

列车车轴的热弹性振动分析

冯小庭

(西安铁路职业技术学院, 陕西 西安 710026)

摘 要:基于 Euler-Bernoulli 梁理论,并假设车轴轴向温度场为一维稳态导热问题,使用 Hamilton 原理推导出列车车轴的热弹性振动的运动方程,使用 Rayleigh-Ritz 法对方程进行离散处理,研究温度对车轴振动的影响,得到车轴的模态坐标值随时间的变换关系。研究表明,热源温度提高会增大列车车轴的热弹性振幅,需要对轴温进行准确、及时的测量,同时车轴在刹车过程中受到集中载荷的作用也会使列车的振动加剧。

关键词:列车车轴; Euler-Bernoulli 梁; 热弹性振动; 一维导热

中图分类号:U260.3; TP274 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)02-0076-04

Thermoelastic Vibration Analysis of Train Axle

FENG Xiaoting

(Xi'an Railway Vocational & Technical Institute, Xian 710026, China)

Abstract: Based on the Euler Bernoulli beam theory and with the assumption of axial temperature field of an axle as the problem of one-dimensional steady-state heat conduction, the motion equation of the thermoelastic vibration of the train axle is derived by Hamilton principle and discretized by Rayleigh-Ritz method. The influence of temperature on the vibration of axle is studied and the transformation of the modal coordinate value of the axle with time is obtained. It is concluded that the increase of the temperature of the heat source can increase the amplitude obtained, which requires accurate and timely measurement of axle temperature. At the same time, when the axle is subjected to concentrated load in the braking process, the vibration of the train will be intensified.

Keywords: train axle; Euler-Bernoulli beam; thermoelastic vibration; one-dimensional heat conduction

0 引言

铁道客车集中轴温报警器是检测铁路客车运行轴温、保证旅客列车运行安全的重要设备。客货车轴温报警器由传输线路、温度传感器、控制显示器及数据记录仪组成。客货列车 100% 安装轴温报警仪设备,对轴温进行实时监测,其目的是对列车轴承进行运行状态实时监测。随着列车运营速度的不断提升,轴承、刹车发热对列车车轴的动态特性的影响愈加显著,其热弹性振动研究显得十分必要。

有大量的文献涉及典型结构的热弹性振动分析^[1-5]。寇海江提出了热冲击和碰摩故障共同作用下的旋转悬臂板系统动力特性解析解法,讨论分析得出热冲击和碰摩故障对薄板振动的影响规律^[6]。孙凯鹏建立热弹性梁动力学建模,并对热弹性梁进行热弹性有限元分析^[7]。王明禄讨论 FGM 梁在热载荷作用下的变形和应力分布,发现热载荷下 FGM 梁的应力翻转现象^[8]以及结构在湿热磁等复杂物理场协同作用下的振动特性^[9-10]。通过研究发现,列车车轴的热弹性研究尚不多见。

本文将列车车轴等效为简支梁,基于 Euler-Bernoulli 梁理论,研究了车轴在恒定温度场中的振动问

题;应用热弹性理论得出梁的本构关系;使用 Hamilton 原理推导出系统的动力学方程,并使用 Rayleigh-Ritz 法对方程进行离散;研究了温度变化对车轴振动的影响。

1 系统建模

1.1 系统动能和势能

列车在行进过程中,轴承与车轴接触有发热现象。将列车车轴简化为简支梁,在两端受恒定热源的加热,如图 1 所示。建立图示的坐标系 $Oxyz$ 。梁截面圆形半径为 r ,长为 L ,横截面积为 A ,弹性模量为 E ,截面惯性矩为 I ,泊松比为 μ ,密度为 ρ ,热膨胀系数为 α 。假设温度场沿横向分部均匀。

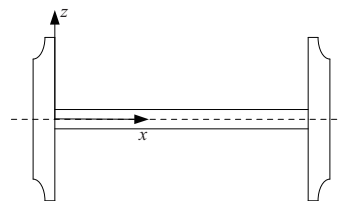


图 1 列车车轴

基金项目:陕西省 2019 年度纵向课题资助项目 (19JK0697)

