

钻井系统黏滑效应的非线性稳定性研究

张康智¹, 毕永强¹, 曹鹏飞²

(1. 西安航空学院 机械工程学院, 陕西 西安 710077;

2. 西安兴航航空科技股份有限公司, 陕西 西安 710077)

摘要: 为了得到一种更准确的预测钻井系统黏滑振动稳定性的方法, 建立了钻井系统的无限维模型。采用模态分析方法得到了钻柱各模态的稳定边界, 分析了边界内外的振动特性。结果表明, 钻柱稳定性取决于钻柱的切削参数以及接触应力。

关键词: 钻井系统; 黏滑振动; 非线性振动; 稳定性

中图分类号: TG506 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2021)03-0044-05

Study on Non-linear Stability of Stick-slip Effect of the Drilling System

ZHANG Kangzhi¹, BI Yongqiang¹, CAO Pengfei²

(1. College of Mechanical Engineering, Xi'an Aerotechnical University, Xi'an 710077, China;

2. Xi'an Xinghang Aviation Technology Co., Ltd., Xi'an 710077, China)

Abstract: To obtain a more accurate method for predicting the stick-slip vibration stability of drilling system, an infinite dimensional model of drilling system was established. The stable boundary of each mode of drill string was obtained by modal analysis method, and the vibration characteristics inside and outside the boundary were analyzed. The results show that the stability of drill string depends on the cutting parameters and contact stress of the drill string.

Keywords: drilling system; stick-slip vibration; nonlinear vibration; stability

0 引言

钻井系统主要是由钻头、钻柱井架、驱动等部分组成。钻井过程中, 钻柱推动钻头深入地下岩层切削岩石, 钻头与岩石之间存在相互挤压、摩擦、黏滞等接触力引起钻头和钻柱的振动, 加速了钻柱和钻头的疲劳及断裂。

有许多学者致力于研究钻井系统的稳定性。RICHARD T 等^[1]将钻柱系统简化为两自由度扭摆模型, 建立了系统的二阶滞后动力学方程, 考虑钻头与岩石相互作用的切削力和摩擦力, 获得了系统的动态特性, 并进行黏滑振动模拟。基于此模型, NANDAKUMAR K 等^[2]考虑钻柱的黏性阻尼, 重新建立了模型, 分析了系统的线性稳定性, 绘制了旋转的稳定边界速度和钻孔速度。然而, 在 NANDAKUMAR K 的模型中没有考虑轴向振动。RICHARD T^[3-4]和 KHULIEF Y A^[5]考虑基于扭摆模型的轴向振动并研究了黏滑振动, 但没有对模型添加阻尼。KAMEL J M 等^[6]分析了钻柱轴向和扭转振动的时域响应, 并比较了每个钻孔参数对扭转振动的影响。有学者指出通过增加钻削系统刚度、阻尼或者附加动力吸振器吸收振动来抑制颤的方法, 主要是采用各类减振器^[7]。BAKHTIARI-Nejad F^[8]考虑钻铤的影响并将钻柱系统分解为钻杆、钻铤和钻头 3 个集中质量模型, 分析了输入参数和钻杆长度等参数对其的影响。上述学者都将钻柱系统视为轴向和圆周集中质量

模型, 以这种方式研究黏滑振动, 不能解释黏滑振动钻头以高频旋转时发生的振动不稳定性。

本文将钻柱系统考虑为弹性体模型, 考虑钻柱轴向和扭转阻尼, 并考虑切削力和接触力, 建立其力学模型如图 1 所示。

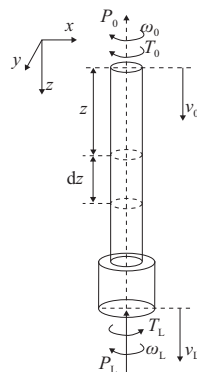


图 1 钻柱系统的弹性体力学模型

1 钻井系统动力学模型

1.1 动力学方程

在距离钻柱顶部 z 处取长度为 dz 的微元体进行受力

基金项目: 陕西省科技厅项目 (2019JM-535); 陕西省科技厅项目 (2019JM-396)

