

# 电磁激振器与结构的耦合动力学特性分析

杨志强,臧朝平,张根辈

(南京航空航天大学 能源与动力学院,江苏 南京 210016)

**摘要:**基于以电压为延拓参数的定频试验测试方法,研究定频试验测试方法的机理——电磁激振器与结构耦合动力学特性。通过模态试验测试辨识电磁激振器机电参数,建立线性结构、强非线性结构与激振器耦合动力学模型,通过仿真测试验证激振器与强非线性结构耦合时,会出现强非线性结构特有的第二类力跌落现象。

**关键词:**定频试验;电磁激振器;强非线性结构;力跌落现象

**中图分类号:**V231.96 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2022)02-0009-03

## Analysis of Coupling Dynamics Characteristics of Electromagnetic Exciter and Structure

YANG Zhiqiang, ZANG Chaoping, ZHANG Genbei

(College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Based on the fixed-frequency test method with voltage as the continuation parameter, the mechanism of the fixed-frequency test method—the dynamic characteristics of the coupling between electromagnetic vibrator and structure was studied. The electromechanical parameters of the electromagnetic exciter were identified through modal tests, and the linear structure, strong nonlinear structure and the coupling dynamics model of the exciter were constructed. The simulation test verifies that when the exciter is coupled to a strong nonlinear structure, the second type of force drop phenomenon unique to the strong nonlinear structure will occur.

**Keywords:** fixed frequency test; electromagnetic exciter; strong nonlinear structure; force drop phenomenon

## 0 引言

在结构振动试验测试中,电磁激振器是一种常用的激励设备,有多种激励信号可以使用,常用的主要包括脉冲激励、随机激励和简谐激励,每种激励各有优缺点<sup>[1]</sup>。电磁激振器的磁场通常被认为是非线性的,只有在较小的振动条件下才能假定为线性的。当电枢在磁场中移动时,共振附近的大幅值振动使激振器与结构之间的相互作用力变得很小<sup>[2]</sup>。一般来说,如果被测结构是线性的,那么在计算频响函数(frequency response functions, FRFs)测量时,这种力跌落现象的影响可以忽略不计,因为FRFs与激励幅值无关。然而,对于非线性结构,这种力跌落现象是不可忽略的。

近年来,在非线性振动测试中,为确保恒定的振幅谐波激励力,采用非线性力控制算法<sup>[3-4]</sup>,发展了控制水平的振动试验(controlled-level vibration tests, CLV),使激励幅值在共振时保持不变。电磁激振器的力振幅保持不变的试验例子已经被广泛报道<sup>[5]</sup>。在共振附近的强非线性系统的频率响应曲线中,通常有三种可能的稳态周期响应,这取决于响应幅值,通常被称为高、中、低分支。ZHANG G B等提出了以电压为延拓参数的定频试验测试方法,并将其运用到单自由度强非线性系统多值响应测试中<sup>[6]</sup>。MARTINO J等将电磁激振器简化为三自由度的机

电耦合模型,设计了一种新的阻塞结构来识别高阻尼机电激励器的参数<sup>[7]</sup>。VAROTO P S等使用电磁激振器激励两端的自由悬浮液,研究电磁激振器与被测结构之间的相互作用<sup>[8]</sup>。LANG G F使用一些基本的振动测试来研究电磁激振器的基本特性<sup>[9]</sup>。本文基于定频试验测试方法的机理,构建了电磁激振器与结构的耦合动力学模型,通过模态试验测试辨识了电磁激振器 ET-160 机电参数(质量、刚度、阻尼、力电流常数、电阻、电感)。从仿真测试角度验证了激振器与强非线性结构耦合时,会出现强非线性结构特有的第二类力跌落现象(激励幅频曲线出现了交叉现象)。

## 1 参数辨识

### 1.1 电磁激振器动力学模型

电磁激振器 ET-160 结构示意图如图 1 所示,主要结构包括振动台面、电驱动线圈、主体、底座、内部电磁场结构等,此激振器激励频率范围为 0~8 kHz。将电磁激振器底座固定到试验台上接通电源,振动台面在磁场力的作用下上下振动,底座和主体处于静止状态。

