DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2022.03.029

# 机匣螺栓连接虚拟薄层单元建模方法

陈云,臧朝平,杨志强

(南京航空航天大学能源与动力学院,江苏南京 210016)

摘 要:针对螺栓连接的复杂性与特殊性,对机匣螺栓连接薄层单元法基本原理与方法进行研究,提出虚拟薄层代替实体薄层完成机匣连接建模。建立实体薄层连接有限元模型与虚拟薄 层连接有限元模型,通过模态分析对两种有限元模型进行相关分析。研究结果表明:虚拟薄层 单元法建立的连接模型与实体薄层单元法建立的连接模型最大频率误差为-4.5%,模态振型 匹配良好,采用虚拟薄层单元法能较好地模拟螺栓连接,并能有效避免薄层单元所产生的机匣 轴向位置偏移。 关键词:机匣;螺栓连接;薄层单元;相关分析

中图分类号:V231.96 文献标志码:B 文章编号:1671-5276(2022)03-0117-03

### Modelling Method of Virtual Thin-layer Element of Casing Bolted Connection

CHEN Yun, ZANG Chaoping, YANG Zhiqiang

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China) Abstract: In regard of the complexity and particularity of bolted connection, the basic principle and method of thin-layer element for casing bolted connection are studied, and virtual thin layer is proposed to replace solid thin layer to complete casing connection modeling. The solid thin layer connection finite element model and virtual thin layer connection finite element model are established, and the correlation analysis of the two finite element models is compared by modal analysis. The results show that the maximum frequency error of the two connection models established by the virtual thin-layer element method and the solid thin-layer element method is -4.5% with well-matched mode shapes. The virtual thin-layer element method better simulates the bolt connection and effectively avoids the axial position deviation of the casing caused by the thin layer element method.

Keywords: casing; bolted connection; thin layer element; correlation analysis

# 0 引言

航空发动机中的许多连接结构对发动机的动力学特 性有很大的影响,比如机匣螺栓连接、转子套齿连接 等<sup>[1]</sup>。在对航空发动机整机动力学特性分析时,前人大 都将连接作为刚性处理,这样会增加整机模型的总体刚 度,不符合实际发动机结构特性,严重影响整机模型与实 际结构动力学特性的吻合程度。在早期设计阶段,没有物 理样机,无法准确建立连接模型,也就无法获取连接参数, 故连接建模难度非常大。

针对螺栓连接结构,国内外学者进行了一系列探索研 究,发现连接对结构的刚度和阻尼有很大的影响,尤其是 金属结构,其产生的阻尼可以达到材料阻尼的 10~100 倍<sup>[2-3]</sup>。KIM J 等<sup>[4]</sup>研究了基于弹簧阻尼法的螺栓接触分 析法;SONG Y 等<sup>[5]</sup>研究了采用梁单元模拟螺栓连接的方 法;AHMADIAN H 等<sup>[6]</sup>采用薄层单元法,将连接结构的接 触法兰面等效为厚度很薄的实体单元,建立动力学建模, 并利用优化算法对薄层材料参数进行了修正。马双超<sup>[7]</sup> 在模拟螺栓连接时,采用了薄层单元建模的方法,通过调 整薄层单元的材料参数来识别连接处的实际刚度。孙衍 山等<sup>[8]</sup>研究了螺栓预紧力、螺栓分布和螺栓数量对机匣 抗弯刚度和振动频率的影响。姚星宇等<sup>[9]</sup>提出了航空发 动机复杂螺栓连接结构的连接刚度理论表达式,并进一步 研究了航空发动机螺栓连接载荷、结构参数对连接刚度的 影响规律。刘宗魁<sup>[10]</sup>运用分区薄层单元模拟航空发动机 机匣螺栓连接结构。刘丁<sup>[11]</sup>通过建模仿真验证了薄层单 元法在建模仿真中的可行性。目前,螺栓连接采用薄层单 元建模的方式得到了一定的认可,但是 AHMADIAN H、刘 宗魁等人建立的均为实体薄层单元,机匣连接件建模采用 实体薄层会导致机匣轴向位置发生微量偏移,连接机匣数 量较多的情况下偏移量会不断累积,最终造成整机轴向位 置定位出现较大误差。为避免这个误差的出现,本文研究 了薄层单元建模原理,提出虚拟薄层单元法代替实体薄层 单元法完成机匣连接建模,并用相关分析理论验证了虚拟 薄层单元法的可靠性。

