

# 关节型双足机器人设计与运动分析

王雄,张菁

(榆林学院,陕西 榆林 719000)

**摘要:**对仿生人类腰部以下结构,设计一种关节型双足机器人。构建其行走与站立两种基本运动的运动学模型,通过逆运动学分析对其关键数值进行解算。实验验证了机器人设计及运动分析的合理性。

**关键词:**关节;双足机器人;运动学;逆运动学

**中图分类号:**TP242   **文献标志码:**A   **文章编号:**1671-5276(2022)02-0169-03

## Design and Motion Analysis of Joint Biped Robot

WANG Xiong, ZHANG Jing

(Yulin University, Yulin 719000, China)

**Abstract:** A joint biped robot simulating human body down from waist is designed. The kinematics models of walking and standing are constructed, and the key values are solved in inverse kinematics analysis. The experimental results show that the robot can walk as expected, which proves the rationality of robot design and motion analysis.

**Keywords:** joint; biped robot; kinematics; inverse kinematics

## 0 引言

人类自然机体有着无可比拟的优越性。相对于其他移动方式,双足运动模式支撑脚离散、交替地接触地面,同时可依据环境选择最佳支撑点,受环境的限制少,具有很高的灵活性。因此双足机器人正成为机器人领域的一个研究热点,不仅有重要的学术意义,而且有现实的应用价值<sup>[1-2]</sup>。

日本早稻田大学于1971年研制出了世界上第一台仿人双足机器人Wap3。该机器人最大步幅为15 cm,周期45 s。2014年日本东京大学开发出了行动速度为时速4.2 km的双足行走机器人Achires。2019年美国Boston Dynamics发布了性能优良的双足机器人Atlas。国内的科研院所,如清华大学、上海交通大学、北京理工大学等也对双足机器人也进行了一定程度的研究<sup>[3-4]</sup>。

上述提到的双足机器人结构基本都是仿生人类机体,双腿各个关节运动方向均一致,其运动过程中的质心稳定需要整个机器人进行配合,导致其结构复杂,控制较难。因此本文以人类腰部以下为原型,创新设计一种新型关节型双足机器人,并对其运动进行分析。

## 1 机器人结构设计

机器人的结构如图1所示。

1)简化人体下半身行走结构并调整关节位置。采用舵机驱动关节运转,对称的两条机械腿各有3个自由度,

分别为髋关节、膝关节和踝关节。

2)髋关节和膝关节的4个舵机通过控制矩形连接件和U型连接件前后摆动,负责抬放腿动作,进而完成机器人的前进后退。髋关节和膝关节运动方向一致。

3)踝关节的两个舵机控制脚底板左右摆动,在两个机械足交替工作时稳定质心。踝关节运动方向与髋关节、膝关节垂直。

4)为减少质量,机械结构件均采用铝合金折弯件。

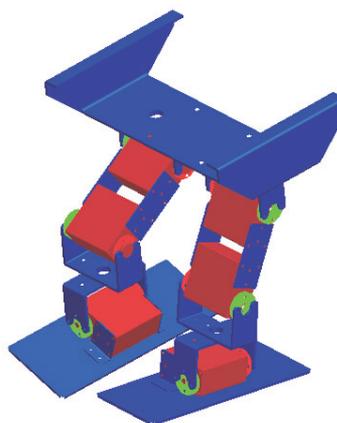


图1 双足机器人结构

## 2 运动分析

机器人通过关节变化完成运动,因此将一个行走周期

基金项目:榆林市科技局产学研合作项目(2019-85-2)

第一作者简介:王雄(1983—),男,陕西榆林人,副教授,硕士,研究方向为智能系统与智能机器人。

划分为两部分,即行走和站立。在行走时,需要髋关节、膝关节和踝关节共计 6 个关节的协调,完成运动。在站立时,需要髋关节、膝关节共计 4 个关节的协调,完成质心调配,以保证机器人的稳定和为行走做好准备<sup>[5]</sup>。

