

区间参数串、并联与 k/n 表决系统可靠性计算方法

方永锋¹,程正伟²,许勇²

(1. 宁夏师范学院 物理与电子信息工程学院,宁夏 固原 756000;

2. 贵州工程应用技术学院 机械工程学院,贵州 毕节 551700)

摘要: 利用 6σ 原理,给出区间参数和随机参数的互换关系,确定区间可靠性指标与随机可靠性指标之间的关系,对区间可靠性指标给出解释,将区间可靠性指标转化为随机可靠性指标,得到区间参数串、并联与 k/n 表决系统可靠度计算方法。利用两个实际算例验证了该方法的合理性、实用性和适用性。

关键词: 串联系统;并联系统;区间参数;可靠性;计算

中图分类号: TH123 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2022)03-0069-03

Reliability Computing Method of Series System, Parallel System and k -out- n System with Interval Parameter

FANG Yongfeng¹, CHENG Zhengwei², XU Yong²

(1. School of Physics and Electronic Information Engineering, Ningxia Normal University, Guyuan 756000 China;

2. School of Mechanical Engineering, Guizhou University of Science and Engineering, Bijie 551700, China)

Abstract: The six σ principles are used to derive the interchange relationship between interval parameters and random parameters, and to define the relationship between interval reliability index and random index, upon which, the interval reliability index is explained and transformed to the random reliability index to obtain the reliability computing method of the series, parallel system and the k -out- n voting system with the interval parameters. Two engineering practical simulations conducted verify the rationality, practicability and applicability of the method.

Keywords: series system; parallel system; interval parameter; reliability; computing

0 引言

在工程实践中,当机械结构、机构、系统等服役数据较少,信息量不足时,随机可靠性方法往往并不能满足工程实际的需要,文献[1-2]指出概率可靠性虽然是可靠性评估中常用的方法,但在实际应用中,还应有其他更有效的方法弥补其不足。用随机可靠性来评估结构的可靠性不能满足工程实际时,其可靠性应该采用区间或凸集模型来描述问题的不确定性^[3-4]。文献[5-7]提出了基于区间分析的结构非概率可靠性模型,并分析了区间载荷作用下结构的非概率可靠性。文献[8]用区间可靠性理论对风电短期功率进行了预测,结果显示短时间内预测的功率波动工程区间是符合工程实践的。文献[9]对系统中不确定因素以非概率区间理论建立了颤振可靠性分析模型,并进一步提出求解策略,获取多源不确定工况下系统的颤振可靠性。在工程实践中,服役的结构、机构等都不是孤立存在的,而是以系统的形式存在。常见的系统主要有串联系统、并联系统以及 k/n 表决系统。文献[10-11]对随机参数的串联系统、并联系统、 k/n 表决系统进行了介绍,并

给出了3种系统可靠度的计算方法。文献[12]对于随机可靠性和区间可靠性进行了比较,认为两种可靠性方法各有优缺点,在可靠性计算中是相互补充的。文献[13]研究了区间可靠度与随机可靠度的互化,将不同测度空间转化为统一的随机空间,然后用随机可靠性理论对结构可靠性计算,提高了计算精度。文献[14-15]对于可修复 k/n 表决系统的动态可靠性进行了研究,给出了其可靠性计算模型。文献[16-17]研究了带维修工的串联系统、并联系统、 k/n 表决系统的可靠性和维修问题,给出了维修最佳时间更新方案。文献[18-19]认为区间理论在解决系统可靠性问题时能很好地描述不精确问题,在系统可靠度计算中发挥巨大的作用。然而,系统在其服役期,会遇到其承受的载荷和强度都是区间参数的情况,对串联系统、并联系统、 k/n 表决系统还用随机可靠性计算方法计算系统可靠度显然是不合理。目前,国内外还少见相关文献对此问题进行的研究。

本文在上述文献的基础上,提出了区间参数的3种常用的系统:串联系统、并联系统、 k/n 表决系统可靠性的计算方法。先对区间参数进行处理,将区间参数转化为随机参数,这些系统的各个环节具有随机可靠度,然后利用随

基金项目: 贵州省科学技术基金项目资助(黔科合[2018]1055);贵州省教育厅项目资助(黔教科研[2017]304;[2018]400;[2020]157)

第一作者简介: 方永锋(1975—),男,甘肃宁县人,教授,博士,研究方向为系统与结构可靠性。

机参数的串联系统、并联系统、 k/n 表决系统可靠度的计算方法,给出参数为区间形式的串联系统、并联系统、 k/n 表决系统的可靠度,最后用两个算例说明了本文方法的实用性、适用性与有效性。