# 1 基本原理与方法简介

### 1.1 薄层单元建模原理

本文采用 8 节点六面体单元建立实体薄层,如图

第一作者简介:陈云(1994—),男,江西赣州人,硕士研究生,研究方向为航空发动机整机建模及动力学特性分析。

1(a)所示;4节点板壳单元建立虚拟薄层如图 1(b)所示。 为便于计算引入局部坐标系( $\xi$ , $\eta$ , $\zeta$ )。薄层单元内任意 节点坐标为( $X_i$ , $Y_i$ , $Z_i$ ),节点位移为( $U_i$ , $V_i$ , $W_i$ )。



图1 薄层单元

薄层单元的形函数为

$$N_{i} = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_{i}) (1 + \eta \eta_{i}) (1 + \zeta \zeta_{i})$$
(1)

薄层单元中任一点的位移可表示为

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{8} N_i \begin{cases} U_i \\ V_i \\ W_i \end{cases}$$
 (2)

薄层单元内任一点的坐标可表示为

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{8} N_i \begin{cases} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{cases}$$
 (3)

形函数是在局部坐标中建立的,在由单元节点位移求 单元应变时,需要求解形函数在总体坐标中的导数,因而 需要将局部坐标中的形函数表达式转换到整体坐标中,由 偏微分法则得

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \xi}$$
(4)

同理可得 $\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$ 和 $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$ ,写成矩阵形式可得

$$\begin{cases} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{cases} \begin{cases} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{cases} = \boldsymbol{J} \begin{cases} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{cases}$$
(5)

对于尺寸为l<sub>1</sub>×l<sub>2</sub>×d 的薄层单元,根据虚位移原理得 到其虚功方程

$$\boldsymbol{\delta} W_{I} = \int_{0}^{1} \int_{0}^{I_{2}} \int_{0}^{d} \{\boldsymbol{\delta}\}^{\mathrm{T}} \{\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\varepsilon}\} \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z =$$

 $\delta\{u\}^{T}$  (6) 式中: $l_1$ 、 $l_2$ 分别是薄层单元 x 和 y 方向的长度;d是薄层单 元在局部坐标系 z 方向的厚度;K 是通过等参变换得到的 在自然坐标系 ξ、η、ζ 下的单元刚度矩阵。需要对积分的 单元体积进行变换,根据微分知识可得

$$\begin{cases} \mathrm{d}\xi = \mathbf{i} \, \frac{\partial x}{\partial \xi} \mathrm{d}\xi + \mathbf{j} \, \frac{\partial y}{\partial \xi} \mathrm{d}\xi + \mathbf{k} \, \frac{\partial z}{\partial \xi} \mathrm{d}\xi \\ \mathrm{d}\eta = \mathbf{i} \, \frac{\partial x}{\partial \eta} \mathrm{d}\eta + \mathbf{j} \, \frac{\partial y}{\partial \eta} \mathrm{d}\eta + \mathbf{k} \, \frac{\partial z}{\partial \eta} \mathrm{d}\eta \\ \mathrm{d}\zeta = \mathbf{i} \, \frac{\partial x}{\partial \zeta} \mathrm{d}\zeta + \mathbf{j} \, \frac{\partial y}{\partial \zeta} \mathrm{d}\zeta + \mathbf{k} \, \frac{\partial z}{\partial \zeta} \mathrm{d}\zeta \end{cases}$$
(7)

式中i, j, k分别是沿x, y, z方向的单位矢量。微元体的体积可由 $d\xi, d\eta, d\zeta$ 的矢量混合积求得:

 $dV = d\xi (d\eta \times d\zeta) = |J| d\xi d\eta d\zeta$  (8) 进而可得单元刚度矩阵的表达式为

$$\boldsymbol{K} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C} \boldsymbol{B} \det(\boldsymbol{J}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \,\mathrm{d}\boldsymbol{\eta} \,\mathrm{d}\boldsymbol{\zeta}$$
(9)

