代的经 典模态应变能法与迭代的复特征值法求解复合结构固有 频率与模态损耗因子;孙伟等^[11]采用特征向量增值法对 复特征值法进行了改进计算;伍先俊^[12]基于模态应能法 给出了求解复杂结构阻尼的有限元计算方法; 邹万杰 等^[13]采用一般积分形式黏弹性阻尼器微积分方程组建立 了结构运动方程,并使用模态应变能法将其解耦,进而采 用传递矩阵法进行求解,获得了结构响应解析表达式。

综上,对于考虑频率依赖性的黏弹性复合结构,可使 用复特征值迭代法进行动力学特性的计算,但计算量较 大。也可采用模态应变能迭代法,模态应变能迭代法虽不 如复特征值迭代法精确,但在满足工程应用的误差允许范 围内,具有更高的计算效率。本文将涂覆黏弹性涂层的压 气机叶片简化为考虑频率依赖性的黏弹性复合板,基于经 典模态应变能法提出了一种修正的模态应变能法,推导出 考虑频率依赖性的黏弹性复合板的求解算法,即一种基于 修正模态应变能法的迭代求解方法,对具有频率依赖性的 黏弹性复合板进行了动力学特性分析。

1 修正模态应变能法原理

由模态应变能法得出了一种使用实特征向量求解阻 尼系统损耗因子的近似方法,极大地提高了运算效率并且 其运算过程可以很容易地通过大型商业有限元软件实现。 然而对经典模态应变能法的计算公式进行分析后不难发

第一作者简介:殷啸宇(1995—),男,江苏泰州人,硕士研究生,研究方向为动力机械及工程。

)

现,经典模态应变能法采用无阻尼系统实特征向量替代阻 尼系统复特征向量,这是由于没有将刚度矩阵的虚部考虑 进去,即没有考虑阻尼刚度矩阵[K_I],这样会在一定程度 上导致误差的出现。本文推导了一种修正的模态应变能 法,其核心思想是通过加权阻尼刚度矩阵对无阻尼系统的 模态振型进行修正,修正后的特征方程为;

$$([K_R] + \beta[K_I]) \{ \overline{\varphi} \} = \overline{\omega}^2 (1 + \beta \eta) [M] \{ \overline{\varphi} \}$$
(1)
其中 β 为修正系数,其计算方法如下:

$$\beta = \frac{\operatorname{trace}[K_I]}{\operatorname{trace}[K_P]} \tag{2}$$

通过观察式(1)不难发现,经典模态应变能法是该修 正模态应变能法的一种特殊情况,即当修正系数 $\beta=0$ 时,

 $\{\overline{\boldsymbol{\varphi}}\} = \{\boldsymbol{\varphi}\}_{\circ}$

采用修正模态应变能法时,其结构模态损耗因子定义为

$$\overline{\eta} = \frac{\{\varphi\}^{\mathrm{T}}[K_{I}] \{\varphi\}}{\{\overline{\varphi}\}^{\mathrm{T}}[K_{R}] \{\overline{\varphi}\}}$$
(3)

由于修正模态应变能法将结构复刚度矩阵的虚部贡献考虑在内,因此可提高结构阻尼预估的准确性。 HU B^[14]针对该方法与经典模态应变能法进行了误差分析,分析结果显示该修正方法具有更小的误差。

2 修正模态应变能法计算方法

基于修正模态应变能法的计算流程主要包含 5 个关 键步骤:无阻尼振型的求解、修正系数的计算、原始损耗因 子的计算、修正振型的求解和修正损耗因子的求解,具体 流程图如表 1、表 2 所示。



图1 修正模态应变能法的计算流程

为了对比修正模态应变能法与经典模态应变能法计 算结果的差别,以不考虑频率依赖性的黏弹性复合板为研 究对象,黏弹性复合板参数如表1和表2所示。

表 1 方形板几何参数与材料参数		
参数名称	数值	
几何尺寸/mm	100×100×3	
弹性模量/GPa	190	
密度/(kg/m ³)	7 850	
泊松比	0.247	
材料损耗因子	—	

表 2	黏弹性涂层几何参数与材料参数
~~ #	

参数名称	数值	
几何尺寸/mm	100×100×1	
弹性模量/GPa	0.574	
密度/(kg/m ³)	1 423	
泊松比	0.3	
材料损耗因子	0.351 6	