根据电磁激振器机电耦合的结构和内部受力形式,建立振动台面单自由度系统的动力学方程为

$$m_a \ddot{x} + c_a \dot{x} + k_a x = f \quad (1)$$

式中: $m_a$  为振动台面质量; $k_a$  为支承弹簧的刚度; $c_a$  为支承弹簧的阻尼; $f$  为振动台面受到线圈的电磁激励力。

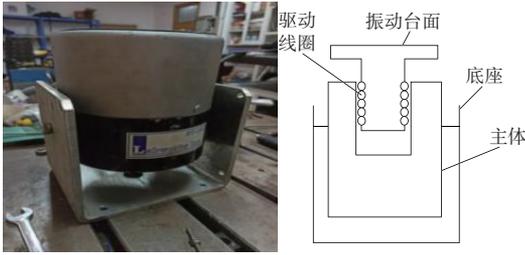


图1 电磁激振器 ET-160 结构示意图

电磁激励力满足下式:

$$f = BlnI = K_f I \quad (2)$$

式中: $B$  为磁场强度; $l$  为单匝线圈的长度; $n$  为线圈匝数; $I$  为输入的电流; $K_f$  为力电流常数。

电磁激振器驱动线圈的电流、电压的动力学方程为

$$RI + L \frac{dI}{dt} + K_v \dot{x}_a = U \quad (3)$$

式中: $R$  为线圈的电阻; $L$  为线圈的自感系数; $U$  为功率放大器增益后电压; $K_v \dot{x}_a$  为自感电压; $K_v$  为电压常数,且  $K_f = K_v$ 。

得到电磁激振器机电耦合模型为一个二自由系统如下:

$$\begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_a & 0 \\ K_v & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_a & -K_f \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ U \end{bmatrix} \quad (4)$$

将电磁激振器机电耦合动力学方程改写成频域形式:

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ I \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} c_a & 0 \\ K_v & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_a & -K_f \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ U \end{bmatrix} \quad (5)$$

得到电磁激振器的电压与激振力之间的关系如下:

$$\frac{U}{f} = \frac{jL\omega + R}{K_f} + \frac{jK_f\omega}{-m_a\omega^2 + j\omega c_a + k_a} \quad (6)$$

## 1.2 电磁激振器 ET-160 参数辨识

对电磁激振器 ET-160 进行模态试验测试,如图 2 所示。获取其结构参数,在激振器不接通电源情况下,激振器相当于一个单自由度系统,采用力锤对振动台面进行敲击,获取振动台面的加速度频响函数,辨识电磁激振器 ET-160 的机械参数(质量、刚度、阻尼)。



图2 激振器模态测试

试验测试得到的加速度频响函数和仿真计算结果对比如图 3 所示。

试验结果和仿真结果曲线拟合良好,由此辨识得到的激

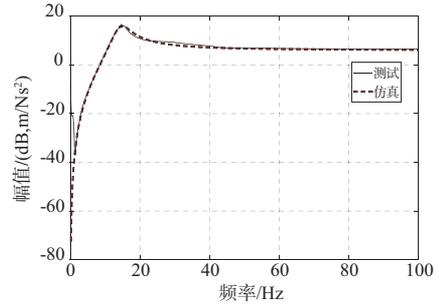


图3 振动台面加速度频响函数

振器机械参数为: $m_a = 0.5 \text{ kg}$ ,  $k_a = 4150 \text{ N/m}$ ,  $c_a = 14.5 \text{ Ns/m}$ 。

在激振器接通电源条件下进行模态测试,试验测量获取功率放大器增益后的电压  $U$  与激励力  $f$  的频响函数。试验测试结果和仿真计算对比如图 4 所示(本刊黑白印刷,相关疑问咨询作者)。

