

超声速槽道流动中的湍动能负产生率研究

周航,陈方

(上海交通大学 航空航天学院,上海 200240)

摘要:局部湍流的逆向传递会导致湍动能输运方程中的湍动能产生率项符号的改变,由一般正值变为负值。研究湍动能负产生率的变化可以实现调节通道内的气流品质,有利于进行流动控制。对二维超声速槽道流动进行数值模拟,研究超声速流场中湍动能负产生率的变化规律。结果表明:湍动能负产生率是由流场应变率张量的拉伸特性主导;激波处湍动能产生率恒正且取得极大值;增大入口马赫数会使湍动能负产生率效应减弱。

关键词:湍动能负产生率;激波;超声速;槽道流动

中图分类号:TP391.9 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2022)04-0173-05

Study on Negative Production of Turbulent Kinetic Energy in Supersonic Channel Flow

ZHOU Hang, CHEN Fang

(School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The reverse transfer of local turbulence causes the change of the sign of the turbulent kinetic energy production in the transport equation from positive to negative. Research on the change of negative production of turbulent kinetic energy can adjust the quality of airflow in the channel and is beneficial to flow control. Numerical simulation of the two-dimensional supersonic channel flow is carried out to analyze the changing law of NPTKE in the supersonic flow field. The results show that NPTKE is dominated by the tensile properties of the flow field strain rate tensor, the turbulent kinetic energy production rate at the shock wave is constant and positive, and reaches a maximum value. The increase of inlet Mach number will weaken the effect of NPTKE.

Keywords: negative production of turbulent kinetic energy; shock wave; supersonic; channel flow

0 引言

湍动能输运方程中的产生项表示雷诺应力通过平均运动的变形率向湍流输入的平均能量,一般情形下为正值。但是在充分发展的弯曲槽道流动研究^[1]中,由于流场局部出现方向相反的雷诺应力和切应力,首次发现湍动能负产生率(negative production of turbulent kinetic energy, NPTKE)现象。后续研究指出 NPTKE 也出现在许多其他流动类型中。如射流流动中,射流速度降低后会在轴线处出现 NPTKE 区域,雷诺应力张量各向异性减弱^[2],脉冲作用会加剧这种现象^[3-4]。圆柱组绕流中,相邻圆柱间的流体加速促进湍动能产生率由正转负,并使该区域内湍流强度变大^[5]。环流截面中的 NPTKE 现象平衡了速度峰值两侧的曲率,使流动交汇处的平均速度型面保持连续^[6]。可压缩均匀剪切流中,条纹结构使 NPTKE 增大,而倾斜涡管结构使其减小^[7]。立方 T 形管流动^[8]中 NPTKE 区域集中在回流区,可能是由于边界层中压力梯度分布不均导致。ABE H 等^[9]观测到 NPTKE 总是出现在主流线曲率半径处。振荡边界层流动中,湍流结构受到剪切作用变形会使湍动能产生率变为负值^[10-11]。LIBERZON A 等对流实验^[12]说明浮力会导致湍动能负

产生,与湍流标量通量和标量梯度^[13-14]之间的正负关系有关,流场拉伸特性会促进 NPTKE^[15]。对于后台阶流动^[16],在较长的流向尺度上发生基于雷诺应力的非线性相互作用才可能出现 NPTKE 现象。强非对称流场计算运用传统的 $k-\varepsilon$ 等梯度假设湍流模型无法准确计算出 NPTKE^[2-17]。GRETLE W 等^[18]和 WALLIN S 等^[19]提出了扩展的雷诺应力模型,可以计算出 NPTKE 的准确数值。在压气机和喷管^[20]等重要的航空发动机部件中,通过控制 NPTKE 的变化来实现气流品质调节,有利于飞行器的高效稳定飞行。

以上研究对象为低速不可压缩流体,而超声速流动中介质的可压缩性不可忽略,存在的激波也会对 NPTKE 产生影响。本文分析采用雷诺应力模型(reynolds stress model, RSM)对放置翼型的超声速槽道流数值模拟,研究超声速槽道流中的 NPTKE 现象分布特征及成因、入口马赫数的影响规律。

1 计算方法及数值验证

1.1 控制方程

可压缩流动遵循 Reynolds 平均连续方程、动量方程和

基金项目:国家自然科学基金面上项目(11672183)