### 2.1 行走的运动学模型

机器人两条腿结构完全对称,当一条腿做支撑时,另外一条腿做摆动。采用 Denavit-Hartenberg 方法建立坐标系,经过简化后,结构如图 2 所示。

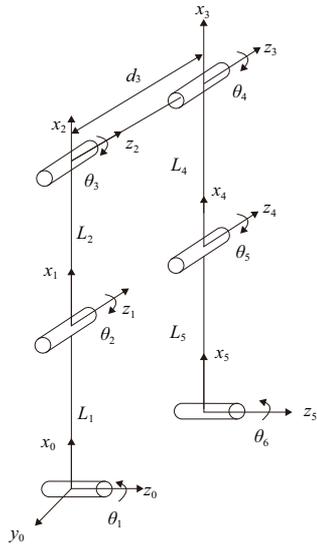


图 2 行走运动坐标系

为方便分析,假设左腿为摆动腿,右腿为支撑腿。首先定义参考坐标系,即坐标系 {0},它固定在支撑腿踝关

节上, $z_0$  为机器人前进方向,踝关节旋转角度为  $\theta_1$ 。坐标系 {1}、{2} 与 {0} 呈  $90^\circ$  关系。相应的膝关节和髋关节旋转角度分别为  $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 。两个髋关节之间为刚性联接,摆动腿髋关节和膝关节上定义坐标系 {3}、{4},旋转角度为  $\theta_4$ 、 $\theta_5$ ,摆动腿踝关节定义坐标系 {5},旋转角度为  $\theta_6$ ,与坐标系 {3}、{4} 呈  $90^\circ$  关系。各连杆坐标系均设在了关节处<sup>[6]</sup>。

图 2 中: $i$  为杆件编号; $\theta_i$  为关节变量; $\alpha_i$  为连杆扭角; $a_i$  为连杆长度; $d_i$  为偏置量。第 1 关节和第 6 关节轴线平行,与其余关节轴线呈垂直,因此  $\alpha_1 = \alpha_6 = 90^\circ$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0^\circ$ 。第 1、第 2、第 3 关节的坐标系原点在同一个平面上,第 4、第 5、第 6 关节的坐标系原点在另一平面内,两平面之间距离为  $d_3$ ,而  $d_1 = d_2 = d_4 = d_5 = 0$ 。

可得齐次变换矩阵如下:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & L_1 c_1 \\ s_1 & 0 & -c_1 & L_1 s_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & L_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & L_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & A_4 &= \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & L_4 c_4 \\ s_4 & c_4 & 0 & L_4 s_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 A_5 &= \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & L_5 c_5 \\ s_5 & c_5 & 0 & L_5 s_5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & A_6 &= \begin{bmatrix} c_6 & 0 & s_6 & 0 \\ s_6 & 0 & -c_6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

可求得末端连杆对于参考坐标系的姿态矩阵  $T_6$ ,如式(1)所示。

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23456} & s_1 & c_1 s_{23456} & L_1 c_1 + d_3 s_1 + L_2 c_1 c_2 + L_4 c_1 c_{234} + L_5 c_1 c_{2345} \\ s_1 c_{23456} & -c_1 & s_1 s_{23456} & L_1 s_1 - d_3 c_1 + L_2 s_1 c_2 + L_4 s_1 c_{234} + L_5 s_1 c_{2345} \\ s_{23456} & 0 & -c_{23456} & L_2 s_2 + L_4 s_{234} + L_5 s_{2345} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $c_{i \dots n} = \cos(\theta_i + \dots + \theta_n)$ ;  $s_{i \dots n} = \sin(\theta_i + \dots + \theta_n)$ ;  
 $i = 1, 2, \dots, 6; n = 1, 2, \dots, 6$ 。

### 2.2 站立运动学模型

站立过程中,双腿均保持一致。其中踝关节保持不动,髋关节和膝关节保持运动。

结构简化如图 3 所示。首先定义参考坐标系 {0},同样固定在踝关节上,此处关节 1 在变形过程中不运动,即  $\theta_1 = 0^\circ$ 。坐标系 {1}、{2} 与 {0} 呈  $90^\circ$  关系,相应的两个关节 2、3 旋转角度分别为  $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 。各连杆坐标系均设在了关节处,坐标系 {0} 的  $y$  轴垂直于纸面,其余坐标系的  $z$  轴垂直于纸面,各  $x$  轴均为各连杆的延长线。

第 1 关节轴线与其余关节轴线呈垂直状态,  $\alpha_1 = 90^\circ$ , 剩余关节轴线彼此平行,  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0^\circ$ 。各连杆坐标系原点都在同一平面上,  $d_1 = d_2 = d_3 = 0$ 。可得齐次变换矩阵如下:

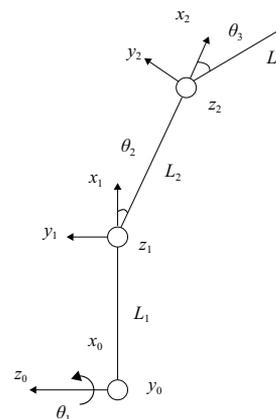


图 3 站立运动坐标图

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 c_1 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 s_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & L_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & L_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

可求得末端连杆对于参考坐标系的姿态矩阵  $T_3$ , 见式(2)。

$$T_3 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} c_{23} & -s_{23} & 0 & L_1 + L_2 c_2 \\ 0 & 0 & -c_1 & 0 \\ s_{23} & c_{23} & 0 & L_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 2.3 逆向运动学分析