作者简介:冯小庭 (1985—),男,陕西榆林人,讲师/实验师,硕士,研究方向为机电一体化。

梁上任意一点 $P_0(x)$ 变形后的位置是 P , 其在惯性坐标系 $Oxyz$ 下的变形矢量为 $\mathbf{u} = [u, w]^T$ 。

P 点在惯性坐标系 $Oxyz$ 下的矢径为

$$\mathbf{r} = u\mathbf{i} + w\mathbf{k} \quad (1)$$

式(1)对时间求导, 得到 P 点的速度矢量

$$\mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial t}\mathbf{i} + \frac{\partial w}{\partial t}\mathbf{k} \quad (2)$$

则系统的动能为

$$T_{\text{kinetic}} = \frac{1}{2} \int \rho \mathbf{V}^T \cdot \mathbf{V} dV = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx \quad (3)$$

根据 Euler-Bernoulli 梁理论和线性热弹性假设, 即材料的弹性模量 E 不随温度变化^[12], 可得材料本构方程为

$$\sigma_x = E[\varepsilon_x - \alpha(T - T_0)] \quad (4)$$

不计梁的面内拉伸变形。故系统势能仅是弯曲变形的应变能

$$U_{\text{potential}} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E b (\varepsilon_x - \varepsilon_T)^2 dz dx \approx \frac{1}{2} \int_0^L EA \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx - \int_0^L N_T \frac{\partial u_0}{\partial x} dx - \int_0^L M_T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \quad (5)$$

其中 N_T 、 M_T 为热轴力、热弯矩, 表达式如下:

$$N_T = \int E \varepsilon_T dA = EA\alpha(T - T_0) \quad (6)$$

$$M_T = \int E\alpha(T - T_0)z dA \quad (7)$$

式中 T_0 是参考温度, 即车轴刹车盘处的温度。

1.2 系统运动方程

应用 Hamilton 原理建立系统的动力学方程。将动能、势能、外力功的变分代入式(6)。并在任意两个时刻积分

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T_{\text{kinetic}} - \delta U_{\text{potential}} + \delta W) dt = 0 \quad (8)$$

其中 t_0 、 t_1 为任意两个固定时刻。将式(3)、式(5)代入式(6), 得系统的动力学方程为

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial N_T}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(N_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} = f \quad (10)$$

由上式可知温度与轴向运动之间是耦合的。考虑到横向振动远大于轴向振动, 故仅研究横向振动。热响应特征时间与结构响应特征时间的比是振动的一个关键参数。当温度变化缓慢或者温度变化频率远小于轴向振动频率时, 即可以忽略温度与弹性之间的耦合关系。同时, 温度沿 x 轴方向有变化。控制方程整理为

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(N_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} = f \quad (11)$$

1.3 温度场

当列车在刹车时, 刹车盘剧烈发热。视车轴一端的温度恒定, 即刹车与车轴连接的根部温度是恒定的。则, 此

时问题转换为一维稳定传热问题。将车轴散热问题视为内部有负热源的热传导问题, 由一维稳态傅里叶导热方程可知

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \quad (12)$$

式中: λ 为热传导系数; $\dot{\Phi}$ 为单位时间的散热量。考虑到车轴向环境散热, 则 $\dot{\Phi}$ 取符号。为求取导热问题的解, 引入过剩温度 $\theta = T - T_0$, $\theta_0 = T_0 - T_\infty$ 。其中 T_0 为车轴刹车片片根部的初始温度, T_∞ 为车轴的轴端温度。式(12)转换为二阶常微分方程, 其解为:

$$\theta = \theta_0 \frac{e^{mx} + e^{2mL} e^{-mx}}{1 + e^{2mL}} \quad (13)$$

式中 $m = \sqrt{h_s P / \lambda A}$ 为常数。其中: h_s 为梁的表面换热系数; P 车轴的横截面周长; A 横截面积。将式(13)写为实际温度

$$T = (T_0 - T_\infty) \frac{e^{mx} + e^{2mL} e^{-mx}}{1 + e^{2mL}} + T_0 \quad (14)$$

将上式代入热弯矩表达式, 整理再代入式(11), 即可得车轴热弹性振动方程。可知在温度场中的振动可以视为简支梁受到不变激振力的强迫振动。

2 振动分析

为了研究导热梁的一般振动, 对振动方程进行无量纲化处理。用假设模态法进行求解, 设运动方程的解为

$$\mathbf{w}(y, t) = \sum_{i=1}^N \psi_i(y) q_i(t) = \boldsymbol{\psi}(y) \mathbf{q}(t) \quad (15)$$

已知简支梁的固有频率振型函数为

$$\omega_i = \left(\frac{i\pi}{L} \right) \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \varphi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{L}, \text{将式(15)代入}$$

