DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2021.01.018

一种加加速度连续的加减速算法研究

李明,游有鹏,杨雪峰
(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

摘　要:为了对数控运动的高平稳加减速控制,通过分析比较传统加减速的特点,设计了一种加加速度连续的新型高平稳加减速算法。为发挥正弦加减速的高平稳优势,采用切比雪夫多项式逼近正弦函数,构造连续的加加速度方程,得到完整的加减速控制算法,具有加加速度连续的特点,运动平稳性优于S形加减速,计算复杂度优于正弦加减速。给出该算法与正弦加减速的对比仿真曲线以及不同参数条件下的加减速控制仿真曲线,经验证表明该算法可以在不同参数条件下实现平滑运动控制,并且计算简单、加减速效率更高,具有良好的实用性。

关键词:数控加工;正弦函数;加加速度;加减速规划;柔性
中图分类号:TH123　　**文献标志码**:B　　**文章编号**:1671-5276(2021)01-0070-04

Research on a Continuous Acceleration and Deceleration Algorithm

LI Ming, YOU Youpeng, YANG Xuefeng
(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Aimed at deceleration control of NC motion, a new type of high-stability acceleration and deceleration algorithm with continuous acceleration was designed by analyzing and comparing the characteristics of traditional acceleration and deceleration. In order to take advantage of the high smoothness of sinusoidal acceleration and deceleration, a Chebyshev polynomial was applied to approximate the sine function to construct a continuous acceleration equation, and a complete acceleration and deceleration control algorithm was obtained with the characteristics of continuous acceleration. The application brought about better motion stability than S-curve acceleration and deceleration, as well as better calculation complexity than sine acceleration and deceleration. Meanwhile, the simulation curves of both algorithmsinusoidal acceleration and deceleration and deceleration controlunder different parameter condition were also secured. This shows that the algorithm can gain smooth motion control under different parameter conditions by simple calculationwith higher acceleration and deceleration efficiency and praticabilit.

Keywords: CNC machining; sine function; acceleration; acceleration and deceleration planning; flexibility

0　引言

为实现数控装备的平稳控制,运动加减速控制得到广泛而持久的重视,国内外学者相继提出了多种加减速规划算法。梯形加减速因其实现简单被最早提出和广泛使用,但存在刚性冲击,只能用于运动平稳性要求不高的场合[1];指数加减速离散形式适合于递推计算,但精度不足,且加减速起点冲击较大;ERKORKMAZ K 提出了 S 形加减速规划方法[2],可以实现加速度连续但存在柔性冲击。穆海华等[3]提出了用于点位控制的初末速度为 0 的 S 形加减速控制方法;刘志峰和杨亮亮等[4-5]使用牛顿迭代法和智能算法求解各阶段时间,OS ORNIORIOS R A 等[6-7]提出用于离散系统的多项式加减速控制方法。郭新贵等[8]基于三角函数提出了正弦加减速,其各阶加速度均连续,拥有最优越的加减速柔度,但是正弦函数计算复杂,不易在资源有限的嵌入式系统中满足实时计算要求;李加文等[9]提出采用函数逼近的方法改造三角函数加减速,加快了计算速度,但是逼近函数导致了加加速度不连续,不适合高速高精场合。近年来,关于加加速度连续的加减速研究也在持续进行。李志杰等[10]提出了加加速度连续的 S 形加减速算法;翁祖昊等[11]提出了基于五次多项式的变 J_{max} 加减速算法;赵翔宇等[12]提出了三次 S 曲线加减速算法。但是这些都不可避免地带来了巨大计算量,不利于实际应用。

在三角函数加减速优良特性的启发下,本文设计出一种采用多项式替代三角函数构造加加速度方程,并结合 S 加减速的特点给出七段式的完整加减速规划,最后通过仿真验证本方法运动控制的平滑性。

1　连续的加加速度方程

为了得到平稳而高效的加减速规划,本文加减速设计方案从以下几个方面考虑:位移、速度、加速度满足边界条件;位移、速度、加速度、加加速度曲线形状理想,没有冲击;加减速时间尽可能短;算法应尽量简洁,复杂度可以满足实时性要求。