1 随机参数串联、并联与 k/n 表决系统可靠性计算

随机参数串联、并联、 k/n 表决系统在工程中比较常见,设在系统 S_s 中有 n 个环节,这些环节中第 i ($i=1\sim n$) 个环节承受载荷的均值为 μ_{L_i} , 标准差为 σ_{L_i} , 第 i ($i=1\sim n$) 个环节强度的均值为 μ_{q_i} , 标准差为 σ_{q_i} , 可靠性指标为 β_i , 其对应的可靠度为 P_i 。

若这个系统为串联系统,其系统可靠度为

$$P_{ss} = \prod_{i=1}^n P_i \quad (1)$$

若这个系统为并联系统,其系统可靠度为

$$P_{ps} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) \quad (2)$$

若这个系统为 k/n 表决系统,其系统可靠度为

$$P_{ks} = \sum_{m=k}^n C_n^m P_i^m (1 - P_i)^{n-m} \quad (3)$$

2 区间参数串联、并联与 k/n 表决系统可靠性计算

区间参数串联、并联、 k/n 表决系统在工程中也是比较常见的。设在区间参数的系统 S_l 中有 m 个环节,这些环节的参数都是区间形式的,第 i ($i=1\sim m$) 个环节承受的载荷区间数为 $x_{L_i}^l = [\underline{x}_{L_i}, \overline{x}_{L_i}]$, $\underline{x}_{L_i}, \overline{x}_{L_i}$ 分别为区间载荷的下界与上界, $\underline{x}_{L_i}, \overline{x}_{L_i} \in R$, 且 $\underline{x}_{L_i} \leq \overline{x}_{L_i}$ 。

它所对应的区间数均值为

$$x_{L_i}^c = (\underline{x}_{L_i} + \overline{x}_{L_i}) / 2 \quad (4)$$

对应的区间数的离差为

$$x_{L_i}^r = (\overline{x}_{L_i} - \underline{x}_{L_i}) / 2 \quad (5)$$

第 i ($i=1\sim m$) 个环节的强度区间数为 $x_{q_i}^l = [\underline{x}_{q_i}, \overline{x}_{q_i}]$ 。 $\underline{x}_{q_i}, \overline{x}_{q_i}$ 分别为区间强度的下界与上界, $\underline{x}_{q_i}, \overline{x}_{q_i} \in R$, 且 $\underline{x}_{q_i} \leq \overline{x}_{q_i}$ 。

它所对应的区间数均值为

$$x_{q_i}^c = (\underline{x}_{q_i} + \overline{x}_{q_i}) / 2 \quad (6)$$

对应的区间数离差为

$$x_{q_i}^r = (\overline{x}_{q_i} - \underline{x}_{q_i}) / 2 \quad (7)$$

对于随机参数的串联、并联、 k/n 表决系统,系统 S_s 中第 i ($i=1\sim n$) 个环节承受载荷的均值为 μ_{L_i} , 标准差为 σ_{L_i} 。对于区间参数的串联、并联、 k/n 表决系统,系统中某一环节所承受的载荷区间参数的上界和下界分别为 $\underline{x}_{L_i}, \overline{x}_{L_i}$ 。

由 6σ 法则,载荷随机参数的均值、标准差与区间参数的上界、下界的关系如下:

$$\underline{x}_{L_i} = \mu_{L_i} - 6\sigma_{L_i} \quad (8)$$

$$\overline{x}_{L_i} = \mu_{L_i} + 6\sigma_{L_i} \quad (9)$$

由式(6)与式(7)有:

$$x_{L_i}^c = \mu_{L_i} = (\underline{x}_{L_i} + \overline{x}_{L_i}) / 2 \quad (10)$$

$$\sigma_{L_i} = \frac{x_{L_i}^r}{6} = \frac{\overline{x}_{L_i} - \underline{x}_{L_i}}{12} \quad (11)$$

由式(9)与式(10)有

$$x_{L_i}^r = 6\sigma_{L_i} \quad (12)$$

同理可得第 i 个环节强度随机参数的均值、标准差与区间参数的上界、下界的关系如下:

$$x_{q_i}^c = \mu_{q_i} \quad (13)$$

$$x_{q_i}^r = 6\sigma_{q_i} \quad (14)$$

区间参数的可靠性指标计算公式如下^[3]:

$$\eta_i = \begin{cases} \frac{x_{q_i}^c - x_{L_i}^c}{x_{q_i}^c + x_{L_i}^c} & x_{q_i}^c > x_{L_i}^c \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

