

同轴面齿轮传动系统动态均载特性研究

单来阳,李政民卿,张红

(南京航空航天大学 直升机传动技术国家级重点实验室,江苏 南京 210016)

摘 要:基于集中质量法建立了同轴面齿轮传动系统弯扭耦合动力学模型,定义了系统动态均载系数计算方法,将均载系数与 TRP 试验结果进行对比,验证均载计算方法的可靠性,并开展齿轮支撑刚度对系统动态均载特性影响规律的研究。结果表明:输入齿轮支撑刚度对系统输入、输出端均载系数均影响较大,适当减小输入齿轮支撑刚度有利于改善系统的均载性能;惰轮支撑刚度对系统输入端均载系数影响较大,对输出端均载系数影响较小;面齿轮支撑刚度变化对系统输入、输出端均载系数影响均很小,系统均载性能变化不大。

关键词:同轴面齿轮;齿轮动力学;支撑刚度;均载特性

中图分类号:TH132.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)06-0090-03

Study on Dynamic Load Sharing Characteristics of Concentric Face Gear Transmission System

SHAN Laiyang, LI Zhengminqing, ZHANG Hong

(National Key Laboratory of Helicopter Transmission Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the lumped mass method, bending and torsion coupled dynamic model of the concentric face gear transmission system is established, and the calculation method of dynamic load-sharing coefficient is defined. The calculated load-sharing coefficient is compared with the TRP test results to verify the reliability of the calculation method. The influence of the stiffness of the gear on the dynamic load-sharing characteristics of the system is studied. The results show that the stiffness of input gear support has great influence on the load-sharing coefficient of the input and output ends of the system. Reducing the stiffness of input gear support is beneficial to improving the system load-sharing performance. The support stiffness of the idler gear has greater impact on the load-sharing coefficient at the input ends of the system and less effect on the load-sharing coefficient at the output ends of the system. The change in the support stiffness of the face gear has little effect on the load-sharing coefficient of the input and output ends of the system, and the load-sharing of the system shows little change.

Keywords: concentric face gear; gear dynamic; support stiffness; load-sharing characteristics

0 引言

同轴面齿轮传动系统是一种新型的齿轮分汇流传动系统,与传统的齿轮分流-圆柱齿轮并车传动系统^[1]相比,其结构紧凑、零部件数目更少;相比于圆柱齿轮分流-并车传动系统^[2],多出了换向功能,减少了系统的传动级数,实现减质量。因而在直升机传动系统中具有重要的应用价值。

国内外学者针对同轴面齿轮传动系统的均载问题进行了研究。FILLER R R 和 HEATH G F 等^[3-4]搭建了同轴面齿轮传动系统静力学均载试验平台,通过输入齿轮与上、下面齿轮缓慢啮合来测量输入转矩在上、下面齿轮间的分配量。LI S 等^[5]研究了同轴面齿轮传动布置对静力学均载的影响。赵宁等^[6-7]建立了系统静力学及动力学均载计算模型,研究了系统刚度、误差等参数对系统均载的影响。

目前,针对同轴面齿轮传动系统均载研究主要集中在静态均载上,对动态均载的研究相对较少。本文建立了同轴面齿轮系统弯扭耦合动力学模型,定义了系统动态均载

系数计算方法,将计算方法的均载系数与 TRP (technology reinvestment program) 试验结果对比,验证均载计算方法的可靠性,开展齿轮支撑刚度对系统动态均载特性影响规律的研究。

1 系统弯扭耦合动力学建模

同轴面齿轮传动系统模型如图 1 所示,系统主要由输入齿轮 1、惰轮 2、输入齿轮 3、惰轮 4、下面齿轮 5、上面齿轮 6 等组成。其中输入转矩通过两输入齿轮分流到上、下面齿轮,上面齿轮 6 为系统输出端,分流到下面齿轮 5 的转矩又通过两惰轮传递到上面齿轮 6 实现功率汇流。

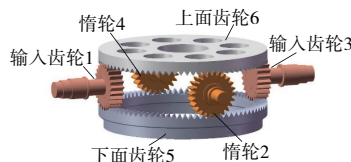


图 1 同轴面齿轮传动系统

基金项目: 2019 国家重点研发计划项目 (2019YFB2004700); 国家自然科学基金项目 (51775264); 国防基础科研计划项目 (JCKY2019605D003)