因此,本节首先利用多项式逼近正弦函数,构造连续可

第一作者简介:李明(1997—),男,河南商丘人,硕士研究生,研究方向为机电控制。

导的加加速度方程,在此基础上通过积分得到各物理量方程,从而得到运动平稳而计算相对简单的完整加减速算法。

1.1　三角函数的多项式逼近

三角函数加减速拥有优越的柔性度,但是计算复杂,不易在算力有限的嵌入式系统中满足实时计算要求。其加加速度函数如下

$$j(t) = J_{\max}\sin\left(\frac{t}{T}\cdot\pi\right) \tag{1}$$

其中:T 为加速度加速时间,函数在 $t = T/2$ 处取得最大加加速度 $J_{\max}$。

令

$$x = \frac{t-T}{T} \tag{2}$$

代入式(2)得到

$$j(x) = -J_{\max}\sin(\pi x) \tag{3}$$

对 $f(x) = \sin(\pi x)$ 进行切比雪夫多项式逼近,阶数取 4,得到

$$f(x) = \frac{2}{\pi}(4.190\,4x^3 - 4.036\,9x) \tag{4}$$

为满足边界条件,将系数圆整后得到如下形式:

$$f(x) = \frac{2}{\pi}(4x^3 - 4x) \tag{5}$$

将式(2)代入可以得到

$$j(t) = \frac{8}{\pi}J_{\max}\left(\frac{t^3}{T^3} - 3\frac{t^2}{T^2} + 2\frac{t}{T}\right) \tag{6}$$

1.2　连续的加加速度方程

为了使加加速度曲线具有对称性,将式(6)关于 $t = T/2$ 对称后得到

$$j(t) = \frac{8}{\pi}J_{\max}\left(-\frac{t^3}{T^3} + \frac{t}{T}\right) \tag{7}$$

将式(6)与式(7)相加后得到对称形式的加加速度方程如下:

$$j(t) = k\left(-\frac{t^2}{T^2} + \frac{t}{T}\right) \tag{8}$$

其中 k 为待定系数,满足在区间[0, T] 内 $j(t) \leqslant J_{\max}$,并在 $t = T/2$ 处取得最大值 $J_{\max}$,可以解得系数 $|k| = 4J_{\max}$。由多项式表示的加加速度方程具有二阶连续可导的特点,计算上又比正弦函数更加简单。时间 t 满足 $t = iT_s, i \in (1,2,\cdots,n)$,$T_s$ 为控制周期,n 为 T/T_s 的最大整数。

2　加加速度连续的加减速算法

类似 S 形加减速的七段控制特点,本文加加速度方程 $j(t)$ 如下:

$$j(t) = \begin{cases} k_1\left(-\frac{\tau^2}{T_1^2} + \frac{\tau}{T_1}\right) & 0 \leqslant t < t_1 \\ 0 & t_1 \leqslant t < t_2 \\ k_3\left(-\frac{\tau^2}{T_3^2} + \frac{\tau}{T_3}\right) & t_2 \leqslant t < t_3 \\ 0 & t_3 \leqslant t < t_4 \\ k_5\left(-\frac{\tau^2}{T_5^2} + \frac{\tau}{T_5}\right) & t_4 \leqslant t < t_5 \\ 0 & t_5 \leqslant t < t_6 \\ k_7\left(-\frac{\tau^2}{T_7^2} + \frac{\tau}{T_7}\right) & t_6 \leqslant t < t_7 \end{cases} \tag{9}$$

其中 k_1、k_3、k_5、k_7 为加加速度方程系数,$|k_1| = |k_3| = |k_5| = |k_7| = 4\cdot J_{\max}$。积分后得到式(10)-式(12)。

$$a(t) = \begin{cases} k_1\left(-\frac{\tau^3}{3T_1^2} + \frac{\tau^2}{2T_1}\right) & 0 \leqslant t < t, A_1 = \frac{1}{6}k_1T_1 \\ A & t_1 \leqslant t < t_2, A_2 = A_1 = A \\ A + k_3\left(-\frac{\tau^3}{3T_3^2} + \frac{\tau^2}{2T_3}\right) & t_2 \leqslant t < t_3, A_3 = 0 \\ 0 & t_3 \leqslant t < t_4, A_4 = 0 \\ k_5\left(-\frac{\tau^3}{3T_5^2} + \frac{\tau^2}{2T_5}\right) & t_4 \leqslant t < t_5, A_5 = \frac{1}{6}k_5T_5 \\ D & t_5 \leqslant t < t_6, A_6 = A_5 = D \\ k_7\left(-\frac{\tau^3}{3T_7^2} + \frac{\tau^2}{2T_7}\right) & t_6 \leqslant t < t_7, A_7 = 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$v(t) = \begin{cases} V_s + k_1\left(-\frac{\tau^4}{12T_1^2} + \frac{\tau^3}{6T_1}\right) & 0 \leqslant t < t_1, V_1 = V_s + \frac{1}{12}k_1T_1^2 \\ V_1 + A\tau & t_1 \leqslant t < t_2, V_2 = V_1 + AT_2 \\ V_2 + A\tau + k_3\left(-\frac{\tau^4}{12T_3^2} + \frac{\tau^3}{6T_3}\right) & t_2 \leqslant t < t_3, V_3 = V_2 + AT_3 + \frac{1}{12}k_3T_3^2 \\ V_c & t_3 \leqslant t < t_4, V_4 = V_3 = V_c \\ V_c + k_5\left(-\frac{\tau^4}{12T_5^2} + \frac{\tau^3}{6T_5}\right) & t_4 \leqslant t < t_5, V_5 = V_c + \frac{1}{12}k_5T_5^2 \\ V_5 + D\tau & t_5 \leqslant t < t_6, V_6 = V_5 + DT_6 \\ V_6 + D\tau + k_7\left(-\frac{\tau^4}{12T_7^2} + \frac{\tau^3}{6T_7}\right) & t_6 \leqslant t < t_7, V_e = V_6 + DT_7 + \frac{1}{12}k_7T_7^2 \end{cases} \tag{11}$$