η_i 为区间参数可靠性指标,当 $\eta_i > 1$ 时,环节安全; $\eta_i < -1$ 时,环节失效; $-1 \leq \eta_i \leq 1$ 时,环节可能安全亦可能失效,从严格意义讲,环节是失效的。 η_i 值越大,则环节的安全程度越高。

由式(15)进一步得到

$$\eta_i = \frac{\mu_{q_i}^c - \mu_{L_i}^c}{6(\sigma_{q_i}^r + \sigma_{L_i}^r)} \geq \frac{1}{6\sqrt{2}} \times \frac{\mu_{q_i}^c - \mu_{L_i}^c}{\sqrt{(\sigma_{q_i}^r)^2 + (\sigma_{L_i}^r)^2}} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \beta_i \quad (16)$$

由式(16)有

$$6\sqrt{2} \eta_i \geq \beta_i \quad (17)$$

同理可得

$$\eta_i = \frac{\mu_{q_i}^c - \mu_{L_i}^c}{6(\sigma_{q_i}^r + \sigma_{L_i}^r)} \leq \frac{1}{6} \times \frac{\mu_{q_i}^c - \mu_{L_i}^c}{\sqrt{(\sigma_{q_i}^r)^2 + (\sigma_{L_i}^r)^2}} = \frac{1}{6} \beta_i \quad (18)$$

由式(18)有

$$6\eta_i \leq \beta_i \quad (19)$$

由式(17)与式(19)有:

$$0.1667 \beta_i \leq \eta_i \leq 0.1178 \beta_i \quad (20)$$

由式(20),可以得到区间参数的串联、并联与 k/n 表决系统的第 i 个环节的区间可靠度指标与随机可靠度指标之间的关系。为了保守起见,最终的区间可靠性指标化为随机可靠性指标,可由下式给出:

$$0.1667 \beta_i = \eta_i \quad (21)$$

由式(21)得到区间参数的串联、并联与 k/n 表决系统第 i 个环节的区间可靠度指标对应的随机可靠度指标,而且该指标是保守的,更有利于工程实践的应用。式(21)也解释了当 $\eta_i > 1$ 时,系统环节为什么安全; $\eta_i < -1$ 时,系统环节为什么失效; η 值越大,系统环节为什么安全程度越高; $-1 \leq \eta_i \leq 1$ 时,系统环节为什么有可能安全亦有可能失效;也清楚了 $-1 \leq \eta_i \leq 1$ 时,系统环节安全的程度。

由此得区间参数串联、并联与 k/n 表决系统的第 i 个环节的可靠度 P_{li} 由式(22)给出:

$$P_{li} = \Phi(\beta_i) \quad (22)$$

式中 Φ 为标准正态分布函数。

由式(1)~式(3)可得到区间参数的串联、并联与 k/n

表决系统的可靠度计算模型如下:

若系统为串联系统,其系统可靠度为

$$P_{sl} = \prod_{i=1}^n P_{li} \quad (23)$$

若系统为并联系统,其系统可靠度为

$$P_{pl} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{li}) \quad (24)$$

若系统为 k/n 表决系统,其系统可靠度为

$$P_{kl} = \sum_{m=k}^n C_n^m P_{li}^m (1 - P_{li})^{n-m} \quad (25)$$

3 算例

图 1 所示为空心圆柱悬臂梁^[20],其参数如表 1 所示。

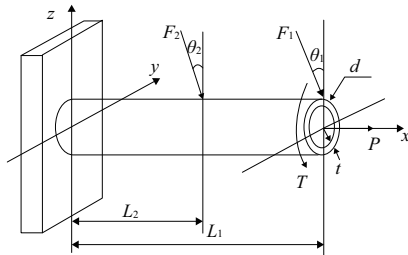


图 1 空心圆柱悬臂梁

表 1 空心圆柱悬臂梁分布参数

变量	变量的分布形式	参数 1	参数 2
t/mm	正态分布	5	0.1
d/mm	正态分布	42	0.5
L_2/mm	均匀分布	59.75	60.25
F_1/N	极值 I 型分布	3 000	300
F_2/N	极值 I 型分布	3 000	300
P/N	正态分布	12 000	1 200
$T/(\text{Nm})$	正态分布	90	9
L_1/mm	区间	119.75	120.25
$\theta_1/(\text{°})$	区间	0	10
$\theta_2/(\text{°})$	区间	5	15
U/MPa	正态分布	300	30
S/MPa	正态分布	200	20
$\theta/(\text{°})$	区间	0	1.9
τ/MPa	正态分布	100	10
w/mm	区间	0.10	0.18