第一作者简介: 张康智 (1978—), 男, 陕西咸阳人, 副教授, 硕士, 研究方向为机电液一体化技术, 在北大核心、CSCD 检索上发表论文 20 余篇。

分析,微元体受力如图2所示。

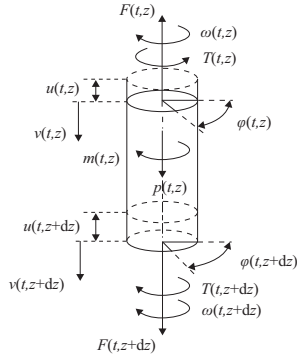


图2 微元体受力分析

根据微元体受力分解图,可以得到如下公式:

$$\frac{\partial F(t, z)}{\partial z} - \rho A \frac{\partial v(t, z)}{\partial t} - c_a v(t, z) A + p(t, z) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial T(t, z)}{\partial z} - \rho A \frac{r^2}{2} \cdot \frac{\partial \omega(t, z)}{\partial t} - c_r \omega(t, z) A \frac{r^2}{2} + m(t, z) = 0 \quad (2)$$

其中: ρ 表示钻柱的密度; A 表示钻柱的截面积; c_a 和 c_r 分别表示钻柱的体积轴向阻尼和体积旋转阻尼; v 表示截面轴向速度; ω 表示截面扭转角速度; F 表示截面上的轴向力; T 表示截面上的转矩; p 表示体积分布轴向力; m 表示体积分布转矩。

根据材料力学,力与变形的关系如下:

$$EA \frac{\partial u(t, z)}{\partial z} = F(t, z) \quad (3)$$

$$GI_p \frac{\partial \varphi(t, z)}{\partial z} = T(t, z) \quad (4)$$

其中: E 为弹性模量; G 为切变模量; u 表示截面轴向位移; φ 表示截面扭转角度。

位移与速度的关系如下:

$$\frac{\partial^2 u(t, z)}{\partial t \partial z} = -\frac{\partial v(t, z)}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi(t, z)}{\partial t \partial z} = -\frac{\partial \omega(t, z)}{\partial z} \quad (6)$$

将式(3)-式(6)代入式(1)和式(2),可得无限维钻井系统的动力学方程如下:

$$A \left(E \frac{\partial^2 u(t, z)}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial^2 u(t, z)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial u(t, z)}{\partial t} \right) = -p(t, z) \quad (7)$$

$$A \frac{r^2}{2} \left[\frac{G \partial^2 \varphi(t, z)}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial^2 \varphi(t, z)}{\partial t^2} - c_r \frac{\partial \varphi(t, z)}{\partial t} \right] = -m(t, z) \quad (8)$$

1.2 钻头受力分析

钻头与岩石的作用如图3所示。其中, R 表示钻头的半径, N 表示钻头的刀齿数, L 表示进给量, $D(t)$ 表示单个刀齿的切削深度, t_N 表示钻头切削延迟时间,则钻头整体的切削深度 $d(t) = ND(t)$ 。

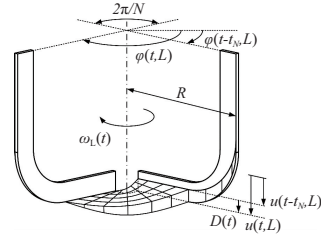


图3 钻头与岩石作用

根据PDC钻头的单刃切削实验^[9],作用于钻头上的力可以分解为切削力 F_c 和摩擦力 F_f ,如图4所示。

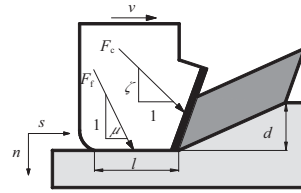


图4 刀齿受力分析

切削力和摩擦力共同作用于钻头上,于是,钻头所受轴向力 P_L 和转矩 T_L 可以写作:

$$P_L(t) = \zeta F_c + F_f = \zeta \varepsilon R d(t) + N \sigma l R \quad (9)$$

$$T_L(t) = \frac{1}{2} R (F_c + \mu F_f) = \frac{1}{2} \varepsilon R^2 d(t) + \frac{1}{2} R^2 \mu N \sigma l \quad (10)$$

单齿切深可以采用状态依赖延迟(SDD)模型,写作如下形式:

$$D(t) = u(t, L) - u(t - t_N, L) - \frac{v_0}{\omega_0} [\varphi(t, L) - \varphi(t - t_N, L)] \quad (11)$$