第一作者简介: 单来阳 (1994—), 男, 江苏徐州人, 硕士研究生, 研究方向为机械传动。

图2为系统弯扭耦合动力学模型。啮合副处及支承处的弹性变形用等效弹簧刚度表示,图中 k_{U1} 表示上面齿轮6与输入齿轮、惰轮之间的轮齿啮合刚度, k_{L1} 表示下面齿轮5与输入齿轮、惰轮之间的轮齿啮合刚度; k_{u5} 、 k_{v5} 、 k_{w5} 分别表示下面齿轮5支撑处横向、纵向、轴向的等效弹簧刚度, k_{u6} 、 k_{v6} 、 k_{w6} 分别表示上面齿轮6支撑处横向、纵向、轴向的等效弹簧刚度; k_{u1} 、 k_{v1} 表示输入齿轮、惰轮支撑处横向、纵向的等效弹簧刚度。此系统共有 $(8+3 \times N)$ 个自由度,其广义坐标如下:

$$\mathbf{X} = \{\theta_i, u_i, v_i, \theta_5, u_5, v_5, w_5, \theta_6, u_6, v_6, w_6\}^T$$

其中: θ_i 为输入齿轮、惰轮扭转的微转角; u_i 、 v_i 分别为输入齿轮、惰轮中心横向、纵向微位移; θ_5 为下面齿轮5扭转的微转角; u_5 、 v_5 、 w_5 分别为下面齿轮5中心横向、纵向、轴向微位移; θ_6 为上面齿轮6扭转的微转角; u_6 、 v_6 、 w_6 分别为上面齿轮6中心横向、纵向、轴向微位移; $i=1,2,\dots,N$,此系统 $N=4$ 。

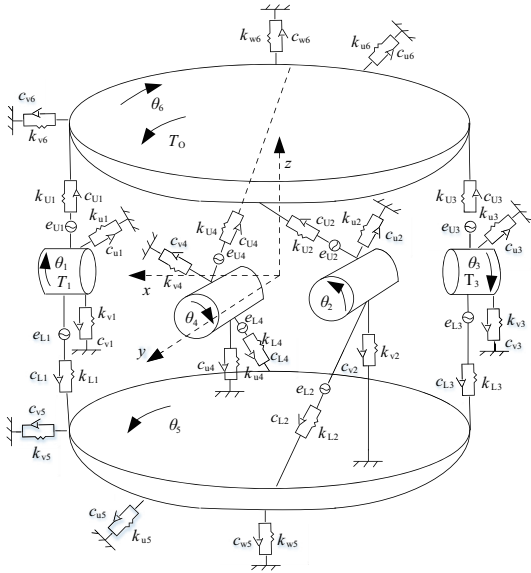


图2 同轴面齿轮传动系统弯扭耦合动力学模型

根据图2,由空间几何分析可得沿啮合线方向的位移:

$$\begin{cases} x_{U1} = (-u_1 \cos \alpha + v_1 \sin \alpha + r_{b1} \theta_1) - (-v_6 \cos \alpha - w_6 \sin \alpha + r_{b6} \theta_6) - e_{U1} \\ x_{L1} = (u_1 \cos \alpha - v_1 \sin \alpha + r_{b1} \theta_1) - (-v_5 \cos \alpha - w_5 \sin \alpha + r_{b5} \theta_5) - e_{L1} \\ x_{U2} = (-u_2 \cos \alpha + v_2 \sin \alpha + r_{b2} \theta_2) - (-u_6 \sin \phi_1 \cos \alpha - v_6 \cos \phi_1 \cos \alpha - w_6 \sin \alpha + r_{b6} \theta_6) - e_{U2} \\ x_{L2} = (u_5 \sin \phi_1 \cos \alpha - v_5 \cos \phi_1 \cos \alpha + w_5 \sin \alpha + r_{b5} \theta_5) - (u_2 \cos \alpha + v_2 \sin \alpha + r_{b2} \theta_2) - e_{L2} \\ x_{U3} = (-u_3 \cos \alpha + v_3 \sin \alpha + r_{b3} \theta_3) - (u_6 \sin \phi_2 \cos \alpha - v_6 \cos \phi_2 \cos \alpha - w_6 \sin \alpha + r_{b6} \theta_6) - e_{U3} \\ x_{L3} = (u_3 \cos \alpha - v_3 \sin \alpha + r_{b3} \theta_3) - (u_5 \sin \phi_2 \cos \alpha - v_5 \cos \phi_2 \cos \alpha - w_5 \sin \alpha + r_{b5} \theta_5) - e_{L3} \\ x_{U4} = (-u_4 \cos \alpha + v_4 \sin \alpha + r_{b4} \theta_4) - (-u_6 \sin \phi_3 \cos \alpha - v_6 \cos \phi_3 \cos \alpha - w_6 \sin \alpha + r_{b6} \theta_6) - e_{U4} \\ x_{L4} = (u_5 \sin \phi_3 \cos \alpha - v_5 \cos \phi_3 \cos \alpha + w_5 \sin \alpha + r_{b5} \theta_5) - (u_4 \cos \alpha + v_4 \sin \alpha + r_{b4} \theta_4) - e_{L4} \end{cases} \quad (1)$$