第一作者简介:周航(1995—),男,辽宁大连人,硕士研究生,研究方向为湍流流动。

能量方程,RSM 模型通过对湍流黏性系数的各项异性模化,对复杂流动具有更好的预测潜力。雷诺应力输运方程如式(1)所示。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u''_i u''_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{u_k \rho u''_i u''_j}) = -\left(\overline{\rho u''_i u''_k \frac{\partial u''_j}{\partial x_k}} + \overline{\rho u''_j u''_k \frac{\partial u''_i}{\partial x_k}}\right) + p' \left(\frac{\partial u''_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u''_j}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_k}[\overline{\rho u''_i u''_j u''_k} + p'(\delta_{ij} u''_k + \delta_{ik} u''_j)] - \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{\mu u''_i u''_j})] - 2\overline{\mu \frac{\partial u''_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u''_j}{\partial x_k}} \quad (1)$$

将雷诺应力输运方程作张量收缩运算,得到湍动能输运方程^[21]如式(2)所示,其中 $k = \frac{1}{2} \overline{u''_i u''_i}$ 表示湍动能。

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho k}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{\rho k u''_k})}_{C_k} = \underbrace{-\overline{\rho u''_i u''_i \frac{\partial u''_k}{\partial x_k}}}_{II} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{\rho' u''_k + \rho k u''_k} - \frac{\partial \overline{\rho k \mu}}{\partial x_k})}_{D} - \underbrace{\mu \frac{\partial u''_i}{\partial x_k} \frac{\partial u''_j}{\partial x_k}}_{\varepsilon} \quad (2)$$

式中: C_k 是湍动能在平均运动轨迹上的增长率; II 是湍动能产生率项; D 是湍动能扩散项,包含压力速度相关的扩散、湍流的扩散及分子黏性产生的扩散; ε 是湍动能耗散项。

在二维直角坐标系下,湍动能产生率项 II 表达式如下:

$$II = -\overline{\rho u''_x u''_x \frac{\partial u}{\partial x}} - \overline{\rho u''_y u''_y \frac{\partial u}{\partial y}} - \overline{\rho u''_x u''_y \frac{\partial v}{\partial x}} - \overline{\rho v''_y u''_x \frac{\partial v}{\partial y}} = II_1 + II_2 + II_3 + II_4 \quad (3)$$

1.2 计算模型

根据刘宇陆等^[22]所研究的实验三维模型简化为二维计算模型。如图1所示,槽道流动的物理模型中试验段总长度 530 mm,槽道高度 25 mm,在距入口 330 mm 处的下壁面放置最大厚度 9 mm 的轴对称翼型。超声速空气入口采用均匀来流条件,入口总压 $P_0 = 150$ kPa,总温 $T_0 = 300$ K,马赫数 $Ma = 4$ 。

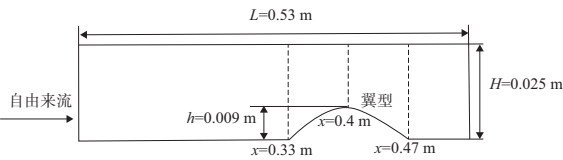


图1 计算模型几何参数

1.3 数值验证

图2结果表明采用15万网格节点数的算例计算满足精度要求且计算量较小,最为合理。

2 计算结果分析

2.1 流场 NPTKE 分布

图3表示了特征区域($x = 0.32 \sim 0.53$ m)内压力分布云图和密度拉普拉斯算子数值阴影图。翼型位置产生的

斜激波与上壁面边界层相互作用导致流动分离,分离点下游是流线包围回流泡,在分离点和再附点分别产生分离反射激波和再附反射激波。特征区域内湍动能产生率 II 和 NPTKE 分布如图4所示,NPTKE 出现位置在收缩后的槽道主流中,分布较为离散。边界层和分离区中湍动能产生率一般为正值,在两道反射激波之间 NPTKE 值较大。

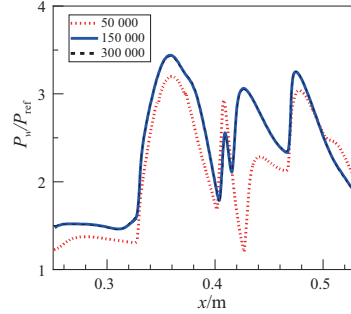
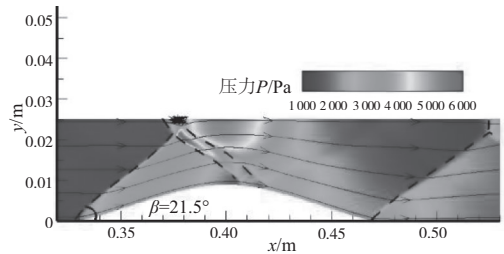
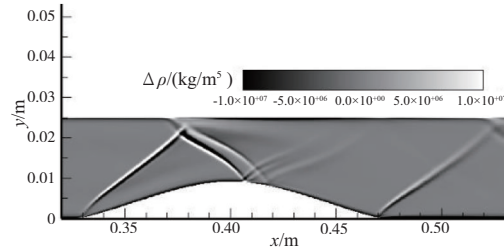