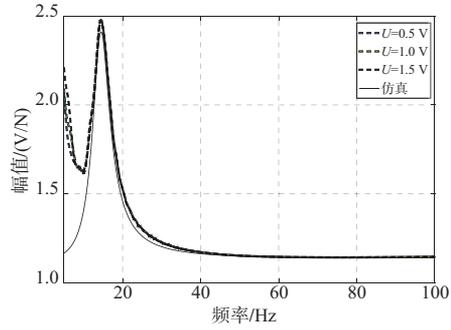


图4 电压/激振力频响函数

试验测试结果与仿真计算结果曲线拟合良好,辨识获取的激振器电气参数: $R = 21.0 \Omega$ ,  $L = 0.004 \text{ H}$ ,  $K_f = 18.5 \text{ N/A}$ ,  $K_v = 18.5 \text{ Vs/m}$ 。

## 2 线性结构与电磁激振器耦合分析

对一个单自由度线性结构,采用电磁激振器 ET-160 对其进行激励,把电磁激振器和单自由度线性结构耦合模型考虑为一个三自由度系统,而激励力  $f$  属于整个自由度系统的内部相互作用力,电磁激振器的输入电压  $U$  为输入参数。单自由度线性结构与激振器耦合动力学模型如图 5 所示。

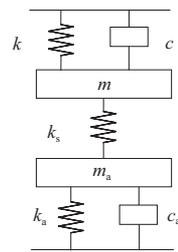


图5 单自由度系统与激振器耦合模型

$k$ 、 $m$ 、 $c$  为单自由度线性结构刚度、质量、阻尼; $k_s$  为激振器顶杆刚度,用来激励线性结构; $k_a$ 、 $m_a$ 、 $c_a$  为激振器的振动台面刚度、质量、阻尼。其激振器与单自由度线性结

构耦合动力学方程为

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \\ \ddot{j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c_a & 0 \\ 0 & K_v & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k_s & -k_s & 0 \\ -k_s & k_a+k_s & -K_f \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{bmatrix} \quad (7)$$

电磁激振器 ET-160 参数:

$$m_a = 0.5 \text{ kg}, k_a = 4 \text{ 150 N/m}, c = 14.5 \text{ N} \cdot \text{s/m},$$

$$K_v = K_f = 18.5 \text{ N/A}, R = 21 \text{ } \Omega, L = 0.004 \text{ H}$$

顶杆刚度:

$$k_s = 3 \times 10^5 \text{ N/m}$$

单自由度线性结构参数:

$$m = 2.5 \text{ kg}, c = 4.8 \text{ N} \cdot \text{s/m}, k = 3.6 \times 10^5 \text{ N/m}$$

激振力:

$$f = k_s \times |x - x_a| \quad (8)$$

考虑激振器的引入是否对单自由度线性结构的频响函数有影响,单自由度线性结构有无激振器耦合的位移频响函数如图 6 所示。带激振器与不带激振器的单自由度线性结构位移频响函数一致,共振频率均为 60.4 Hz(单自由度线性结构的固有频率)。

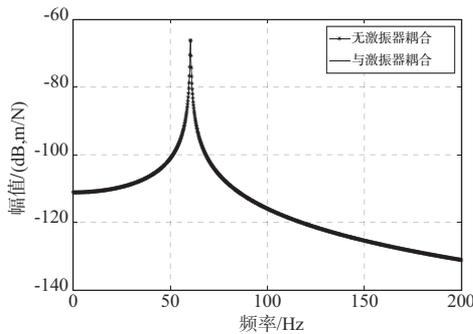


图 6 位移频响函数 FRF

改变激振器的输入电压  $U$ , 单自由度线性位移频响函数 FRF 如图 7 所示, 激振力幅值随频率变化如图 8 所示。

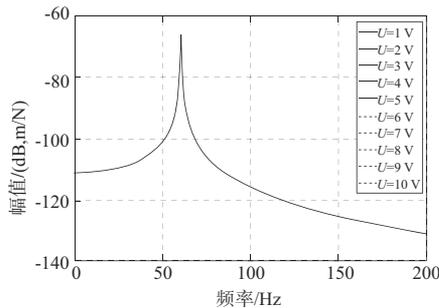


图 7 不同输入电压下结构位移频响函数 FRF

激振器不同输入电压下单自由度线性结构的频响函数均一致,在频率为 60.4 Hz(单自由度结构固有频率),位移频响函数幅值取到峰值。在单自由度结构共振频率附近激励力幅值出现了明显的力跌落现象,随着激振器的输入电压增加,激励力幅频曲线未出现交叉现象,在每个电