式中: r_{bi} 为系统圆柱齿轮 i (输入齿轮、惰轮)的基圆半径; r_{b5} 、 r_{b6} 为上、下面齿轮等效基圆半径; e_{Ui} 为圆柱齿轮(输入齿轮、惰轮)与上面齿轮6间的准静态传递误差; e_{Li} 为圆柱齿轮(输入齿轮、惰轮)与下面齿轮5间的准静态传递误差; ϕ_j 为齿轮1与齿轮 $(j+1)$ 轴线交角; $i=1,2,3,4$; $j=1,2,3$ 。

根据上述啮合线位移分析,可得各齿轮副间的动态啮合力为

$$\begin{cases} F_{U1} = c_{U1} \dot{x}_{U1} + k_{U1} x_{U1} \\ F_{L1} = c_{L1} \dot{x}_{L1} + k_{L1} x_{L1} \\ F_{U2} = c_{U2} \dot{x}_{U2} + k_{U2} x_{U2} \\ F_{L2} = c_{L2} \dot{x}_{L2} + k_{L2} x_{L2} \\ F_{U3} = c_{U3} \dot{x}_{U3} + k_{U3} x_{U3} \\ F_{L3} = c_{L3} \dot{x}_{L3} + k_{L3} x_{L3} \\ F_{U4} = c_{U4} \dot{x}_{U4} + k_{U4} x_{U4} \\ F_{L4} = c_{L4} \dot{x}_{L4} + k_{L4} x_{L4} \end{cases} \quad (2)$$

式中: c_{Ui} 表示上面齿轮6与输入齿轮、惰轮之间的等效啮合阻尼; c_{Li} 表示下面齿轮5与输入齿轮、惰轮之间的等效啮合阻尼; $i=1,2,3,4$ 。

根据图2动力学模型,可推得如下运动微分方程。

输入齿轮1:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 + (F_{L1} + F_{U1}) r_{b1} = T_1 \\ m_1 \ddot{u}_1 + c_{u1} \dot{u}_1 + k_{u1} u_1 = F_{U1} \cos \alpha - F_{L1} \cos \alpha \\ m_1 \ddot{v}_1 + c_{v1} \dot{v}_1 + k_{v1} v_1 = -F_{U1} \sin \alpha + F_{L1} \sin \alpha \end{cases} \quad (3)$$

惰轮2:

$$\begin{cases} I_2 \ddot{\theta}_2 + (F_{U2} - F_{L2}) r_{b2} = 0 \\ m_2 \ddot{u}_2 + c_{u2} \dot{u}_2 + k_{u2} u_2 = F_{U2} \cos \alpha + F_{L2} \cos \alpha \\ m_2 \ddot{v}_2 + c_{v2} \dot{v}_2 + k_{v2} v_2 = -F_{U2} \sin \alpha + F_{L2} \sin \alpha \end{cases} \quad (4)$$

输入齿轮3:

$$\begin{cases} I_3 \ddot{\theta}_3 + (F_{L3} + F_{U3}) r_{b3} = T_3 \\ m_3 \ddot{u}_3 + c_{u3} \dot{u}_3 + k_{u3} u_3 = F_{U3} \cos \alpha - F_{L3} \cos \alpha \\ m_3 \ddot{v}_3 + c_{v3} \dot{v}_3 + k_{v3} v_3 = -F_{U3} \sin \alpha + F_{L3} \sin \alpha \end{cases} \quad (5)$$