式中 *K* 是雅克比矩阵。由局部坐标转换到自然坐标的等 参变换得到,二者方向一致时 *J* 的表达式为

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1/2 & 0 & 0 \\ 0 & l_2/2 & 0 \\ 0 & 0 & l_3/2 \end{bmatrix}$$
(10)

根据高斯积分,刚度矩阵K的表达式为

$$K = \sum_{i=1}^{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{i=1}^{2} \left[ B(\xi_{i}, \eta_{j}, \zeta_{k})^{\mathrm{T}} C B(\xi_{i}, \eta_{j}, \zeta_{k}) \right] \times \det\left( \left[ J(\xi_{i}, \eta_{j}, \zeta_{k}) \right] \right) w_{\xi_{i}} w_{\eta_{j}} w_{\zeta_{k}} \tag{11}$$

式中 $w_{\xi,i}, w_{\eta,j}, w_{\xi,k}$ 是高斯积分权函数。

假设薄层单元厚度 d 远远小于长度  $l_1$ 和宽度  $l_2$ ,相关 研究表明当厚度 d 趋近于 0 时单元应变( $\varepsilon_x$ , $\varepsilon_y$ , $\varepsilon_{xy}$ )和单 元应力( $\delta_x$ , $\delta_y$ , $\delta_{xy}$ )可以忽略。此时可以把接触面法向 {e} <sub>n</sub>和接触面切向{e} <sub>Tx</sub>,{e} <sub>Ty</sub>分别定义为局部坐标,x、 y和 z 的方向。同理,应力  $\delta_z$ , $\delta_{xz}$ 和  $\delta_{yz}$ 分别对应  $t_n$ , $t_{Tx}$ 和  $t_{Ty}$ ;应变  $\varepsilon_z$ , $2\varepsilon_{xz}$ 和  $2\varepsilon_{yz}$ 分别对应  $\varepsilon_n$ , $\gamma_{Tx}$ 和  $\gamma_{Ty}$ ,则本构方程 可以转化为

$$\begin{pmatrix} t_{n} \\ t_{Tx} = \begin{bmatrix} E_{n} & 0 & 0 \\ 0 & G_{T} & 0 \\ 0 & 0 & G_{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{n} \\ \gamma_{Tx} \\ \gamma_{Ty} \end{pmatrix}$$
(12)

式中 $E_n$ 和 $G_T$ 分别是弹性模量和切变模量。对于各向同性 材料, $E_n$ 和 $G_T$ 之间的关系式为

$$G_{\rm T} = \frac{E_{\rm n}}{2(1+\mu)}$$
(13)

### 1.2 相关分析理论

相关分析是用于评价有限元模型预测的结果与参考数据的接近程度,从而确定有限元结果和参考数据对应的模态对,可用以验证有限元模型的可靠性。模态置信准则(modal assurance criterion,MAC),是工程上应用最为广泛的模态相关性分析方法。MAC 基于模态向量之间的加权正交性,通过计算两个模态向量之间夹角余弦值的平方来判断模态对,其定义如下:

$$M_{\rm AC}(r,q) = \frac{|\boldsymbol{\varphi}_r \boldsymbol{\varphi}_q^*|^2}{(\boldsymbol{\varphi}_r \boldsymbol{\varphi}_r^*) (\boldsymbol{\varphi}_q \boldsymbol{\varphi}_q^*)}$$
(14)

式中: *φ*<sub>q</sub>和*φ*<sub>q</sub>分别代表第 r 阶和第 q 阶模态向量; \* 代表共轭 转置。MAC 值介于 0~1 之间, 其>0.9 说明两个模态向量有 很好的一致性, 两阶对应的模态为相关的模态对;若接近 0 则 说明两阶模态向量有较大的差异, 不是对应模态。在工程中, 若两阶模态的 MAC 值>0.6, 就可认为二者是相关模态对。

### 2 机匣薄层单元连接建模

### 2.1 机匣连接简化模型

机匣螺栓连接简化模型如图 2 所示,上安装法兰1 与

下安装法兰3通过螺栓2a连接。实体薄层单元的简化模 型如图 3(a)所示,上安装法兰1与下安装法兰3 通过实 体薄层 2b 连接。虚拟薄层单元的简化模型如图 3(b)所 示,上安装法兰1与下安装法兰3通过虚拟薄层2c连接。 薄层单元连接结构的各部分的轴向刚度表达式为

$$k_i = \frac{E_i A_i}{L_i} \tag{15}$$

式中:E.为被连接件的弹性模量:A.为有效横截面积:L.为 结构的轴向长度。



图 2 螺栓连接简化模型



图 3 薄层连接简化模型

把上安装法兰1、薄层单元2b(2c)和下安装法兰3视 为串联的弹簧结构,可得薄层单元连接结构的轴向刚度表 达式为

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$
(16)