已知机器人末端位姿矩阵  $T$  及关键参数求解关节变量, 为下一步机器人的运动做准备。对于本文所设计的机器人, 根据实际的情况存在两种不同的运动模式。因此应该根据机器人的运动模式来确定求解的数值。

设末端位姿如式(3)所示。

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\theta_5 = \arccos \frac{[p_z s_2 - L_2 + c_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1)]^2 + [p_z c_2 - s_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1)]^2 - L_4^2 - L_5^2}{2L_4 L_5} \quad (7)$$

三次分离变量后如式(8)所示。

$$A_1^{-1} A_2^{-1} A_3^{-1} T = A_4 A_5 A_6 \quad (8)$$

可得式(9):

$$\begin{cases} k_1 = p_z c_2 - s_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1) \\ k_2 = p_z s_2 - L_2 + c_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1) \\ s_3 [p_z c_2 - s_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1)] + c_3 [p_z s_2 - L_2 + c_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1)] = L_4 c_4 + L_5 c_{45} \\ c_3 [p_z c_2 - s_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1)] - s_3 [p_z s_2 - L_2 + c_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1)] = L_4 s_4 + L_5 s_{45} \end{cases} \quad (9)$$

假设已知  $\theta_4$ , 从而可求得  $\theta_3$  如式(10)所示。

$$\theta_3 = \arctan \frac{k_1}{k_2} - \arctan \frac{L_4 s_4 + L_5 s_{45}}{\pm \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - (L_4 s_4 + L_5 s_{45})^2}} \quad (10)$$

由上式可见,  $\theta_3$  由  $\theta_1, \theta_2, \theta_4, \theta_5$  求得, 它们存在约束关系, 需要假设  $\theta_2, \theta_4$  的值。因此在末端空间位姿确定的情况下, 有两个角度需要自行给定。

由  $s_{23456} = n_z$  可求得  $\theta_6$  如式(11)所示。

$$\theta_6 = \arcsin n_z - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 \quad (11)$$

b) 站立逆运动学分析

由式(2)和式(3)可得式(12):

$$\begin{cases} p_z = L_2 s_2 \\ n_z = s_{23} \end{cases} \quad (12)$$

可求得  $\theta_2$  和  $\theta_3$  如式(13)所示。

$$\begin{cases} \theta_2 = \arcsin \frac{p_z}{L_2} \\ \theta_3 = \arcsin n_z - \theta_2 \end{cases} \quad (13)$$

1) 机器人在行走时, 需要求解  $\theta_i (i=1, \dots, 6)$ , 即所有关节角。

2) 机器人在站立中, 需要求解  $\theta_2$  和  $\theta_3$ 。

a) 行走的逆运动学分析

依据式(1)和式(3), 采用分离变量法, 二次分离变量后如式(4)所示。

$$A_1^{-1} A_2^{-1} T = A_3 A_4 A_5 A_6 \quad (4)$$

可得式(5):

$$\begin{cases} p_z s_2 - L_2 + c_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1) = L_4 c_{34} + L_5 c_{345} \\ p_z c_2 - s_2(p_x c_1 - L_1 + p_y s_1) = L_4 s_{34} + L_5 s_{345} \\ p_x s_1 - p_y c_1 = d_3 \end{cases} \quad (5)$$

解得  $\theta_1$  如式(6)所示。

$$\theta_1 = \arctan \frac{p_y}{p_x} - \arctan \frac{d_3}{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_3^2}} \quad (6)$$

由于关节角存在多组未知解, 因此假设已知  $\theta_2$ , 则可解的  $\theta_5$  如式(7)所示。

## 3 实验验证

针对所构建的正逆运动学模型和求解方法进行实验验证。实验环境选取较为平整的地面, 机器人利用关节变化实现行走。实验室研制的机器人样机实际尺寸  $L_1, L_2, L_4, L_5$  及  $d_3$  均为 40mm, 根据实际尺寸进行实验分析。

### 3.1 行走关节解算

通过实例, 进行逆运动学验证。假设  $\theta_2$  为  $5^\circ$ ,  $\theta_4$  为  $6^\circ$ , 设末端位姿为

$$T = \begin{bmatrix} 0.887 & 616 & 0.087 & 156 & 0.452 & 263 & 158.083 & 045 \\ 0.077 & 656 & -0.996 & 195 & 0.039 & 568 & -26.322 & 321 \\ 0.453 & 990 & 0 & -0.891 & 006 & 30.165 & 362 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