式(11)。模态函数的选取需满足悬臂梁振动的边界条件。即, $\boldsymbol{\psi}(x)$ 为满足边界条件的振型函数行向量, $\mathbf{q}(t)$ 为广义坐标列向量。由于广义坐标之间是相互独立的, 故振动方程可整理为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} - \mathbf{K}_T \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (16)$$

其中: $\mathbf{K}$ 是刚度矩阵; $\mathbf{K}_T$ 是由于热弹性引起的刚度变化; $\mathbf{M}$ 是层合梁质量矩阵。广义坐标向量 $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}^T$ 。 $\mathbf{F}$ 是广义力向量。依据振型的正交性, 质量矩阵 $\mathbf{M}$ 的第 i 行、 j 行的元素表达式为

$$M_{ij} = \rho A \int_0^L \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (17)$$

刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 的第 i 行、 j 行的元素表达式为

$$K_{ij} = EI \int_0^L \psi_i(x) \psi_j^{(4)}(x) dy \quad (18)$$

由温度引起的刚度矩阵 $\mathbf{K}_T$ 的第 i 行、 j 行的元素表达式为

$$K_{T_{ij}} = EA\alpha \int_0^L \psi_i(x) \left\{ \psi_j'(x) (T_0 - T_\infty) m \frac{e^{mx} - e^{2mL-mx}}{1 + e^{2mL}} + \psi_j''(x) \left[(T_0 - T_\infty) \frac{e^{mx} + e^{2mL-mx}}{1 + e^{2mL}} + T_0 \right] \right\} dy \quad (19)$$

3 数值计算

设表面换热系数 h_s 、热传导系数 λ 不随温度变化,是常值。各个参数的取值如下:弹性模量 $E=1.75\times 10^{11}$ Pa,车轴横截面积 $A=0.026\ 1\ \text{m}^2$,热膨胀系数 $\alpha=1.2\times 10^{-5}\ \text{m}/^\circ\text{C}$,密度 $\rho=7\ 800\ \text{kg}/\text{m}^3$,初始温度 $T_0=80\ ^\circ\text{C}$,环境温度 $T_\infty=20\ ^\circ\text{C}$,导热系数 $\lambda=48\ \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,表面换热系数 $h_s=29\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。计算的时长为 $2\ \text{s}$ 。一般而言低阶振型在振动中发挥主要作用,故截取前4阶振型叠加作为车轴的实际振动。

图2是刹车盘温度 $80\ ^\circ\text{C}$ 、车轴远端 $20\ ^\circ\text{C}$ 时的实际振动。分别截取了不同时刻的实际振动,振动幅值的数量级较小,说明实际车轴振动的幅值很小。

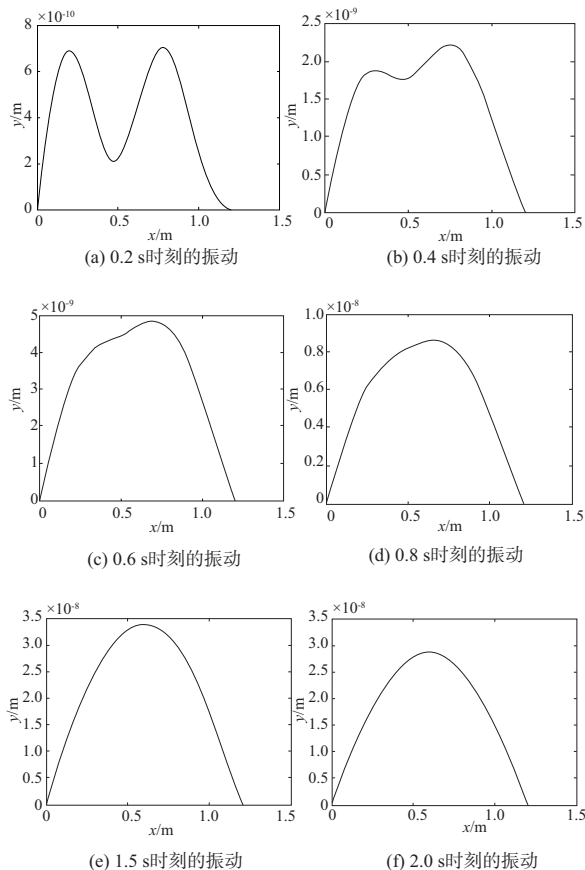


图2 随时间变化时的振动

当刹车片处的温度变化时,车轴的振动是变化的。现考察,温度变化与最大振幅之间的关系。刹车片在 $80\ ^\circ\text{C}\sim 100\ ^\circ\text{C}$ 的范围变化时,研究一个振动周期内最大振幅与温度的关系(图3)。