依次设置方形板的材料损耗因子为 0.0001、0.001、 0.01、0.1,分别使用经典模态应变能法与修正模态应变能 法进行 1 阶模态损耗因子的计算,并将两种计算方法的误 差进行对比(图 2)。



图中误差率定义为(计算结果-精确解)/精确解。精确 解定义为复特征值法的1阶固有频率计算结果。根据图2可 知,使用修正模态应变能法的误差率低于经典模态应变能法。

3 修正模态应变能迭代法计算方法

黏弹性材料的材料属性在不同频率下具有不同的数 值,即存在频率依赖性,因此无法在整个分析过程中指定 一个确定的弹性模量与材料损耗因子。对于这种情况,可 使用迭代法逐步计算各阶固有频率^[15],并且通过实验验 证了该方法的有效性。由于黏弹性层的厚度相对于弹性 层略小,为减少计算量,先计算无频率依赖性复合结构的 各阶固有频率,并以此作为求解考虑频率依赖性复合结构 各阶固有频率的基础。这里使用黏弹性材料的静态模量 作为无频率依赖性的材料弹性模量,迭代法求解固有频率 的具体计算流程如下,流程图如图 3 所示。

 水解无频率依赖性结构的固有频率,即设置材料 参数为ω=0对应的弹性模量值;

2) 使用无频率依赖性的结构第 r 阶频率计算具有频

率依赖性结构的黏弹性材料层的储能模量:

3) 使用 ω_{i i-1} 对应的黏弹性层材料参数计算当前结 构的第 r 阶固有频率 ω_{ri} ;

4) 计算收敛系数 k 并判断迭代收敛性,即 $k \leq T_{TOL}$, 其中 $k = \frac{\omega_{r,j} - \omega_{r,j-1}}{\omega_{r,j-1}};$

5) 输出满足收敛性的第 r 阶固有频率 ω , 计算结束。



图 3 迭代法求解固有频率计算流程图

根据上述固有频率的计算步骤,可得考虑频率依赖性 的复合结构各阶固有频率,再根据各阶固有频率确定各阶 模态对应的黏弹性材料的弹性模量。因此可将问题简化 为计算常值弹性模量的结构损耗因子问题,进而应用前文 提出的修正模态应变能法进行求解。该求解过程主要由 以下几个步骤组成(图4)。

1) 计算第 r 阶模态下, 黏弹性材料的弹性模量 $E_{v}(\omega_{r})$;

2) 计算该阶模态振型 φ , 计算修正系数 β 以及修正 振型 φ ;



法计算其动力学特性。

4

计算算例

固有频率计算结果如表3所示,表中误差定义为:(复 特征值迭代法计算结果-修正模态应变能迭代法计算结 果)/复特征值迭代法计算结果×100%。各阶振型计算结 果如表4所示。

2 所示,分别使用复特征值迭代法和修正模态应变能迭代

考虑频率依赖性的黏弹性复合板的参数如表1和表

表 3 复特征值迭代法与修正模态应变能迭代法 固有频率计算结果

阶次	复特征值迭代法/Hz	修正模态应变能迭代法/Hz	误差/%
1	237.6	237.5	0.04
2	592.8	589.7	0.52
3	1 474.3	1 464.1	0.69
4	1 871.9	1 856.7	0.81
5	2 158.8	2 130.2	1.33
6	3 771.9	3 712.9	1.56

表 4 复特征值迭代法与修正模态应变能迭代法 振型计算结果



• 80 •

修正模态应变能迭代法计算误差随阶次增大逐渐增 大,第6阶误差最大为1.56%。

使用修正模态应变能迭代法与复特征值迭代法计算 的前12阶模态损耗因子如表5所示,表中误差定义为: (复特征值迭代法计算结果-修正模态应变能迭代法计算 结果)/复特征值迭代法计算结果×100%。

表 5	复特征值迭代法与修正模态应变能迭代法		
模态损耗因子计算结果			

阶次	复特征值迭代法	修正模态应变能迭代法	误差/%
1	0.305 64×10 ⁻²	0.300 66×10 ⁻²	1.63
2	0.566 08×10 ⁻²	0.561 11×10 ⁻²	0.88
3	1.078 43×10 ⁻²	1.073 48×10 ⁻²	0.46
4	1.206 05×10 ⁻²	1.201 11×10 ⁻²	0.41
5	1.238 19×10 ⁻²	1.233 20×10 ⁻²	0.40
6	1.249 58×10 ⁻²	1.244 68×10 ⁻²	0.39
7	1.236 14×10 ⁻²	1.231 25×10 ⁻²	0.40
8	1.200 12×10 ⁻²	1.195 20×10 ⁻²	0.41
9	1.159 02×10 ⁻²	1.154 14×10 ⁻²	0.42
10	1.127 69×10 ⁻²	1.122 81×10 ⁻²	0.43
11	0.997 18×10 ⁻²	$0.992 \ 30 \times 10^{-2}$	0.49
12	0.987 01×10 ⁻²	0.982 14×10 ⁻²	0.49

