

基于动力学的协作机械臂零力拖动研究

刘滨震,潘松峰,李先弘,王先月,伊永祺
(青岛大学 自动化学院,山东 青岛 266000)

摘要:以一种 6 轴协作机械臂开发平台为对象,对零力拖动示教进行研究。利用拉格朗日法及机械臂结构参数建立其本体动力学模型;将静力学中的摩擦力矩和惯性力矩加入到动力学方程之中得到协作机械臂的零力拖动模型;根据电机轴角速度关系将动力学力矩与关节 PMSM 电机数学模型结合,得到电机层面的力矩模型;与零力拖动模型整合得到实际应用中的零力拖动模型;利用协作机械臂开发平台对摩擦补偿参数等进行校准,确保了机械臂在工作范围内可实现零力拖动。

关键词:动力学;拉格朗日方程;PMSM;零力拖动

中图分类号:TP242.2 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2022)02-0165-04

Research on Zero-force Drag of Cooperative Manipulator Based on Dynamics

LIU Binzhen, PAN Songfeng, LI Xianhong, WANG Xianyue, YI Yongqi
(School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266000, China)

Abstract: A development platform of six axis cooperative manipulator was adopted to study the teaching of zero force drag. Lagrange method and mechanical arm structure parameters were used to establish the dynamics model of ontology. The friction torque and inertia moment of statics and the dynamics equation were joined together to obtain the zero force drag model of collaborative mechanical arm. According to the joint angular velocity relationship, dynamic torque was combined with joint PMSM electric mechenic mathematical model to get the torque level machine model. Zero force drag model was integrated for practical application. Collaborative mechanical arm development platform was utilized to calibrate the friction compensation parameters, ensuring the zero force drag of mechanical arm within the scope of work .

Keywords: collaborative mechanical arm; dynamics; Lagrange equation; PMSM; zero-force drag

0 引言

随着机械臂产业的发展及用人成本的上升,我国制造业向着智能化、无人化的方向快速发展。由于协作机械臂具有一定人机交互能力,因此其不仅出现在商场等民用领域,更在军用、医疗等领域有了突飞猛进的发展。零力拖动,即由操作员直接拖动机器人各关节运动至理想位姿并进行记录。作为协作机械臂与操作者共同工作的一种协作方案,具有重要的研究意义。

针对某公司一种基于开环力矩控制方法的 6 轴协作机械臂开发平台进行机械臂本体动力学分析,并结合电机模型对机器人进行关于零力拖动的相关研究,利用实验对摩擦补偿参数等进行校准,确保机械臂可在工作范围内实现零力拖动。机械臂本体及相关尺寸数据如图 1 所示。

1 动力学建模

采用改进 D-H 参数法对 6 自由度协作机械臂进行建模,其机械臂结构原理如图 2 所示,D-H 参数如表 1 所示。

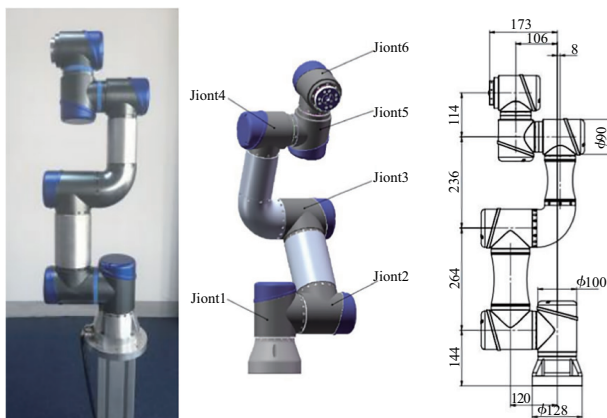


图 1 机械臂本体及相关尺寸图

由于机器人从关节 4 之后杆长均为 0,因此仅对协作机械臂的前 3 个关节进行研究。

机械臂动力学的机器人本体动力学研究常见有 Lagrange 法^[1-3]、Newton-Euler 法^[4-6]和 Dalembert 法^[7-8]等。为了便于计算及具象化研究,本文采用 Lagrange 法进行动力学建模与分析。