$$
s(t)=\begin{cases}
V_s\tau+k_1\left(-\dfrac{\tau^5}{60T_1^2}+\dfrac{\tau^4}{24T_1}\right) & 0\leqslant t<t_1, S_1=V_sT_1+\dfrac{1}{40}k_1T_1^3\\
S_1+V_1\tau+\dfrac{1}{2}A\tau^2 & t_1\leqslant t<t_2, S_2=S_1+V_1T_2+\dfrac{1}{2}AT_2^2\\
S_2+V_2\tau+\dfrac{1}{2}A\tau^2+k_3\left(-\dfrac{\tau^5}{60T_3^2}+\dfrac{\tau^4}{24T_3}\right) & t_2\leqslant t<t_3, S_3=S_2+V_2T_3+\dfrac{1}{2}AT_3^2+\dfrac{1}{40}k_3T_3^3\\
S_3+V_c\tau & t_3\leqslant t<t_4, S_4=S_3+V_cT_4\\
S_4+V_4\tau+k_5\left(-\dfrac{\tau^5}{60T_5^2}+\dfrac{\tau^4}{24T_5}\right) & t_4\leqslant t<t_5, S_5=S_4+V_4T_5+\dfrac{1}{40}k_5T_5^3\\
S_5+V_5\tau+\dfrac{1}{2}D\tau^2 & t_5\leqslant t<t_6, S_6=S_5+V_5T_6+\dfrac{1}{2}DT_6^2\\
S_6+V_6\tau+\dfrac{1}{2}D\tau^2+k_7\left(-\dfrac{\tau^5}{60T_3^2}+\dfrac{\tau^4}{24T_3}\right) & t_6\leqslant t<t_7, S_7=S_6+V_6T_7+\dfrac{1}{2}DT_7^2+\dfrac{1}{40}k_7T_7^3
\end{cases}
\tag{12}
$$

其中:V_s、V_e 分别为初、末速度;A、D 分别为所达到的最大加速度和最大减速度;V_c 为匀速运动时的速度,在数控系统中一般等于最大进给速度;T_1-T_7 分别代表加减速过程中各阶段时间。

连续加加速度的加减速规划的各阶段曲线如图 1 所示。其中,前 3 个阶段为加速阶段,第 1 阶段加加速度为正值,此时加速度在增加,系统处于正向加速状态;第 2 阶段,加加速度为 0,加速度不变,系统处于匀加速运动状态;第 3 阶段,加加速度为负值,此时加速度在减小,系统处于减加速状态。其次是匀速阶段,此时系统按照速度 V_c 匀速运动。最后是减速的 3 个阶段 t_4-t_7,其与加速过程的前 3 个阶段正好相反。