压下,激励力幅值达到极小值的频率一直为单自由度结构的固有频率 60.4 Hz。

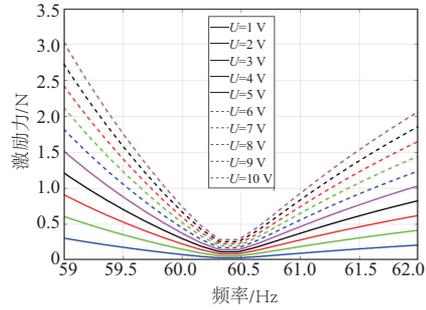


图 8 不同输入电压下激振力幅值

### 3 强非线性结构与电磁激振器耦合分析

考虑强非线性结构与电磁激振器耦合时,其位移响应、激励力幅值的变化。以一个单自由度强非线性结构为例,其动力学方程为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + f_{nl}(x, \dot{x}) = f \cos \omega t \quad (9)$$

$$f_{nl}(x, \dot{x}) = k_2 x |x| + k_3 x^3 \quad (10)$$

取单自由度强非线性结构参数:

$$m = 2.5 \text{ kg}, c = 4.8 \text{ N} \cdot \text{s/m}, k = 3.6 \times 10^5 \text{ N/m},$$

$$k_2 = -1.52 \times 10^7 \text{ N/m}, k_3 = 2.8 \times 10^{11} \text{ N/m}$$

单自由度强非线性结构与电磁激振器耦合,得到的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \\ \ddot{j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c_a & 0 \\ 0 & K_v & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \\ j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k_m x^2+k_s & -k_s & 0 \\ -k_s & k_a+k_s & -K_f \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{bmatrix} \quad (11)$$

不同激振器输入电压下,单自由度强非线性结构位移响应如图 9 所示。从图中可知,随着输入电压的增加,第一个共振峰非线性越来越强,多值区域覆盖频率段越来越大,在第二个共振峰,非线性较弱,未出现多值响应现象,但共振频率出现了较小的向右偏移。

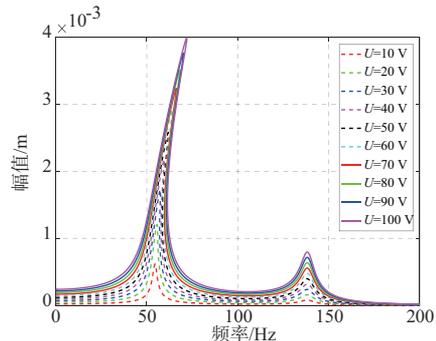


图 9 激振器不同输入电压下强非线性结构位移响应

(下转第 45 页)

具有较好的控制精度与稳定性。当环境温度为 10℃、工作流量为 80 m<sup>3</sup>/h 时,系统达到最大设定温度 80℃所用时间为 210 s,温控精度在±0.6℃以内。此时系统的温升速率最小,系统达到稳定状态所用时间相对较长,但出口温度仍能在 4 min 内达到稳定状态,且具有较好的控制精度。

综上所述,热风源装置在控制精度以及响应速度方面都具备了较好的控制性能,满足技术要求的指标,具有实际的应用价值。

## 4 结语

本文研制的可变温热风源装置具有结构简单、体积小等特点,能够通过 LCD 触摸屏实时调节系统的预设温度值,通过节流阀实时调节系统的设定流量值。当环境温度为 25℃、工作流量为 40 m<sup>3</sup>/h 时,系统达到最大设定温

度 80℃所用时间为 80 s,温控精度在±0.4℃以内。当流量为 80 m<sup>3</sup>/h、环境温度为 10℃的条件下,达到最大设定温度 80℃的时间为 210 s,温控精度在±0.6℃以内。流量调节范围、温度设定范围及温控精度都达到了企业的实际需求,具有应用价值。