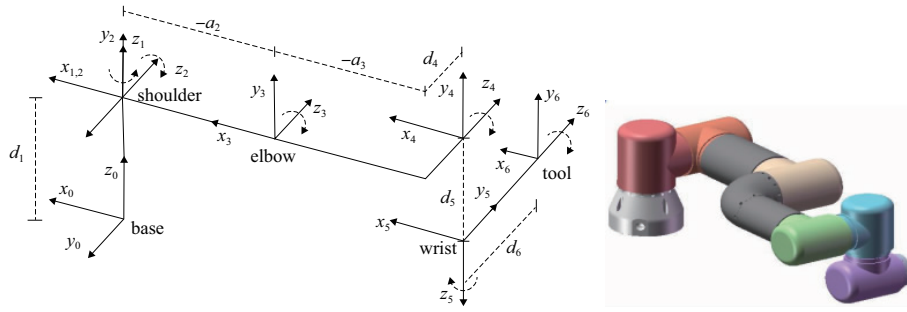


图 2 6 自由度机械臂结构原理图

表 1 D-H 参数表

关节 i	连杆转角 α_{i-1}	杆长 a_{i-1}/m	连杆偏距 d_i/m	关节角 θ_i
1	0	0	0.144	θ_1
2	90	0	0	θ_2
3	0	-0.264	0	θ_3
4	0	-0.236	0.106	θ_4
5	90	0	0.114	θ_5
6	-90	0	0.067	θ_6

Lagrange 法的数学模型如式(1)所示。

$$L=K-P \quad (1)$$

式中: L 为 Lagrange 函数; K 为机械臂本体系统动能; P 为系统位能。在此基础上动力学方程可表示为^[9]

$$F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2)$$

结合式(1)、式(2),机械臂的本体动力学也可以写作式(3)形式:

$$\tau = H(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (3)$$

式中: τ 为关节输出力矩; $q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$ 为关节输出角度;

$H(q) = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix}$ 为惯性矩阵; $C(q, \dot{q})$ 为哥氏力和

离心力矩阵; $G(q) = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$ 表示重力矩阵。

将式(3)中的哥氏力和离心力分离,机械臂的本体动力学也可写作式(4)形式:

$$\tau_i = H_{ij}(q) \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{pmatrix} + C(q) \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} + F(q) \begin{pmatrix} q_1 q_2 \\ q_1 q_3 \\ q_2 q_3 \end{pmatrix} + G(q) \quad (4)$$

$i=1,2,3; j=1,2,3$

式中 $C(q)$ 和 $F(q)$ 均为 3×3 的矩阵。

系统位能考虑惯性带来的势能,因此采用转动惯量法计算力矩。机械臂的质量分布在伺服电机及连杆上,产生绕中心轴线旋转(伺服电机)和绕远端关节旋转(连杆)两种转动惯量,如图 3(a)、图 3(b)所示,参数示意图如

图 3(c)所示。

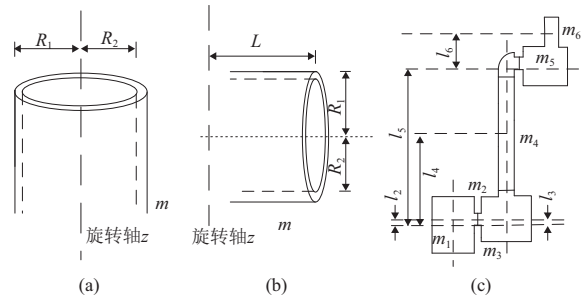


图 3 转动惯量及机械臂参数示意图

中心轴线转动惯量由伺服电机形成,即 Jm_1 、 Jm_3 和 Jm_5 ,计算方式如式(5)所示;远端关节转动惯量由连杆形成,即 Jm_2 、 Jm_4 和 Jm_6 ,计算方式如式(6)所示。

$$Jm = \frac{m}{2} (R_1^2 + R_2^2) \quad (5)$$

$$Jm = \frac{m}{2} [3(R_1^2 + R_2^2) + L^2] \quad (6)$$

其中各字符含义如图 3(a)、图 3(b)所示。图 3(c)中: l_2 表示关节 1 电机和关节 2 电机之间,连杆质心与电机 1 质心之间的距离; l_3 表示关节 1 电机和关节 2 电机之间,连杆质心与关节 2 电机之间的距离;关节 1 和关节 2 之间距离很短,此处忽略,从而得到机械臂动力学所需转动惯量的物理参数。