惰轮4:

$$\begin{cases} I_4 \ddot{\theta}_4 + (F_{U4} - F_{L4}) r_{b4} = 0 \\ m_4 \ddot{u}_4 + c_{u4} \dot{u}_4 + k_{u4} u_4 = F_{U4} \cos \alpha + F_{L4} \cos \alpha \\ m_4 \ddot{v}_4 + c_{v4} \dot{v}_4 + k_{v4} v_4 = -F_{U4} \sin \alpha + F_{L4} \sin \alpha \end{cases} \quad (6)$$

下面齿轮5:

$$\begin{cases} I_5 \ddot{\theta}_5 - (F_{L1} - F_{L2} + F_{L3} - F_{L4}) \cos \alpha \cdot r_{b5} = 0 \\ m_5 \ddot{u}_5 + c_{u5} \dot{u}_5 + k_{u5} u_5 = (-F_{L2} \sin \phi_1 + F_{L3} \sin \phi_2 - F_{L4} \sin \phi_3) \cos \alpha \\ m_5 \ddot{v}_5 + c_{v5} \dot{v}_5 + k_{v5} v_5 = (-F_{L1} + F_{L2} \cos \phi_1 - F_{L3} \cos \phi_2 + F_{L4} \cos \phi_3) \cos \alpha \\ m_5 \ddot{w}_5 + c_{w5} \dot{w}_5 + k_{w5} w_5 = -(F_{L1} + F_{L2} + F_{L3} + F_{L4}) \sin \alpha \end{cases} \quad (7)$$

上面齿轮 6:

$$\begin{cases} I_6 \ddot{\theta}_6 - (F_{U1} + F_{U2} + F_{U3} + F_{U4}) \cos \alpha \cdot r_{b6} = -T_o \\ m_6 \ddot{u}_6 + c_{u6} \dot{u}_6 + k_{u6} u_6 = \\ (-F_{U2} \sin \phi_1 - F_{U3} \sin \phi_2 - F_{U4} \sin \phi_3) \cos \alpha \\ m_6 \ddot{w}_6 + c_{w6} \dot{w}_6 + k_{w6} w_6 = \\ (-F_{U1} - F_{U2} \cos \phi_1 - F_{U3} \cos \phi_2 - F_{U4} \cos \phi_3) \cos \alpha \\ m_6 \ddot{v}_6 + c_{v6} \dot{v}_6 + k_{v6} v_6 = -(F_{U1} + F_{U2} + F_{U3} + F_{U4}) \sin \alpha \end{cases} \quad (8)$$

式中: m_i 为齿轮质量; I_i 为齿轮转动惯量; F_{ij} 为圆柱齿轮(输入齿轮、惰轮)与下面齿 5 轮动态啮合力; F_{Uj} 为圆柱齿轮与上面齿轮 6 动态啮合力; ϕ_k 为输入齿轮 1 与齿轮 $(k+1)$ 轴线交角; T_i 为输入转矩; T_o 为输出转矩; $i=1,2,3,4,5,6$; $j=1,2,3,4$; $k=1,2,3$ 。

2 系统动态均载计算方法

根据系统工作原理可知,两输入齿轮主要将输入转矩分流到上、下面齿轮,而输出端的上面齿轮 6 与输入齿轮及惰轮啮合实现转矩的汇流。

因此,定义输入端两输入齿轮与上、下面齿轮分支动力学均载系数为

$$\begin{cases} \Omega_{iPU} = \frac{2F_{iUR}}{F_{iUR} + F_{iLR}}, & i=1,3 \\ \Omega_{iPL} = \frac{2F_{iLR}}{F_{iUR} + F_{iLR}} \end{cases} \quad (9)$$

输出端的上面齿轮 6 与两输入齿轮、两惰轮动力学均载系数为

$$\Omega_{iU} = \frac{4F_{iUR}}{\sum_i F_{iUR}}, \quad i=1,2,3,4 \quad (10)$$

令 Ω_p 、 Ω_u 为系统输入端与输出端的动态均载系数,则

$$\begin{cases} \Omega_p = [(\Omega_{iPU})_{\max}, (\Omega_{iPL})_{\max}]_{\max} \\ \Omega_u = (\Omega_{iU})_{\max} \end{cases} \quad i=1,3; j=1,2,3,4 \quad (11)$$

式中: F_{iUR} 和 F_{iLR} 分别为齿轮 i 与上、下面齿轮动态啮合力一个周期内的均方根值。

动态啮合力的均方根值可先通过 MATLAB Simulink 求得齿轮副动态啮合力,之后对一个啮合周期动态啮合力求均方值得到。动态啮合力均方根值可表示为

$$\begin{cases} F_{iUR} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n F_{iURn}^2} \\ F_{iLR} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n F_{iLRn}^2} \end{cases} \quad (12)$$