1.3 动力学方程的解

利用模态分解法求解式(7)和式(8),定义:

$$u(t, z) = \sum_{i=1}^{\infty} U_i(z) \eta_i(t), \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

$$\varphi(t, z) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_i(z) \gamma_i(t), \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

其中 i 为模态阶数,取整数。将式(12)和式(13)代入式(7)和式(8),得:

$$U_i(z) = \sqrt{\frac{2}{AL}} \sin \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} z \right] \quad (14)$$

$$\Phi_i(z) = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{1}{AL}} \sin \left[\frac{(2i-1)\pi}{2L} z \right] \quad (15)$$

$$\rho \ddot{\eta}_i + c_a \dot{\eta}_i + \omega_{a,i}^2 \eta_i = -P_L(t) U_i(L) \quad (16)$$

$$\rho \ddot{\gamma}_i + c_r \dot{\gamma}_i + \omega_{r,i}^2 \gamma_i = -T_L(t) \Phi_i(L) \quad (17)$$

将式(9)和式(10)、式(14)和式(15)代入式(16)和式(17),即可得到钻井系统各阶模态的振动微分方程:

$$\rho \ddot{\eta}_i(t) + c_a \dot{\eta}_i(t) + \omega_{a,i}^2 \eta_i(t) = -R U_i(L) N \left(\zeta \varepsilon \sum_{j=1}^{\infty} U_j(L) [\eta_j(t) - \eta_j(t - t_N)] - \frac{v_0}{\omega_0} \Phi_j [\gamma_j(t) - \gamma_j(t - t_N)] \right) + \sigma l \lambda \quad (18)$$

$$\rho \ddot{\gamma}_i + c_r \dot{\gamma}_i + \omega_{r,i}^2 \gamma_i = -\frac{1}{2} R^2 N \Phi_i(L) \left(\varepsilon \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ U_j(L) [\eta_j(t) - \eta_j(t-t_N)] - \frac{v_0}{\omega_0} \Phi_j [\gamma_j(t) - \gamma_j(t-t_N)] \right\} + \mu \sigma \lambda \right) \quad (19)$$

其中: λ 是与钻速有关的量; μ 是采用平滑处理的干摩擦模型,其表达式如下:

$$\lambda = \begin{cases} 1, & u(L, t) > 0 \\ 0, & u(L, t) \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$\mu = [\mu_k + (\mu_s - \mu_k) e^{-\alpha |\omega_0 + \dot{\varphi}(t)|}] \arctan \{ \sigma_a [\omega_0 + \dot{\varphi}(t)] \} \quad (21)$$

2 非线性稳定性仿真

定义状态参数 ψ_i, θ, V , 定义切削参数向量 $\mathbf{Q}(t)$, 其形式如下:

$$\mathbf{Q}(t) = [\eta_1 \quad \dot{\eta}_1 \quad \gamma_1 \quad \dot{\gamma}_1 \quad \cdots \quad \eta_n \quad \dot{\eta}_n \quad \gamma_n \quad \dot{\gamma}_n]^T \quad (22)$$

$$\psi_i = \varepsilon \frac{R^2}{2} N \Phi_i(L), \theta = \frac{2\zeta U_i(L)}{R \Phi_i(L)}, V = \frac{v_0}{\omega_0} \quad (23)$$

利用式(22)和式(23)可将钻井系统的响应方程化为如下形式:

$$\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{A}\mathbf{Q} + \mathbf{B}(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_{t_N}) + \mathbf{C} \quad (24)$$

其中:

$$\mathbf{A}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \mathbf{a}_i & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-\omega_{a,i}^2}{\rho} & \frac{-c_a}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-\omega_{r,i}^2}{\rho} & \frac{-c_r}{\rho} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{B}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{11} & \cdots & \mathbf{b}_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{b}_{n,1} & \cdots & \mathbf{b}_{n,n} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{b}_{i,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\psi_i \theta U_j}{\rho} & 0 & \frac{\psi_i \theta \Phi_j V}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\psi_i U_j}{\rho} & 0 & \frac{\psi_i \Phi_j V}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{c}_i \quad \cdots \quad \mathbf{c}_n] \quad (29)$$

$$\mathbf{c}_i = \frac{RN\sigma\lambda}{\rho} \begin{bmatrix} 0 & -U_i(L) & 0 & -\frac{R\Phi_i(L)\mu}{2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