由此建立起机械臂本体的动力学模型,其动力学方程中的具体参数为:

$$h_{11} = [(Jm_1 + Jm_2 + Jm_3 + Jm_4 + Jm_5 + Jm_6) + (m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2 + m_4 l_4^2 + m_5 (l_3^2 + l_5^2) + m_6 (l_3^2 + l_5^2 + l_6^2))] + 2(m_4 l_3 l_4 + m_5 l_3 l_5 + m_6 l_3 l_6) c_2 - 2m_6 l_5 l_6 c_3 - 2m_6 l_3 l_6 c_{23},$$

$$h_{12} = [(Jm_3 + Jm_4 + Jm_5 + Jm_6) + m_4 l_4^2 + m_5 l_5^2 + m_6 (l_5^2 + l_6^2)] + (m_4 l_3 l_4 + m_5 l_3 l_5 + m_6 l_3 l_6) c_2 - 2m_6 l_5 l_6 \cos \theta_3 - m_6 l_3 l_6 c_{23},$$

$$h_{13} = (Jm_6 + m_6 l_6^2) - m_6 l_5 l_6 c_3 - m_6 l_3 l_6 c_{23},$$

$$c_{11} = 0,$$

$$c_{12} = -(m_4 l_3 l_4 + m_5 l_3 l_5 + m_6 l_3 l_6) s_2 + m_6 l_3 l_6 s_{23},$$

$$c_{13} = m_6 l_5 l_6 s_3 + m_6 l_3 l_6 s_{23},$$

$$g_1 = [m_2 l_2 + m_3 l_3 + (m_4 + m_5 + m_6) l_3] g c_1 + (m_4 l_4 + m_5 l_5 + m_6 l_6) g c_{12} + m_6 g l_6 c_{123}.$$

推导结果较为复杂且篇幅有限,不再赘述。此处本体动力学模型处于理想状态下,而在实际模型中电机除输出式(4)所得力矩外,还需考虑库仑摩擦力矩 τ_f 及黏性摩擦

力矩 τ_g , 其计算方式如式(7)、式(8)所示。

$$\tau_f = M\dot{q} \quad (7)$$

$$\tau_g = N \cdot \text{sign}(q) \quad (8)$$

式中: M 为黏滞系数矩阵; N 为库仑力向量; q 为关节输出角度而非电机输出角度。将式(7)、式(8)代入式(4)中, 并加入机械臂各轴电机的减速比, 得到各轴电机的理论输出力矩如式(9)所示。

$$\tau = T \cdot (D(\ddot{q}, \dot{q}, q) + \tau_f + \tau_g) = T(H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + F(q, \dot{q}) + G(q) + M\dot{q} + N \cdot \text{sign}(q)) \quad (9)$$

式中: $D(\ddot{q}, \dot{q}, q)$ 为式(4)所得理想状态下动力学模型; T 为机械臂电机的减速比矩阵, 计算公式如式(10)所示。

$$T = \begin{bmatrix} 1/r_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/r_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 r_i 表示第 i 个关节电机的减速比, 由电机固件决定。通过关节电机减速比矩阵 T 将关节力矩与电机实际输出力矩结合。

2 电机模型

电机是机械臂关节力矩的提供者, 因此需要将电机模型与零力模型相结合。本文采用永磁同步电机 PMSM, 数学模型如式(11)所示^[10]。

$$\begin{cases} L_d \frac{di_d}{dt} = -R_s i_d + n_p \omega L_p i_d + u_d \\ L_q \frac{di_q}{dt} = -R_s i_q - n_p \omega L_d i_d - n_p \omega \Phi + u_q \\ J \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L = n_p [(L_d - L_q) i_d i_q + \Phi i_q] - T_L \end{cases} \quad (11)$$

式中: u_d, u_q 分别为永磁同步电机 d 轴和 q 轴定子的电压; i_d, i_q 分别为永磁同步电机 d 轴和 q 轴定子的电流; ω 为转子角速度; Φ 为电机永磁体磁链; J 为转动惯量; T_L 为电机负载转矩; T_e 为电磁转矩。由于在式(9)中已从能量观点对转动惯量进行运算, 电机侧不需再对转动惯量进行单独运算。

以单关节电机为例对电机模型进行研究。如图4所示, 机械臂关节属于多轴传动系统, 电机与关节之间由减速器连接, ω_s 为电机侧转子转速, q_{di} 为电机输出角度, ω_L 为关节侧转速, q_i 为关节实际输出角度, 四者关系如式(12)所示。

$$\begin{cases} q_i = r_i \cdot q_{di} \\ \dot{q}_{di} = \omega_s = \omega \\ \dot{q}_i = r_i \cdot \omega_s \end{cases} \quad (12)$$