由式(15)和式(16)可得薄层等效弹性模量

$$E = \frac{kk_1k_3L_2}{\left[\left(k_1k_3 - k(k_1 + k_3)\right)\right]A_2}$$
(17)

式中:k为螺栓连接刚度,具体的计算方法可参照文 献[9];k1、k3为安装法兰的轴向刚度;A2是薄层与法兰的 接触面积;L,是薄层的厚度。

### 2.2 机匣连接有限元模型

航空发动机机匣大多是带有凸台、凹槽或者肋板等细 节特征的薄壁圆筒结构。建立机匣连接结构有限元模型 时,忽略这些细节特征可以有效提高计算效率。本文建立 的机匣虚拟薄层连接有限元模型如图 4 所示。机匣与薄 层均为各向同性材料,弹性模量为 210 GPa,密度为 7800 kg/m<sup>3</sup>, 泊松比为 0.3。根据参考文献 [9], 薄层单元 厚度均设置为1mm。实体薄层连接的机匣将产生1mm 的轴 向位置偏移,虚拟薄层连接的机匣可以有效地避免这个误 差,而且虚拟薄层的厚度可以设置为实常数,修改实常数值 能够方便快捷地研究薄层厚度的改变对连接刚度的影响。



有限元模型

# 3 相关分析

对两种薄层连接模型分别计算自由状态下前5阶模 态,忽略重模态,得到的各阶模态频率如表1所示。可见与 实体薄层连接模型比较,虚拟薄层连接模型各阶频率有所 降低,最大误差为-4.5%,最小误差为-0.1%。如图 5 所示, 两种模型各阶匹配模态振型基本一致,振型相关性较好。 前5阶主要是后面机匣的节径振动,随着频率的增大,节径 数逐渐增多。连接处未出现局部振动模态,说明薄层连接 刚性足够,与实际螺栓连接情况相符。如图 6 所示,各阶 MAC 值均>0.8,说明两种连接模型接近程度非常高。

表1 机匣实体/虚拟薄层连接模型前5阶频率

阶次	虚拟薄层连接 模型频率/Hz	实体薄层连接 模型频率/Hz	频差/%
1	74.8	78.2	-4.5
2	111.4	111.5	-0.1
3	140.5	144.1	-2.4
4	143.5	148.3	-3.2
5	175.0	178.6	-2.0







#### 结语 4

本文针对航空发动机机匣螺栓连接结构建模方法展 开研究。在实体薄层基础上,提出虚拟薄层代替螺栓连接 (下转第129页)

的三维流动中,插板高度降低会对板下游回流区大小产生 显著的影响,所以插板高度变化对总压变化的影响更明 显。图11(c)中没有看到插板上部超声速区后由于激波 产生的总压损失,这可能是由于插板下游管道中气流有较 大的径向速度,高低速区之间的气流掺混使得超声速气流 逐渐减速,并未在超声速区之后产生较强的激波。

## 3 结语

本文通过对管道内插板下游流动结构、紊流度以及总 压分布进行分析,得到以下结论:

 1)插板下游会形成上部高速区、下部低速区以及两 区之间过渡区构成的主体流动结构;高速区内能够形成气 动喉道,板下游低速区内会形成较大的回流区;插板与管 壁的角区会形成角涡,并在其下方形成旋向相反的次涡;

2)插板下游紊流度主要生成于过渡区前部速度梯度 大的位置,总压损失主要在板下游回流区内产生;紊流度 和总压损失均会随着插板高度增加而增加,插板高度增加 也会使得最大紊流度位置和回流区大小产生明显变化;

3)进口马赫数变化只影响紊流度和总压损失大小, 并没有对插板下游的流动结构产生明显影响;

4) 插板角涡对紊流度生成和总压损失有一定的影 响,但不是影响上述参数的主要因素。

#### 参考文献:

- [1] FIDALGO V J, HALL C A, COLIN Y. A study of fan-distortion interaction within the NASA rotor 67 transonic stage[J]. Journal of Turbomachinery, 2012, 134(5): 1-12.
- [2] BEN SGHAIER T, MEHDI A, PACHIDIS V, et al. A parametric numerical study of the effects of inlet swirl distortion on a

transonic compressor stage [C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, San Antonio, Texas, USA: 2013.