图2 网格无关性验证

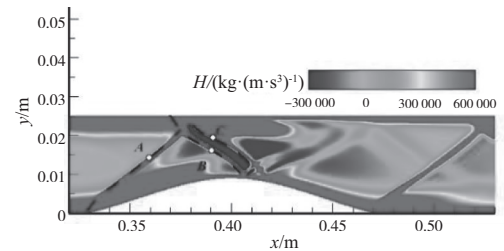


(a) 压力分布

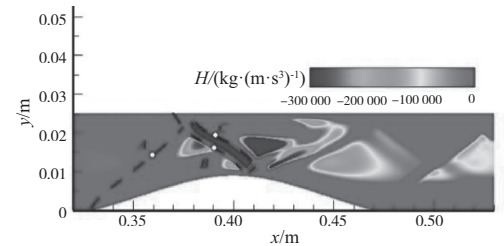


(b) 密度拉普拉斯算子数值

图3 特征区域流动结构



(a) 湍动能产生率分布



(b) NPTKE分布

图4 特征区域参数分布

利用数学统计方法,对湍动能产生率作概率密度分布(probability density function, PDF)图5。从图中可以看出NPTKE的峰值小于正产生率,流场中NPTKE出现概率也小于正产生率,这也与低速不可压流动中的结论相吻合^[1]。

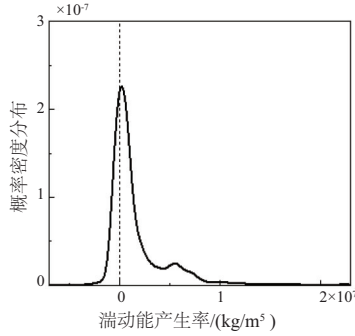
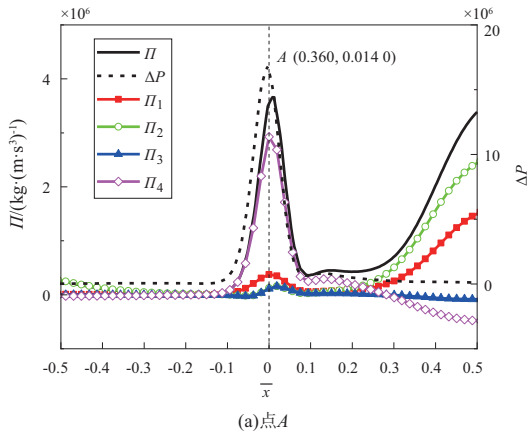


图5 湍动能产生率与概率密度分布图



2.2 激波处湍动能产生率变化规律

选取图4中超声速流场不同激波位置进行分析,作湍动能产生率及压力梯度沿激波垂向变化见图6。其中横轴是该位置的激波法线方向,无量纲化坐标 $\bar{x} = \frac{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}}{H/2}$ 。压力梯度极值点对应激波位置,此处湍动能产生率 Π 始终为正,并且在该处取得局部极大值。激波位置处 $\Pi_4 = -\rho v^n v^n \frac{\partial v}{\partial y}$ 变化情况与湍动能产生率 Π 一致,且量级明显高于其他3项。可认为此处湍动能产生率取正是由法向正应力与速度梯度的乘积项决定。

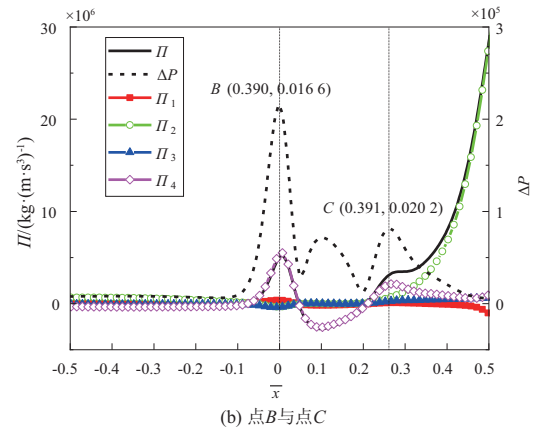


图6 Π和压力梯度沿激波垂向分布

对微元的运动进行分析(图7)。在图7(a)下壁面附近激波位置处,由于涡旋运动激波前的高速流体微元流向激波后的低速流层,该微元从法向速度近乎为0流入激波后存在法向速度的流层中,可以认为法向速度脉动 $v'' < 0$,而原微元的流向速度大于周围流体,则流向速度脉动 $u'' > 0$,