在表 1 中 S 为空心圆柱悬臂梁的许用屈服强度, U 为空心圆柱悬臂梁的许用强度, θ 为空心圆柱悬臂梁的许用扭转角, τ 为空心圆柱悬臂梁的许用切应力, w 为空心圆柱悬臂梁的许用挠度。该空心圆柱悬臂梁的参数 1、参数 2 对于 Gunbel 分别为位置参数和尺度参数,对于正态分布分别为均值与标准差,对于均匀分布参数 1、参数 2 分别为下界与上界,对于区间参数参数 1、参数 2 分别为下界和上界。

该悬臂梁如果只考虑强度、刚度、剪力、扭转角和挠度各自对应的可靠度,它们对应的可靠度如表 2 所示。如果该悬臂梁按照 5 个考核量中的任一个可靠度,则认为该悬臂梁就是可靠的。显然这 5 个量构成了并联系统。如果认为这 5 个考核量中任一个失效,就认为该悬臂梁失效,显然这 5 个考核量构成的悬臂梁就是一个串联系统。如果只考虑强度、刚度和挠度这 3 个量不失效,则该悬臂梁就不失效,显然该悬臂梁就是一个 3/5 表决系统,其可靠度如表 3 所示。

表 2 强度、刚度、剪力、扭转角和挠度的独立计算时可靠度

考核量	强度	刚度	剪力	扭转角	挠度
可靠度	0.995 19	0.999 99	0.999 99	0.999 93	0.998 91

表 3 空心圆柱悬臂梁 3 种不同系统可靠度

系统形式	并联系统	串联系统	3/5 表决系统
可靠度	1.000 00	0.994 01	0.994 09

文献[20]给出的在 MC 法计算得到悬臂梁屈服强度的可靠度为 0.995 19,本文方法计算的悬臂梁屈服强度可靠度为 0.995 19,显然本文方法成立。另外,悬臂梁在服役条件要求较高的情况下,有时候会综合考虑强度、刚度、变形量等诸多因素,只有在所有因素下不失效,悬臂梁才是可靠的。这时认为悬臂梁应该是串联系统比较合理,取其可靠度为 0.994 01 是比较合理的。

4 结语

本文提出了区间参数串联、并联与 k/n 表决系统的可靠性计算方法,利用 6σ 原理,对区间参数和随机参数的关系进行了推导,给出了区间可靠性指标与随机可靠性指标换算关系,将区间参数 3 种系统可靠性指标转化为随机参数 3 种系统的可靠性指标进行计算,建立了区间参数 3 种系统的可靠度计算模型。最后利用两个实际算例验证了本文方法的合理性、实用性和适用性。

参考文献:

- [1] SHORTRIDGE J, AVEN T, GUIKEMA S. Risk assessment under deep uncertainty: a methodological comparison [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 159: 12-23.
- [2] KHANIYEV T, BASKIR M B, GOKPINAR F, et al. Statistical distributions and reliability functions with type - 2 fuzzy parameters [J]. Eksploatacja i Niezawodnosc - Maintenance and Reliability, 2019, 21(2): 268-274.
- [3] 邱志平. 非概率集合理论凸方法及其应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
- [4] SCHAFF J R., DAVIDSON B D. Life prediction methodology for composite structures [J]. Journal of Composite Materials, 1997, 31(2): 127-157.

(下转第 80 页)

4 结语

本文通过对板翅式换热器原始封头内部流场进行 CFD 计算和分析,发现物料在其出口处的流速分布极不均匀,因此采用过渡段与 S 弯设计对原型封头进行了结构优化,并对改进型封头再次进行 CFD 计算。计算结果表明:改进型封头对空气的分配相对不均匀度降低了 88.66%,改进型封头对水的分配相对不均匀度降低了 90.82%。因此改进型封头可显著改善物料的出口分配不均匀度。

参考文献:

- [1] RANGANAYAKULU C, SEETHARAMU K N, SREEVATSAN K V. The effects of inlet fluid flow nonuniformity on thermal performance and pressure drops in crossflow plate-fin compact heat exchangers [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, 40(1): 27-38.
- [2] RANGANAYAKULU C, SEETHARAMU K N. The combined effects of longitudinal heat conduction, flow nonuniformity and temperature nonuniformity in crossflow plate-fin heat exchangers [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 1999, 26(5): 669-678.
- [3] PUTNAM G R, ROHSENOW W M. Viscosity induced non-uniform flow in laminar flow heat exchangers [J]. *International*

Journal of Heat and Mass Transfer, 1985, 28(5): 1031-1038.