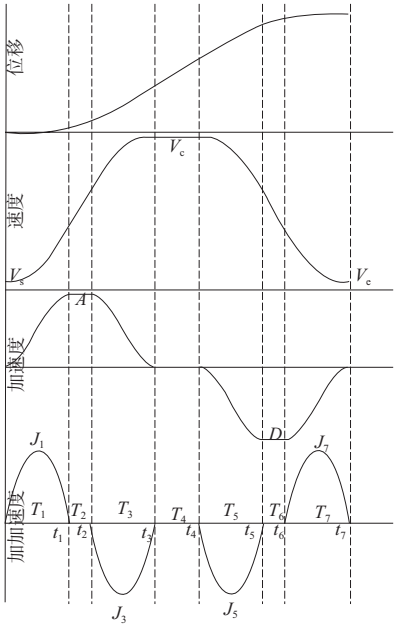


图 1　加加速度连续的加减速规划曲线

3　仿真分析

根据本文加减速规划进行运动控制时,还需要根据实际情况进行控制计算,即基于给定的系统参数和初末速度以及运动行程,求解本加减速规划的各个阶段时间 T_1-T_7。本文设计了如下加减速控制仿真实验,最大加加速度 $J_{max}=50\,000\ \mathrm{mm/s^3}$,最大允许加速度为 $2\,000\ \mathrm{mm/s^2}$,进给速度 150 mm/s,在给定初速度 V_s、末速度 V_e 以及路程 S 的情况下,实际运动过程的 5 种情况如下:

1) 能够达到末速度 V_e 且可达到最大进给速度 F、最大加速度 A_{max};

2) 能够达到末速度 V_e、最大加速度 A_{max},但没有达到最大进给速度 F;

3) 能够达到末速度 V_e,但没有达到最大加速度 A_{max} 和最大进给速度 F;

4) 刚好达到末速度 V_e,末速度即为最大速度 V_{max};

5) 在指定路程 S 内从 V_s 开始加速,达不到预定末速度 V_e,只能达到一个较小值 V'_e。

仿真结果见表 1。

表 1　5 种情况仿真实验数据

参数与情况类别	路程 S/mm	初速度 V_s/(mm·s^{-1})	末速度 V_e/(mm·s^{-1})	实际最大速度 V_{max}/(mm·s^{-1})	实际最大加速度 A/(mm·s^{-2})	实际末速度 V'_e/(mm·s^{-1})
1	22.00	10	30	150.0	2 000.0	30
2	20.00	10	30	144.3	2 000.0	30
3	16.00	10	30	123.9	1 948.7	30
4	1.00	10	30	30.0	816.6	30
5	0.75	10	30	25.0	707.2	25

各情况下的速度曲线如图 2-图 6 所示,从中可以看出,前 4 种情况的末速度都能够达到设定值,并且满足行程约束;在第 5 种情况下,由于行程不足,末速度 V_e 不可达,根据加减速算法修正为一个较低的可达末速度 V'_e,方可进行加减速规划。