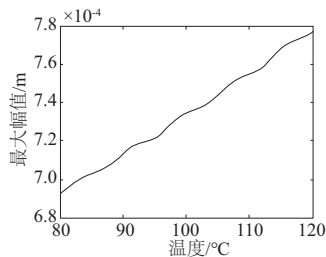


图3 刹车片端的温度与最大振幅

由图3可知,随着刹车片处的温度提高,车轴最大振幅呈现波浪上升的趋势,这是因为温度的提升使得热应力增加,从而车轴的振动幅值增大。

当列车在不同的地域行进时,外界的温度是不同的。为了简化研究,假设环境温度即为列车车轴远离刹车片的轴端温度。图4是环境温度与最大振幅的变化图。

由图4可知,随着环境的温度提高,车轴最大振幅呈现曲线下降的趋势。这是因为温差减小使得热应力减小的缘故。

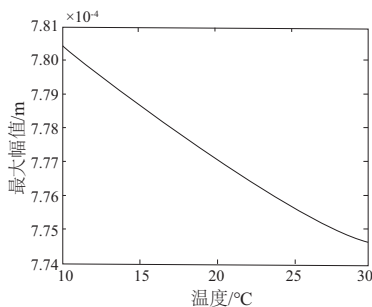


图4 环境温度与最大振幅

车轴所受集中力对车轴的振动也是有影响的。刹车盘温度 $80\ ^\circ\text{C}$,车轴远端 $20\ ^\circ\text{C}$ 时,刹车盘处施加 $[10^3\ \text{N}, 2\times 10^3\ \text{N}]$ 之间的集中载荷。考察最大振幅与集中载荷之间的关系(图5)。

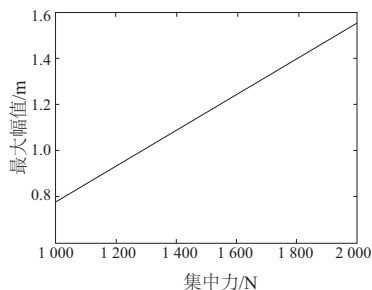
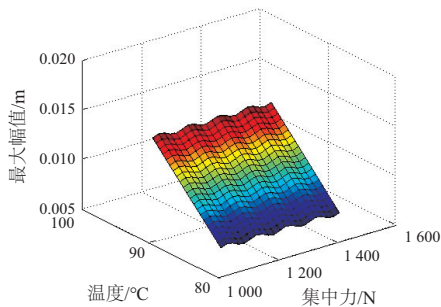


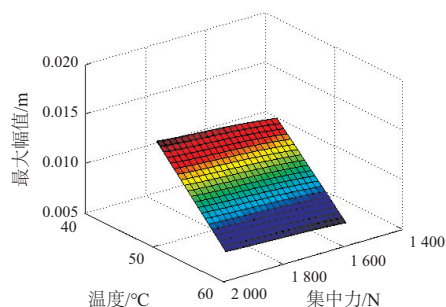
图5 集中力与最大振幅

由图5可知,随着集中力的幅值增加,车轴最大振幅呈现曲线上升的趋势。外力对车轴振幅的影响比温度引起的变化要更加明显。

图6是集中力和温度同时变化时的车轴最大振幅变化的趋势图。从图6(a)可知刹车温度越大、集中力越大时车轴的振动幅值越大。从图6(b)可知,其他条件不变时,环境温度越小、集中力越大时车轴的振动幅值越大。



(a) 刹车温度和集中力



(b) 环境温度和集中力

图6 温度集中力同时作用时的振动

尽管车轴最大振幅的数量级是很小的,但是当车轴内部有气孔、裂纹等加工缺陷时,剧烈的振动会恶化车轴的力学性能。因此,需要实时检测车轴的温度,避免轴温过高时车轴的振动幅值增大。

4 结语

因列车车轴的热弹性振动研究资料有限,当列车以极高的速度运行时,列车车轴的振动就不能简单地被忽略。本文建立了一种列车热弹性振动的简化模型,得出轴温的增大会使得车轴的振动加剧,这就需要对轴温进行准确、及时地测量,同时车轴在刹车过程中受到集中载荷的作用也会使列车的振动加剧。在后续的研究中可以考虑用 Timoshenko 梁作为车轴振动模型的近似简化。

参考文献:

- [1] ZHAO X, HU Q J, CROSSLEY W, et al. Analytical solutions for

the coupled thermoelastic vibrations of the cracked Euler - Bernoulli beams by means of Green's functions[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 128/129: 37-53.