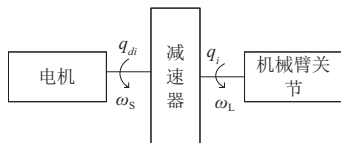


图4 电机传动示意图

由图4可知, PMSM 电机轴上有电机轴端的转动惯量 $J \frac{d\omega}{dt}$ 和 T_L 。此处 T_L 为经过减速比转换的负载力矩, 其与零力拖动方程 τ_i 相等。可得第 i 关节电机输出的电磁转矩 T_{ei} 如式(13)所示。

$$T_{ei} = J \frac{d\omega}{dt} + \tau_i = n_p [(L_d - L_q) i_d i_q + \Phi i_q] + \tau_i \quad (13)$$

由式(14)知, 当 $T_e > \tau$ 时, 电机处于加速状态; 反之则为减速状态; 当 $T_e = \tau$ 时, $\frac{d\omega}{dt} = 0$, 转子角速度 ω 为定值, 电机处于稳态运动。对式(12)求导代入式(11)中, 得到电机输出角度关系为

$$\ddot{q}_i = \frac{r_i}{J} \{ n_p [(L_d - L_q) i_d i_q + \Phi i_q] - \tau_i \} \quad (14)$$

其结构图如图5所示, 实现闭环控制方案。

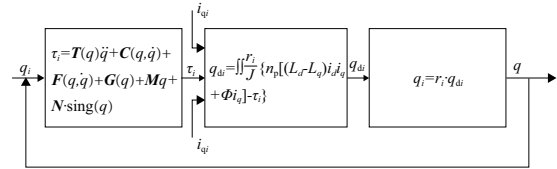


图5 零力拖动模型结构图

3 零力控制模型

零力控制模型就是将考虑各类摩擦及惯性力的机器人本体动力学方程与电机模型结合得到的包含式(9)和式(14)的综合模型, 人为拖动过程力矩模型如式(15)所示。

$$P = T(H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + F(q, \dot{q}) + G(q) + M\dot{q} + N \cdot \text{sign}(q)) \quad (15)$$

式中 P 为力矩矩阵, 其表达式为

$$P = \begin{bmatrix} T_{e1} - J_1 \ddot{q}_1 \\ T_{e2} - J_2 \ddot{q}_2 \\ T_{e3} - J_3 \ddot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

4 实验与分析

利用6轴协作机械臂开发平台自带的运动传感器及动力学参数识别, 以第2关节为例进行相关实验。其实实验验证图如图6所示, $J_2(2)$ 为库仑摩擦系数, 对应式(15)中的 N , $J_2(3)$ 为黏性摩擦系数, 对应式(15)中的 M 。

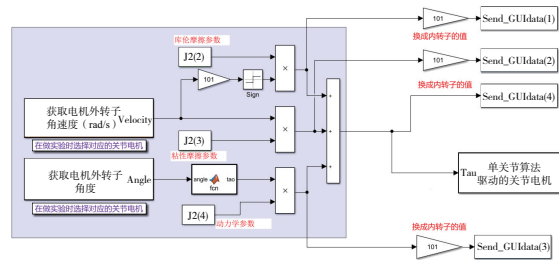


图6 单关节零力拖动验证图

首先将模型拷入电机控制卡并对其参数进行预设。预设 $M=N=10$, 图6中 $J_2(4)$ 为动力学补偿参数, 应为1。预设参数的目的在于避免机械臂在零力状态下因重力导致限位, 保证其安全性。随后通过对库仑摩擦力矩和黏性摩擦力矩补偿, 得到 M 和 N 的最优值, 确保机械臂可进行零力拖动。找到最优值的方法为: 当所给定 M 和 N 过小

时,会因补偿不足无法实现零力拖动;当所给定 M 和 N 过大时,可实现零力拖动,但会因补偿过度导致卡死或拖动困难。机械臂厂商在只补偿重力、库仑摩擦力和黏性摩擦力的情况下给定 M 的最优值为 25, N 的最优值为 42。最后通过对比 M 和 N 的方式验证模型准确性。

通过验证可知,当库仑摩擦参数 $M > 15$ 、黏性摩擦参数 $N > 30$ 时有较好的零力拖动效果。在此条件下通过人为拖动机械臂,转动第二关节使其关节角从 0° 拖动至 30° 位置,得到库仑摩擦力矩、黏性摩擦力矩、动力学力矩与时间关系如图 7 所示。