设初值 $\mathbf{Q}(t_i) = \mathbf{Q}_i$, 在区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 上, 方程(24)的解为

$$\mathbf{Q}(t) = e^{\mathbf{D}(t-t_i)} \mathbf{Q}_i - e^{\mathbf{D}(t-t_i)} \int_{t_i}^t e^{\mathbf{D}(t_i-\xi)} [\mathbf{B}\mathbf{Q}(\xi - t_N) - \mathbf{C}] d\xi \quad (31)$$

其中:

$$\mathbf{Q}(t-t_N) = \frac{\mathbf{Q}_{i+1-m} + \mathbf{Q}_{i-m}}{2} \quad (32)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \quad (33)$$

则 $t=t_{i+1}$ 时, 式(31)可化为

$$\mathbf{Q}_{i+1} = e^{\mathbf{D}\Delta t} \mathbf{Q}_i + \mathbf{D}^{-1} (1 - e^{\mathbf{D}\Delta t}) \left(\mathbf{B} \frac{\mathbf{Q}_{i+1-m} + \mathbf{Q}_{i-m}}{2} - \mathbf{C} \right) \quad (34)$$

定义 $\mathbf{P}_i = [\mathbf{Q}_i \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_{i-m}]^T$, 于是式(34)可化为

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{E} \mathbf{P}_i + \mathbf{F} \quad (35)$$

其中:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e^{\mathbf{D}\Delta t} & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{2} \mathbf{D}^{-1} (1 - e^{\mathbf{D}\Delta t}) \mathbf{B} & \frac{1}{2} \mathbf{D}^{-1} (1 - e^{\mathbf{D}\Delta t}) \mathbf{B} \\ 1 & 0 & \cdots & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & 1 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{F} = [-\mathbf{D}^{-1} (1 - e^{\mathbf{D}\Delta t}) \mathbf{C} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (37)$$

称为系统的转移矩阵。应用 Floquet 稳定性理论可判定系统的稳定性。

钻井系统的参数值如表 1 所示。

表 1 钻井系统参数表

参数	值
$v_0 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.2
$\omega_0 / (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	5
r / m	0.05
R / m	0.1
L / m	1 000
E / Pa	2×10^{11}
$c_a / (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3})$	4×10^3
$c_r / (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3})$	4×10^3
ε / MPa	0.4
$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 800
ζ	0.1
N	4

定义切削参数 $\kappa = \frac{\sqrt{2} N \varepsilon R^2}{r A L}$, 选取转速-切削参数平面,

将平面离散成 500×600 个点, 逐个点进行扫描, 选取前 3 阶模态并且 $\sigma = 0$, 并最终确定稳定性边界如图 5 所示。

接触应力 σ 的最大值为 $\max(\sigma) = \varepsilon$, 故选取 $\sigma = \varepsilon$ 绘制稳定性边界。 $\sigma = 0$ 与 $\sigma = \varepsilon$ 绘制的边界将平面分为稳定区、颤振区和失稳区, 如图 6 所示。

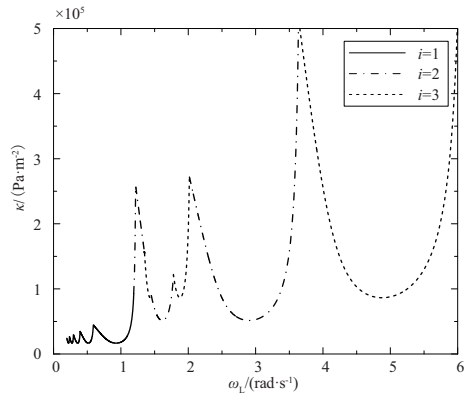


图5 系统前3阶模态稳定性边界($\sigma=0$)