- [4] 吴裕远, 吴铁晖, 陈流芳. 双相变换热器气液均匀分配特性及典型结构研究的新进展 [J]. *西安交通大学学报*, 2007, 41(4): 383-388.
- [5] 焦安军. 换热器入口物流分配特性研究与优化设计 [D]. 西安: 西安交通大学, 2002.
- [6] 章晓龙. 板翅式换热器物流分配特性的研究进展 [J]. *深冷技术*, 2016(7): 22-30.
- [7] 吴静玮, 张弛, 胡鸣鹤, 等. 晃荡工况下板翅式换热器封头内两相流分配模拟 [J]. *制冷技术*, 2020, 40(5): 16-21, 28.
- [8] 焦安军, 厉彦忠, 张瑞, 等. 封头结构对板翅式换热器物流分配不均匀性的影响 [J]. *化工学报*, 2003, 54(7): 907-912.
- [9] 王江, 厉彦忠, 周爱民, 等. 二次封头结构板翅式换热器出口温度分布的实验研究 [J]. *西安交通大学学报*, 2005, 39(7): 706-709.
- [10] 沈素萍, 蒲亮, 厉彦忠. 封头形状对板翅式换热器入口段流场影响的数值研究 [J]. *低温工程*, 2013(3): 26-34.
- [11] 文键. 基于 PIV 技术的换热器内部场分布特性研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2006.
- [12] 芦妮妮, 周鸿宇, 韩明虎, 等. 开孔形状对大小孔折流板换热器性能影响的研究 [J]. *机械制造与自动化*, 2020, 49(2): 31-33, 68.

收稿日期: 2021-11-23

(上接第 71 页)

- [5] BEN-HAIM Y. A non-probabilistic concept of reliability [J]. *Structural Safety*, 1994, 14(4): 227-245.
- [6] 赵恩康, 李洪双. 结构动态可靠性分析的最大熵方法 [J]. *机械制造与自动化*, 2020, 49(2): 137-141.
- [7] QIUZ P, WANG J. The interval estimation of reliability for probabilistic and non-probabilistic hybrid structural system [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2010, 17(5): 1142-1154.
- [8] 杨茂, 董昊. 基于数值天气预报风速和蒙特卡洛法的短期风电功率区间预测 [J]. *电力系统自动化*, 2021, 45(5): 79-85.
- [9] 郑宇宁. 多源不确定性条件下气动弹性系统颤振可靠性分析方法 [J]. *振动与冲击*, 2021, 40(3): 54-62.
- [10] 陈建军. 机械与结构系统可靠性 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994.
- [11] GUERRAICHE K, CHATELET E, DEKHICI L, et al. Reliability optimization of wind farm power systems using bat algorithm with generalized flight [J]. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 2021, 28(3): 2150019.
- [12] 郭书祥, 吕震宙. 结构的非概率可靠性和概率可靠性方法的比较 [J]. *应用力学学报*, 2003, 20(3): 107-110, 164.
- [13] 方永锋, 陈建军. 结构的区间-随机动态可靠性模型 [J]. *华南理工大学学报*, 2013, 41(11): 91-95.
- [14] 方永锋, 陈建军, 曹鸿钧. 可修复的 k/n 表决系统的可靠性

分析 [J]. *西安电子科技大学学报*, 2014, 41(5): 180-184, 206.

- [15] FADDOUL R, RAPHAEL W, CHATEAUNEUF A. Maintenance optimization of series systems subject to reliability constraints [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 180: 179-188.
- [16] 王威, 尹东亮, 陈童. 考虑修理工多重休假的并联系统可靠性模型分析 [J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39(11): 2631-2636.
- [17] DAVIES K, DEMBIŃSKA A. On the number of failed components in a k-out-of-n system upon system failure when the lifetimes are discretely distributed [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2019, 188: 47-61.
- [18] 刘琼, 代建华, 陈蛟龙. 区间值数据的代价敏感特征选择 [J]. *南京大学学报(自然科学)*, 2021, 57(1): 121-129.
- [19] LIAO S J, ZHANG X Y, MO Z W. Three-level and three-way uncertainty measurements for interval-valued decision systems [J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2021, 12(5): 1459-1481.
- [20] YANG X F, LIU Y S, GAO Y, et al. An active learning kriging model for hybrid reliability analysis with both random and interval variables [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015, 51(5): 1003-1016.

收稿日期: 2021-09-10