针对同轴面齿轮传动系统的均载特性,美国 NASA 曾在 TRP 计划中开展了试验研究^[8],为验证提出的均载计算方法的可靠性,由该试验给定的齿轮参数和工况,开展了计算方法与试验结果的对比分析,结果如表 1 所示。齿轮模数为 2,圆柱齿轮齿数为 24,面齿轮齿数为 97,输入功率为 167 kW,输入转矩为 200 N·m。

表 1 均载结果对比

名称	支路	均载系数
TRP	$\Omega_{iPU}(\Omega_{3PU})$	1.032
	$\Omega_{iPL}(\Omega_{3PL})$	0.968
本文	$\Omega_{iPU}(\Omega_{3PU})$	1.017
	$\Omega_{iPL}(\Omega_{3PL})$	0.983

通过对比可知,本文提出的动态均载计算方法与试验最大相对误差为 1.55%,说明利用该方法分析系统动态均载特性是可靠的。

3 动态均载特性分析

分析同轴面齿轮传动系统均载特性,齿轮基本参数及刚度参数分别如表 2、表 3 所示。主要工况参数:输入转速 600 r/min,功率 0.6 kW。

表 2 齿轮基本参数

基本参数	圆柱齿轮	面齿轮
模数/mm	2	2
齿数	49	98
压力角/(°)	20	20
齿宽/mm	20	13
齿顶高系数	1	1
顶隙系数	0.25	0.25

表 3 齿轮刚度参数 单位: N/m

齿轮类型	支撑刚度
输入齿轮	4.55×10^6
惰轮	2.93×10^7
面齿轮	1.61×10^8

基于上述参数,开展支撑刚度对动态均载系数影响规律分析,结果如图 3、图 4 所示。

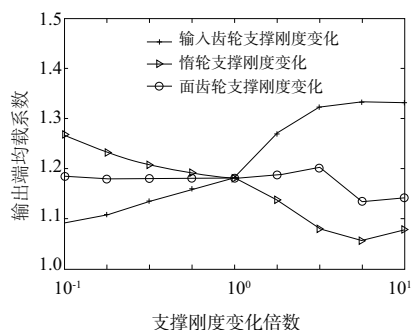


图 3 齿轮支撑刚度对输入端均载系数影响

由图 3 可知,输入端均载系数 Ω_p 随着输入齿轮支撑刚度的增大而变大,均载性能变差;输入端均载系数 Ω_u 随着惰轮支撑刚度的增加而减小,均载性能变好;面齿轮支撑刚度变化时,输入端均载系数 Ω_p 波动很小,均载性能变化不大。

(下转第 98 页)

表 8 3 种修正情况的结果误差对比 单位: %

阶次	修正前	不使用响应面	2 阶完全多项式响应面	最优阶次多项式响应面
1	-2.93	1.07	5.37	3.13
2	-1.60	0.78	1.44	1.36
3	8.14	7.72	7.85	3.37
4	4.87	-2.71	-0.87	-0.69
5	0.02	-1.79	-0.98	-0.42

表 8 数据显示,初始有限元模型修正前的平均误差为 3.52%,不使用响应面修正的平均误差为 2.81%,使用 2 阶完全多项式响应面模型修正的平均误差为 3.30%,而使用最优阶次多项式响应面模型修正的误差达到 1.79%,表明 3 种修正方法都可以有效修正初始模型频率的误差。3 种修正方法中都存在少数响应误差放大的情况,因为部分参数灵敏度接近于 0,会产生矩阵奇异误差不收敛的情况。对比可得:1)修正中使用响应面与不使用响应面相比,无需调用有限元软件,且迭代次数下降。但 2 阶多项式响应面修正结果误差较不使用响应面的修正结果有所提高,分析认为是代理模型的精度不够而引发了误差。2)使用最优阶次多项式响应面与完全 2 阶多项式响应面相比,迭代次数少量增加,但修正结果更接近真实数据,并且少数响应误差放大情况得到了改善,计算效率和修正结果精度更高。