两种方法计算的黏弹性复合板的结构损耗因子都在 第6阶出现峰值,此时误差为0.39%。

5 结语

本文首先对比了经典模态应变能法和修正模态应变 能法对无频率依赖性黏弹性复合板结构损耗因子的计算 结果,之后使用修正模态应变能迭代法和复特征值迭代法 计算频率依赖性黏弹性复合板的动力学特性,得出以下 结论:

 修正模态应变能法考虑了复刚度矩阵的虚部贡献 量,从算例计算结果来看相对于经典模态应变能法精确度 更高,且计算量小于复特征值法。

2)修正模态应变能迭代法计算的固有频率误差会随着阶次增大逐渐增大。从振型来看,由于复特征值迭代法 计算得出的振型为复振型,不同时刻节线的位置会变化, 但是其振型与修正模态应变能迭代法计算结果基本一致。

 8)修正模态应变能迭代法在结构损耗因子峰值附近 计算结果最准确,在远离峰值处计算误差较大。

综上,考虑到复特征值迭代法需要求出无阻尼复合结

构的全模态特征向量,对于自由度较多的结构,其计算量 较大,而修正模态应变能迭代法计算精度较高,且相对于 复特征值迭代法能够提高计算效率。

参考文献:

- 王飞. 某涡轮盘低循环疲劳寿命预测及试验验证[J]. 机械制 造与自动化, 2018, 47(6): 136-139.
- [2] 贺红林,周楠兰,刘文光,等. 黏弹性阻尼板结构减振动力 学特性分析与优化[J]. 计算机仿真, 2015, 32(7): 203-207.
- [3] 田士涛. 分段约束阻尼层结构及其在空间机械臂减振中的应用[D]. 长春:中国科学院研究生院(长春光学精密机械与物理研究所), 2016.
- [4] KASAI K, MUSHI J A, LAI M L, et al. Viscoelastic damper hysteretic model theory experiment and application [J]. Proceeding of ATC-17-1 on Seismic Ioslation, Passive Energy Dissipation and Active Control, 1993, 2: 101-103.
- [5] KHALFI B, ROSS A. Influence of partial constrained layer damping on the bending wave propagation in an impacted viscoelastic sandwich [J]. International Journal of Solids and Structures, 2013, 50(25/26): 4133-4144.
- [6] ROSSIKHIN Y A, SHITIKOVA M V. Analysis of damped vibrations of linear viscoelastic plates with damping modeled with fractional derivatives [J]. Signal Processing, 2006, 86(10): 2703-2711.
- [7] ZHANG S H, CHEN H L. A study on the damping characteristics of laminated composites with integral viscoelastic layers [J]. Composite Structures, 2006, 74(1): 63-69.
- [8] RAO D K. Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1978, 20(5): 271-282.
- [9] RIKARDS R, CHATE A, BARKANOV E. Finite element analysis of damping the vibrations of laminated composites [J]. Mechanics of Composite Materials, 1992, 28(2): 147-157.
- [10] 任志刚, 卢哲安, 楼梦麟. 复合夹层结构频率及损耗因子的 计算[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(2): 101-106.
- [11] 孙伟,齐飞.考虑频率依赖性的涂层复合结构固有特性求解 [J]. 计算力学学报, 2013, 30(6): 867-871, 878.
- [12] 伍先俊. 约束阻尼结构阻尼效果的有限元预测方法研究 [J]. 噪声与振动控制, 2019, 39(1); 205-209, 234.
- [13] 邹万杰,马金凤,李创第,等.一般黏弹性阻尼减振结构的随机响应分析[J].广西大学学报(自然科学版),2018,43(5):1885-1894.
- [14] HU B, DOKAINISH M, MANSOUR W M. A modified MSE method for viscoelastic systems: a weighted stiffness matrix approach[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1995, 117(2): 226-231.

收稿日期:2019-12-31