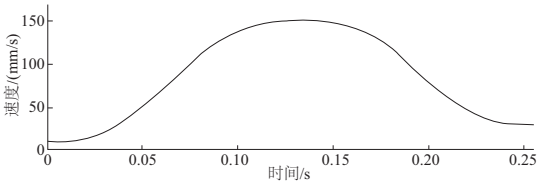


图 2　情况 1 的速度曲线

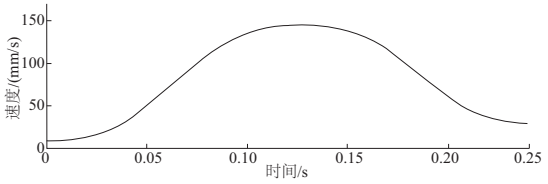


图 3　情况 2 的速度曲线

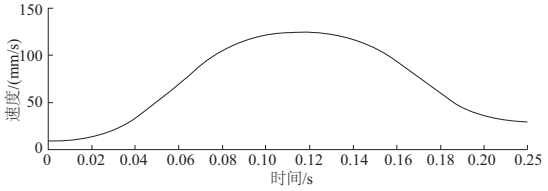


图 4　情况 3 的速度曲线

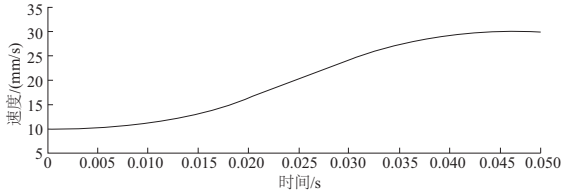


图 5　情况 4 的速度曲线

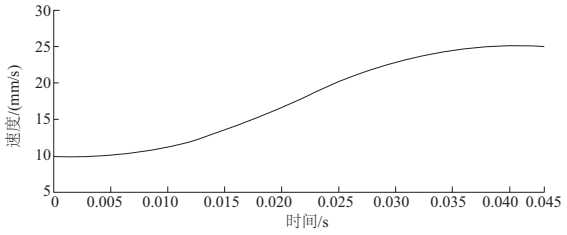
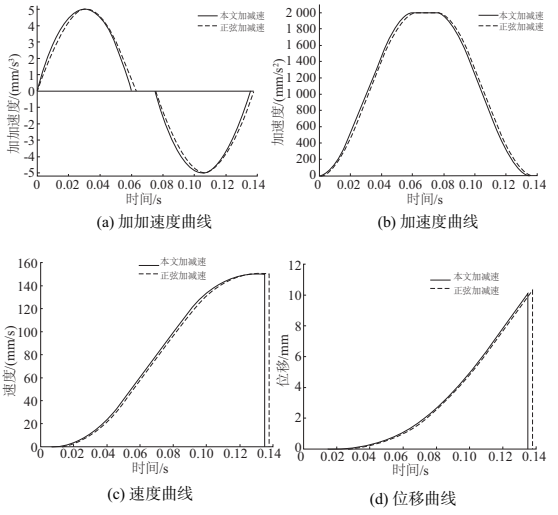


图 6　情况 5 的速度曲线

为了比较本文加减速和正弦加减速的性能优劣,设计了对比试验如下,系数参数:最大加加速度 J_{max} = 50 000 mm/s^3,最大允许加速度为 2 000 mm/s^2,进给速度 150 mm/s。仿真曲线如图 7 所示。



(a) 加加速度曲线　(b) 加速度曲线

(c) 速度曲线　(d) 位移曲线

图 7　本文加减速与正弦加减速曲线对比

从图 7 可以看出,在由同一初速度加速到进给速度的过程中,本文加减速和正弦加减速两者均可获得加加速度连续的平滑加减速,而本文方法加速到给定速度所需的加速时间更短,具有更高的加减速效率。另外,在计算机领域,正弦函数的计算复杂度高于 O(n^{10}),远高于本文加减速位移方程的最大复杂度 O(n^5),因而在实际计算中,后者更适用于实时性要求较高的数控系统。

4　结语

本文在切比雪夫多项式的基础上,通过修正处理得到了曲线对称且连续的加加速度方程;通过积分得到了加速度、速度、位移方程,进而得到七段式的新型加减速算法。仿真结果表明,在不同初始参数下,本加减速都可以实现平滑控制。本文算法与正弦加减速的对比实验表明,两者均可获得加加速度连续的平滑加减速,而本加减速效率更高,且计算大幅简化。

参考文献:

[1] 黄昭县,王志成. 一种对称式直线加减速方法[J]. 组合机床与自动化加工技术,2014(4):68-70.

[2] ERKORKMAZ K, ALTINTAS Y. High speed CNC system design. part I: jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(9): 1323-1345.

[3] 穆海华,周云飞,严思杰,等. 超精密点对点运动三阶轨迹规划精度控制[J]. 机械工程学报,2008(1):126-132.

[4] 刘志峰,张森,蔡力钢,等. 基于粒子群优化五阶段 S 曲线加减速控制算法[J]. 北京工业大学学报,2015,41(5):641-648.

[5] 杨亮亮,许守金,史伟民,等. 基于牛顿迭代法的 S 形加减速时间算法研究[J]. 中国机械工程,2015,26(7):912-916.

[6] OS ORNIORIOS R A, DE JESUS ROMEROTRONCOSO R, HERRERARUIZ G, et al. Computationally efficient parametric analysis of discrete-time polynomial based acceleration - deceleration profile generation for industrial robotics and CNC machinery [J]. Mechatronics, 2007, 17(9): 511-523.

[7] OS ORNIORIOS R A, DE JESUS ROMEROTRONCOSO R, HERRERARUIZ G, et al. FPGA implementation of higher degree polynomial acceleration profiles for peak jerk reduction in servomotors[J]. Robotics and Computer-integrated Manufacturing, 2009, 25(2): 379-392.

[8] 郭新贵,李从心. 一种新型柔性加减速算法[J]. 上海交通大学学报,2003,37(2):205-207,212.

[9] 李加文,陈宗雨,李从心. 基于函数逼近的三角函数加减速方法[J]. 机床与液压,2006(3):66-67.

[10] 李志杰,蔡力钢. 加加速度连续的 S 型加减速规划算法[J]. 计算机集成制造系统,2019,25(5),1192-1201.

[11] 翁祖昊,杨煜普. 基于 5 次多项式的实时可变 J_{max} 加减速算法研究[J]. 电机与控制应用,2015, 42(3),34-37.

[12] 赵翔宇,蔡慧林. 三次 S 曲线加减速算法研究[J]. 机械科学与技术. 2016,35(5):747-751.

收稿日期:2019-12-27