### 参考文献:

- [1] 张仲寅,乔志德. 粘性流体力学[M]. 北京:国防工业出版社,1982.
- [2] 王海青,姬长英,刘同召,等. 模糊自整定 PID 温度控制系统的建模与仿真[J]. 计算机工程,2012,38(7):233-235,239.
- [3] QIU Z C, WANG B, ZHANG X M, et al. Direct adaptive fuzzy control of a translating piezoelectric flexible manipulator driven by a pneumatic rodless cylinder[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 36(2):290-316.

收稿日期:2021-01-15

(上接第 11 页)

激励力幅频曲线如图 10 所示,在激振器不同输入电压下,激励力幅值在共振频率(60.4 Hz)附近发生了力跌落,随着输入电压的增加,频率逐渐向右偏移,并且激励力幅频曲线出现了交叉现象,从仿真测试中观测到了第二类力跌落现象(激励力幅频曲线出现交叉),证实了强非线性结构与激振器耦合时,激励力幅值出现第二类力跌落现象。

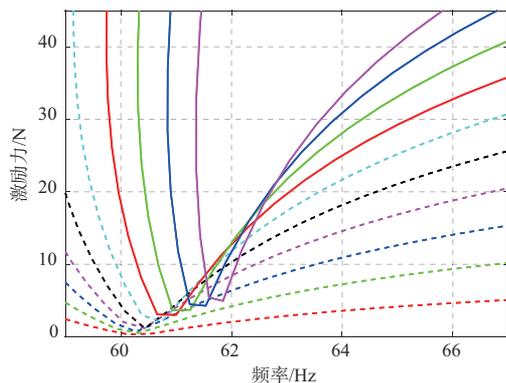


图 10 激振器不同输入电压下激励力幅值

## 4 结语

以电磁激振器 ET-160 为例,通过模态试验,辨识了激振器机电参数(质量、刚度、阻尼、力电流常数、电阻、电感)。建立了电磁激振器与单自由度线性结构、单自由度强非线性结构的耦合动力学模型。对于激振器与线性结构耦合,激励幅值在结构共振频率发生了力跌落现象,激励幅频曲线不会出现交叉现象,即不会出现第二类力跌落现象;对于强非线性结构与电磁激振器耦合,激励幅值出现了第二类力跌落现象,这是属于强非线性系统特有的现象。

### 参考文献:

- [1] VAQUEIRO F J. Dynamic response analysis of structures with nonlinear components [D]. London: Imperial College London, 1998.
- [2] TOMLINSON G R. Force distortion in resonance testing of structures with electro-dynamic vibration exciters [J]. Journal of Sound and Vibration, 1979, 63(3):337-350.
- [3] TOMLINSON G R. A simple theoretical and experimental study of the force characteristics from electrodynamic exciters on linear and nonlinear systems [C]. [S. l.]: Proceedings of the 5 International Modal, 1987.
- [4] NOËL J P, RENSON L, KERSCHEN G. Complex dynamics of a nonlinear aerospace structure: experimental identification and modal interactions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(12):2588-2607.
- [5] SEN H. Dynamic analysis of assembled structures with nonlinearity [D]. London: Imperial College London, 2007.
- [6] ZHANG G B, ZANG C P, FRISWELL M I. Measurement of the multivalued phase curves of a strongly nonlinear system by fixed frequency tests [J]. Archive of Applied Mechanics, 2020, 90(11):2543-2560.
- [7] MARTINO J, HARRI K. Virtual shaker modeling and simulation, parameters estimation of a high damped electrodynamic shaker [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 151:375-384.
- [8] VAROTO P S, OLIVEIRA L P R D, LEOPOLDO P R. Interaction between a vibration exciter and the structure under test [D]. São Carlos, Brazil: University of São Paulo, 2002.
- [9] LANG G F. Electrodynamic Shaker Fundamentals [M]. San Jose: [s.n.], 1997.

收稿日期:2021-01-14