- [3] 肖竞雄,张品.径向进气装置内孔板流动规律研究[J]. 机械制造与自动化,2020,49(4):57-60,77.
- [4] 江勇,陈戈,孔卫东,等.某型航空发动机对插板式进气畸变的
  响应[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2011,12(3):
  1-5.
- [5] GJB/Z 64A—2004 航空涡轮喷气和涡轮风扇发动机进口总压 畸变评定指南[S].
- [6] MCCALLEN R, BROWAND F, ROSS J. The aerodynamics of heavy vehicles: trucks, buses, and trains[M] // MENTER FR, KUNTZ M. Adaptation of Eddy-Viscosity Turbulence Models to Unsteady Separated Flow Behind Vehicles. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2004: 339-352.
- [7] GRITSKEVICH M S, GARBARUK A V, SCHÜTZE J, et al. Development of DDES and IDDES formulations for the k-ω shear stress transport model [J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2012,88(3):431-449.
- [8] SPALART P R, DECK S, SHUR M L, et al. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2006, 20 (3): 181-195.
- [9] MENTER F. Stress-blended eddy simulation (SBES)—a new paradigm in hybrid RANS – LES modeling [C]//Progress in Hybrid RANS-LES Modelling, [S.I.:s.n.], 2018.
- [10] 江勇,张发启,张百灵,等.基于实验的插板式进气畸变稳态 压力场估计[J].空军工程大学学报(自然科学版),2007, 8(2):1-3.

收稿日期:2021-02-19

#### 

#### (上接第119页)

的建模方法,并用相关分析理论验证虚拟薄层连接模型的 可靠性。研究结果表明:虚拟薄层单元法建立的连接模型 比实体薄层单元法建立的连接模型各阶频率略有降低,最 大误差为-4.5%,各阶模态 MAC 值均>0.8。该建模方法 能较好地模拟机匣螺栓连接,并能有效避免实体薄层单元 法所产生的机匣轴向位置偏移。虚拟薄层连接模型各阶 频率偏低可能是虚拟薄层自身刚度偏低所致,后续可以对 虚拟薄层的弹性模量进行调整,减小频率误差,提高连接 模型的可靠度。

#### 参考文献:

- [1] 黄国远,梁安阳,岳林. 叶轮旋转机械机匣振动模态分析[J].
  机械制造与自动化,2019,48(1):117-120,152.
- [2] PADMANABHAN K K, MURTY A S R. Damping in structural joints subjected to tangential loads[J]. ARCHIVE Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science 1989-1996, 1991, 205(23): 121-129.
- [3] PADMANABHAN K K. Prediction of damping in machined joints[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1992, 32(3): 305-314.

- [4] KIM J, YOON J C, KANG B S. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints [J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, 31(5):895-911.
- [5] SONG Y, HARTWIGSEN C J, MCFARLAND D M, et al. Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(1/2):249-276.
- [6] AHMADIAN H, MOTTERSHEAD J E, JAMES S, et al. Modelling and updating of large surface – to – surface joints in the AWE – MACE structure[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006,20(4):868-880.
- [7] 马双超. 航空发动机机匣模型确认与动力学特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2012.
- [8] 孙衍山,曾周末,杨昊. 航空发动机机匣螺栓连接结构力学特 性影响因素[J]. 机械科学与技术,2017,36(12):1964-1969.
- [9] 姚星宇,王建军. 航空发动机螺栓连接载荷与结构参数对连 接刚度影响规律[J]. 推进技术,2017,38(2):424-433.
- [10] 刘宗魁. 某航空发动机连接件的动力学建模和特性研 究[D].南京:南京航空航天大学,2017.
- [11] 刘丁. 基于薄层单元法的航空发动机螺栓连接结构仿真方 法研究[D]. 天津:中国民航大学,2019.

收稿日期:2021-02-22