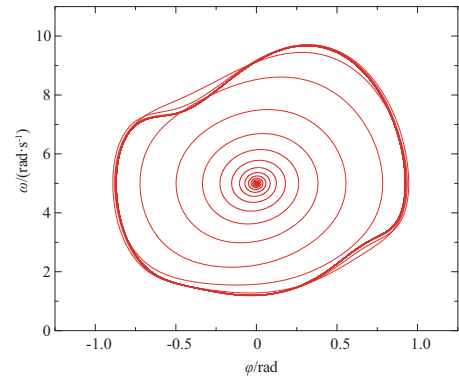


图9 B点转动相图

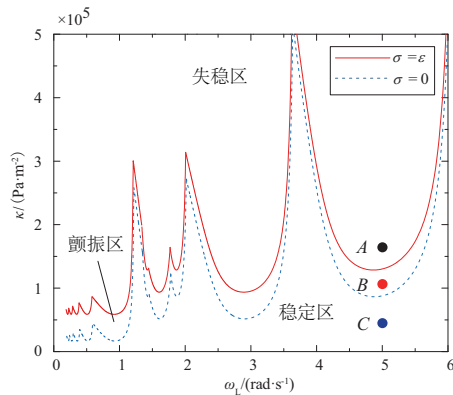


图6 钻井系统稳定性边界

分别从失稳区、颤振区、稳定区选取A、B、C三点,代入原方程,进行时域仿真,仿真结果如图7-图10所示。

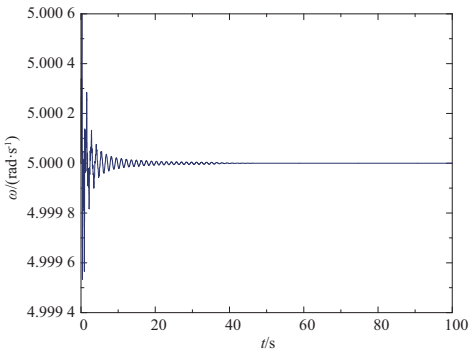


图10 C点转速时域波形

从时域仿真结果可以看出,系统在失稳区工作时,系统的振动幅值会越来越大,处于失稳状态;系统在颤振区工作时,摩擦力能够稳定振动幅值在一定区间内,使系统的振动呈现稳定的周期振动;系统在稳定区工作时,没有摩擦力的作用,系统的振动会逐渐减小。

3 结语

- 1) 钻井系统的稳定性与切削力及接触力有关,研究钻井系统的稳定性时必须同时考虑。
- 2) 钻井系统由细长钻柱构成,研究其稳定性时,应考虑为无限维弹性体,这样,针对研究系统在中高转速下的稳定性也能适用。
- 3) 接触应力作用于钻头产生的摩擦力是引起黏滑振动的主要因素。
- 4) 在实际工程中,系统处于稳定区工作时,具有减振效果,处于颤振区工作时系统振动较为稳定,处于失稳区工作时系统振动会扩大。

参考文献:

[1] RICHARD T, DETOURNAY E, FEAR M, et al. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits [C]// All Days. San Antonio, Texas. SPE, 2002.

[2] NANDAKUMAR K, WIERCIGROCH M. Stability analysis of a state dependent delayed, coupled two DOF model of drill-string vibration [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(10): 2575-2592.

[3] RICHARD T, GERMAY C, DETOURNAY E. A simplified model

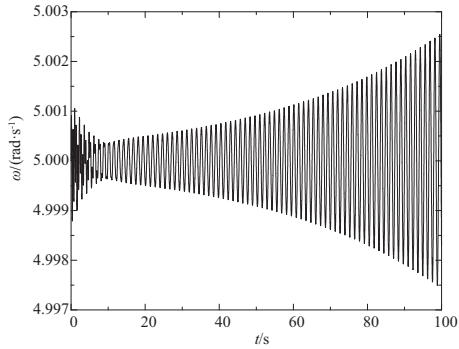


图7 A点转速时域波形

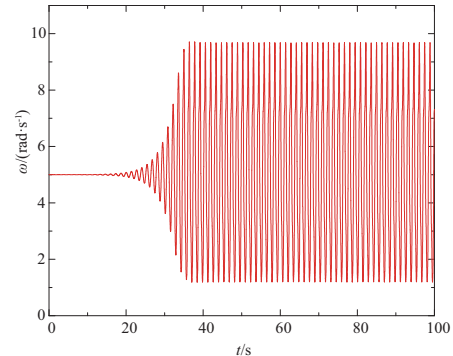


图8 B点转速时域波形