- [2] QIN Y, WANG L, LI Y H. Coupled vibration characteristics of a rotating composite thin-walled beam subjected to aerodynamic force in hygrothermal environment[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 140: 260-270.
- [3] NAVAZI H M, BORNASSI S, HADDADPOUR H. Vibration analysis of a rotating magnetorheological tapered sandwich beam[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 122: 308-317.
- [4] TONG G J, LIU Y S, LIU H C, et al. Thermoelastic vibration analysis of micro-scale functionally graded material fluid-conveying pipes in elastic medium[J]. Journal of Central South University, 2019, 26(10): 2785-2796.
- [5] CHEN J, ZHAO G Y. Numerical and experimental investigation on parameter identification of time-varying dynamical system using Hilbert transform and empirical mode decomposition[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-15.
- [6] 寇海江, 袁惠群, 赵天宇. 旋转磁摩擦板热冲击振动的解析法研究[J]. 力学学报, 2014, 46(6): 946-956.
- [7] 孙凯鹏. 梁、板结构的热弹性动力学及其反问题研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
- [8] 王明禄, 马文蕾, 魏高峰. 热载荷下功能梯度材料梁的热弹性弯曲[J]. 玻璃钢/复合材料, 2009(1): 7-9, 6.
- [9] 马艳龙. 湿热环境下旋转复合材料薄壁梁振动特性研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.
- [10] 李长龙, 高世桥, 牛少华, 等. 微谐振器纵向振动热弹性耦合分析[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(12): 1237-1242.
- [11] 王洪刚. 热弹性力学概论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1989.

收稿日期: 2020-10-09

(上接第 75 页)

5 结语

运用该疲劳评估系统对某地铁转向架构架的典型焊缝和母材进行了疲劳强度评估,并与试验结果进行对比分析,得出结论如下:

- 1) 该评估系统由数据库模块、疲劳计算模块和人机交互模块组成,其中疲劳计算模块是该系统的核心和中枢;
- 2) 对于该构架的焊缝评估,各焊缝由于所处位置不同,受载形式差别较大,导致各方向应力对于综合效果的贡献程度有所差别,立板角焊缝的应力点多轴效应更为明显,受力环境相比其他更为恶劣,应当引起高度重视;
- 3) 采用该评估系统分析出的母材最危险位置与试验结论吻合,单轴方法由于关注最大主应力方向而无法识别压缩区的危险点,多轴方法通过三向应力综合处理,可以捕捉压缩区的危险点。该评估系统评估出的安全裕量较试验更小,且危险位置相同,其评估结果可信。

参考文献:

- [1] 沈彩瑜. 铁道车辆转向架构架疲劳强度研究[D]. 成都: 西南

交通大学, 2014.

- [2] 米彩盈. 铁道机车车辆结构强度[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2007.
- [3] DVS 1612-2009 Design and endurance strength assessment of welded joints with steels in rail vehicle construction[S].
- [4] DVS 1608-2011 Design and strength assessment of welded structures from aluminium alloys in railway applications[S].
- [5] NIEMI E. Stress determination for fatigue analysis of welded components[M]. Cambridge: Abington Publishing, 1995.
- [6] 安琪, 赵华, 刘志远, 等. 基于多轴准则的焊接构架疲劳强度分析方法[J]. 机车电传动, 2019(1): 72-77.
- [7] 安琪, 赵华, 刘映安, 等. 基于多轴准则的货车车体疲劳寿命分析方法[J]. 机械工程学报, 2019, 55(2): 64-72.
- [8] 黄妮, 冯燕, 戴作强, 等. 氢燃料电池客车车架多工况疲劳可靠性分析[J]. 机械制造与自动化, 2019, 48(5): 17-21.
- [9] 孟繁强. 机车车辆转向架螺栓联接强度研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.
- [10] 陈泽亮. 柴油机安保监控系统程序设计[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2016.
- [11] 李强. 航空螺纹连接技术标准资源服务平台设计[D]. 西安: 西安工业大学, 2018.

收稿日期: 2019-12-31