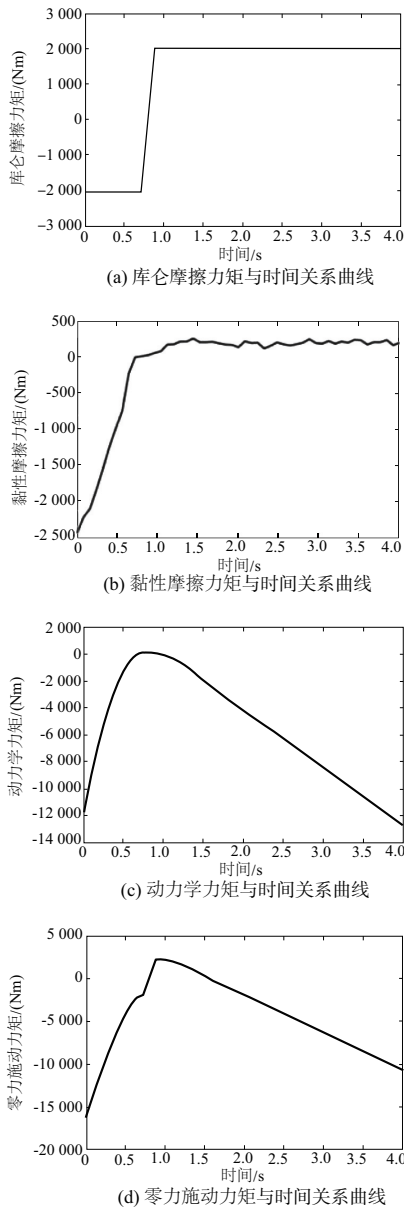


图 7 库仑摩擦力矩、黏性摩擦力矩、动力学力矩与时间关系图

由于零力拖动需人为进行操作,因此图 7 中黏性摩擦力矩在 1.5s 后呈现出抖动现象为人为操作影响。通过验证,当库仑摩擦参数 $M = 20$ 、黏性摩擦参数 $N = 40$ 时达到机械臂零力拖动的最佳状态。二者均小于厂商所给定的数值。原因是由于厂商给定 M 和 N 时并未对其他惯性力等补偿,只能通过增大库仑摩擦力矩和黏性摩擦力矩间接补偿其他惯性力。由此证明模型的准确性,并为零力拖动准确控制提供了依据。

5 结语

针对一种 6 自由度协作机械臂,利用动力学方程、静力学原理及电机转动轴参数关系对零力拖动进行研究。通过实验平台验证的方法对模型参数进行补偿,当库仑摩擦参数 $M = 20$ 、黏性摩擦参数 $N = 40$ 时准确地实现了机械臂的零力拖动控制,证明了模型的准确性。此模型较于传统的重力补偿零力拖动控制而言,采用动力学及摩擦力补偿方式从电机角度实现了零力拖动的准确控制,解决了控制精度不足的问题,也为日后研究工业协作机械臂的动力学控制夯实了基础。

参考文献:

[1] MALIK A A, BREM A. Digital twins for collaborative robots: a case study in human - robot interaction [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 68: 102092.

[2] 赵相博, 潘松峰, 赵加龙. 搬运机器人关节空间轨迹规划研究[J]. 自动化技术与应用, 2020, 39(11): 86-90.

[3] 高爽笑. 助航灯具清洗机构动力学建模与控制方法研究[D]. 天津: 中国民航大学, 2020.

[4] 陈修龙, 郭景尧, 贾永皓. 3-RRPaR 并联机构刚体动力学建模与分析[J]. 农业机械学报, 2020, 51(6): 404-411.

[5] 叶伯生, 陶婕好, 张文彬, 等. 基于动力学模型的工业机器人导纳控制研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(8): 98-102, 108.

[6] 李永泉, 郭雨, 张阳, 等. 基于牛顿欧拉法的一种空间被动约束并联机构动力学建模方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(11): 48-57.

[7] 刘磊, 朱兴龙, 尹珺瑶. 基于 4 自由度操作臂无冲击轨迹规划及动力学仿真分析[J]. 机械传动, 2020, 44(4): 113-119.

[8] 贾丙琪, 毕文龙, 魏笑, 等. 一种多功能下肢外骨骼机器人的设计与仿真分析[J]. 机械传动, 2021, 45(1): 59-64.

[9] 魏军英, 张聪, 王吉岱, 等. 输电铁塔攀爬机器人的结构分析与实验验证[J]. 机械传动, 2021, 45(1): 140-145.

[10] 杨斌, 李艳艳, 李洪英. 钢结构预制焊缝涂装机器人动力学数学模拟计算[J]. 电子世界, 2020(24): 31-32.

收稿日期: 2021 - 01 - 08