排除其他不合理解后, 可得到以下解:

$$\theta_1 = 4.99^\circ, \theta_2 = 5^\circ, \theta_3 = 5.98^\circ, \theta_4 = 6^\circ, \theta_5 = 5.01^\circ, \theta_6 = 5.01^\circ。$$

### 3.2 站立关节解算

设末端位姿为

$$T = \begin{bmatrix} 0.573 & 576 & -0.819 & 152 & 0 & 74.641 & 016 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0.819 & 152 & 0.573 & 576 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(下转第 176 页)

表2 各传感节点重构图像的PSNR值 单位:dB  
(测量率为0.7)

传感节点编号	PSNR 值
1	28.54
2	30.03
3	28.54
4	28.56
5	26..84
6	26.43

由实验结果可得:系统在实际环境中运行时,干扰因素较多,实际运行性能不如室内环境,部分节点出现了丢包现象,导致重构图像质量不高。但是,在测量率为0.7时,各个节点运行较为稳定,采集到的图像数据可以在上位机近似重构,重构图像的PSNR值约在28 dB~30 dB,重构效果较好,满足可视化环境监测系统的设计要求。

#### 参考文献:

- [1] 秦山,李军. 无线传感器网络在环境监测中的应用[J]. 环境与发展,2019,31(6):173,175.
- [2] BAJRAMI X, MURTURI I. An efficient approach to monitoring environmental conditions using a wireless sensor network and NodeMCU[J]. E & I Elektrotechnik und Informationstechnik,

2018,135(3):294-301.

- [3] CANDES E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- [4] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [5] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [6] 李莹华. 基于压缩感知的图像处理方法及应用研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2019.
- [7] 丁倩. 基于压缩感知理论的图像恢复研究[D]. 南京:南京理工大学,2019.
- [8] CANDES E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [9] 王茁, 姜姜婷, 李育亮, 等. 图像压缩感知理论研究综述[J]. 机械制造与自动化, 2019, 48(1): 112-116.
- [10] 叶兆瑜, 韩国强, 徐智俊, 等. 压缩感知在图像去噪和重构中的研究进展[J]. 机械制造与自动化, 2017, 46(1): 173-176, 186.

收稿日期:2021-01-12

(上接第171页)

排除其他不合理的解后,可得到下解:

$$\theta_2 = 30.01^\circ, \theta_3 = 24.99^\circ.$$

按照上解对机器人进行相应的操作,可获得给定的末端位置姿态。

将关节角编制算法在实验室研制的关节型双足机器人上进行测试,机器人完成行走步态,如图4所示。

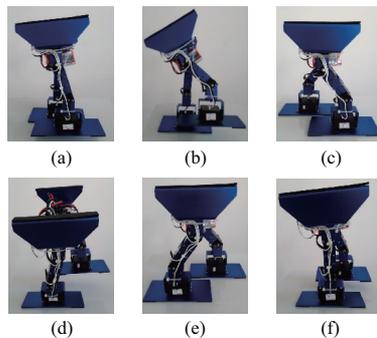


图4 行走实验

经过实验验证,其行走过程较为稳定。步长为40 mm,最终测定其速度为0.05 m/s。

## 4 结语

通过关节位置调整,设计了一种新型双足机器人。对机器人运动学和逆运动学进行分析,为运动研究提供了理

论依据。实验表明:关节型双足机器人设计合理,以实验机器人尺寸来衡量,其运动速度也较为理想。

从后期试验中,发现当地面不够平整时,机器人行走会偏离航向,因此需要增加传感器进行运动的检测,反馈到机器人控制系统中实时调整机器人的行走步态,使机器人在地面行走时具有更强的适应性。此为下一步将要研究的内容。

#### 参考文献:

- [1] REHER J, COUSINEAU E A, HEREID A, et al. Realizing dynamic and efficient bipedal locomotion on the humanoid robot DURUS[C]//2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Stockholm, Sweden: IEEE, 2016: 1794-1801.
- [2] 何晓云,许江淳,王志伟,等. 基于倒立摆模型的仿人机器人预观控制研究[J]. 信息技术,2019,43(12):154-158,164.
- [3] 杜美林,郭祖华,孟恩. 仿人机器人上下肢摆动规律研究[J]. 机械科学与技术,2020,39(8):1156-1162.
- [4] 丁加涛,何杰,李林芷,等. 基于模型预测控制的仿人机器人实时步态优化[J]. 浙江大学学报(工学版),2019,53(10): 1843-1851.
- [5] 乌海东,孔庆忠. 双足机器人运动学分析与仿真[J]. 机械制造与自动化,2014,43(1):171-173,186.
- [6] WANG X. Structural design and motion analysis of universal mobile quadruped robot [J]. International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2016, 9(3): 1305-1322.

收稿日期:2020-12-25