3 结语

本文提出了一种最优阶次多项式响应面法的构建方法,解决了常规多项式响应面法阶数限制的问题,区分了

多项式中不同参数间的阶次特性,提高了响应面模型的精度。将改进的响应面法应用于模型修正中,降低了经典修正过程中反复调用有限元软件灵敏度模块消耗的计算量,减少了由于代理模型精度不够引发的修正结果误差。数值算例表明该改进响应面法可以提高传统响应面的精度;GARTEUR 算例表明该响应面法可以成功应用于模型修正领域,并通过提高代理模型的精度而有效减少修正误差,提高修正效率,具有良好的应用前景。

参考文献:

- [1] 史治宇. 变分原理及有限元[M]. 北京:国防工业出版社,2016.
- [2] 张皓,李东升,李宏男. 有限元模型修正研究进展:从线性到非线性[J]. 力学进展,2019,49(6):542-575.
- [3] 窦毅芳,刘飞,张为华. 响应面建模方法的比较分析[J]. 工程设计学报,2007,14(5):359-363.
- [4] 李莉,张赛,何强,等. 响应面法在试验设计与优化中的应用[J]. 实验室研究与探索,2015,34(8):41-45.
- [5] 范文亮,张春涛,李正良,等. 考虑交叉项的自适应响应面法[J]. 工程力学,2013,30(4):68-72.
- [6] 张权,史治宇. 加权方法在基于灵敏度分析的模型修正中的应用[J]. 机械制造与自动化,2018,47(6):85-88,123.
- [7] KRISHNAMURTHY T, ROMERO V. Construction of response surfaces with higher order continuity and its application to reliability engineering [C]//43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Denver, Colorado, Reston, Virginia: AIAA, 2002.

收稿日期:2020-10-19

(上接第 92 页)

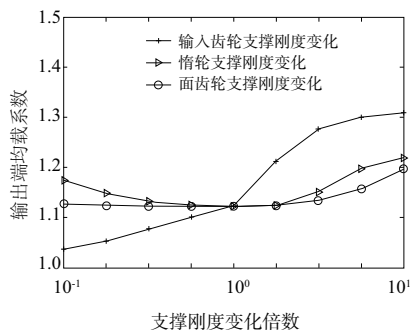


图 4 齿轮支撑刚度对输出端均载系数影响

由图 4 可知,输出端均载系数 Ω_0 随着输入齿轮支撑刚度的增大而变大,均载性能变差;惰轮、面齿轮支撑刚度变化时,输出端均载系数 Ω_0 波动很小,均载性能变化不大。

4 结语

本文建立了同轴面齿轮传动系统弯扭耦合动力学模型,定义了系统动力学均载系数计算方法,开展了支撑刚度对系统动态均载特性的影响分析,结论如下:

1)输入齿轮支撑刚度对系统输入、输出端均载系数均影响较大,适当降低输入齿轮支撑刚度有利于改善系统的均载性能。

2)惰轮支撑刚度对系统输入端均载系数影响较大,对输出端均载系数影响较小。

3)面齿轮支撑刚度变化对系统输入、输出端均载系数均影响很小,系统均载性能变化不大。

参考文献:

- [1] 任薇. 面齿轮-圆柱齿轮两次分流传动系统的设计及均载特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2017:7-8.
- [2] 赵永志. 圆柱齿轮分扭并车传动系统动力学建模及弹性辐板均载研究[D]. 西安:西北工业大学,2015:8-9.
- [3] FILLER R R, HEATH G F, SLAUGHTER S C, et al. Torque splitting by a concentric face gear transmission [C]//58th American Helicopter Society International Annual Forum. Alexandria, USA: American Helicopter Society, 2002:1-17.
- [4] HEATH G F, FILLER R R, TAN J. Development of face gear technology for industrial and aerospace power transmission [R]. Washington D. C. :NASA/CR, 2002:14-78.
- [5] LI Z, LI S, TANG X, et al. Predictions of input pinion floating on concentric face gear transmission static load sharing [J]. Vibroengineering Procedia, 2019, 28:236-240.
- [6] 赵宁,李旺,郭辉,等. 某型直升机同轴面齿轮分扭传动均载研究[J]. 机械传动,2020,44(5):10-17.
- [7] 李旺,赵宁,简彦虎,等. 同轴面齿轮分扭传动的动态均载特性[J]. 西安交通大学学报,2020,54(9):109-116.
- [8] YURIY GMIRYA, SHULIN H, GREGORY B, et al. Load sharing test of the CH-53K split torque main gearbox [C]. The American Helicopter Society 65th Annual Forum. The American Helicopter Society International, Grapevine Texas, 2009: 977-986.

收稿日期:2020-11-10