此时流动雷诺切应力 $-\overline{\rho u'' v''} > 0$ 。在此位置,有 $\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} > \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} > 0$

$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} > \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y}$,故公式(3)右端4项均 > 0 ,此时湍动能产生恒正。

图7(b)为上壁面激波反射处,主要分为3个状态。运动状态I微元穿过入射激波,由于对称性法向速度脉动 $v'' > 0$;流向速度脉动 $u'' > 0$;雷诺切应力 $-\overline{\rho u'' v''} < 0$ 。此处微元由于回流区存在具有向下的法向速度,而经过激波后向上偏转,由于激波角较小,则法向速度梯度变化总是大于流向,

满足 $\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} < \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} < \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} < \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} < 0$, $-\overline{\rho u'' v''} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y}$ 起主导作用,使 $\Pi > 0$ 。运动状态II与运动状态III为微元分别跃过第一、第二道反射激波,这两种状态下此时微元法向速度脉动、流向速度脉动和雷诺切应力与运动状态I相似,有 $v'' > 0, u'' > 0, -\overline{\rho u'' v''} < 0$,而此时速度偏导数均为负,法向的变化更剧烈,

式(3)右端的4项仍均 > 0 ,故总湍动能产生率 $\Pi > 0$ 。综上所述,在激波位置处总是保持湍动能正产生率。

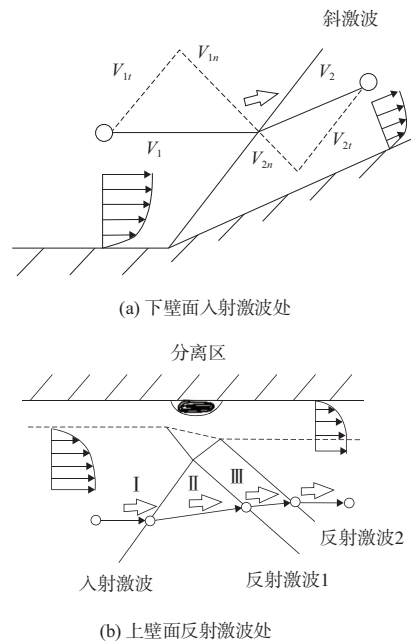


图7 流体微元运动情况

2.3 NPTKE 与应变率张量关系

湍动能产生率 Π 的计算式还可以转化为两种形式, 第一种形式如式(4)所示, 表示雷诺应力张量和应变率张量的内积。对其夹角余弦值 $\cos(\tau_{Re}, S_{ij})$ 进行概率密度统计。

$$\Pi = \sum -\overline{\rho u''_i u''_j} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \sum \tau_{Re} \cdot S_{ij} \quad (4)$$

从图 8 可以看出在 NPTKE 区域该余弦值均保持为负值, 由此可知 NPTKE 与流场的应变率张量有密切的关系。湍动能正产生率区域中概率峰值点处的夹角余弦值为 0.271, 对应角度约为 -74.3° , 与 Hanjalic 的平面通道非对称流动实验^[23] 中根据应力主轴方向角计算式得到的第二主轴方向 -73° 基本一致。

为探究应变率张量对湍动能产生率 Π 的贡献, 对式(4)进一步分解, 得到第二种表达形式如下:

$$\Pi = \sum -\overline{\rho u''_i u''_j} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = - \underbrace{\Lambda_1^S \overline{\rho u''^2 \cos^2(\mathbf{u}'', \boldsymbol{\lambda}_1^S)}}_{\Pi_{\Lambda_1}} - \underbrace{\Lambda_2^S \overline{\rho u''^2 \cos^2(\mathbf{u}'', \boldsymbol{\lambda}_2^S)}}_{\Pi_{\Lambda_2}} \quad (5)$$

式中: Π_{Λ_1} 、 Π_{Λ_2} 分别为本征贡献值; Λ_1^S 与 Λ_2^S 是应变率矩阵的特征值; $\boldsymbol{\lambda}_1^S$ 与 $\boldsymbol{\lambda}_2^S$ 是应变率矩阵的特征向量; 拉伸特

征值 Λ_1^S 与压缩特征值 Λ_2^S 之间有 $\Lambda_1^S > 0 > \Lambda_2^S$ 。

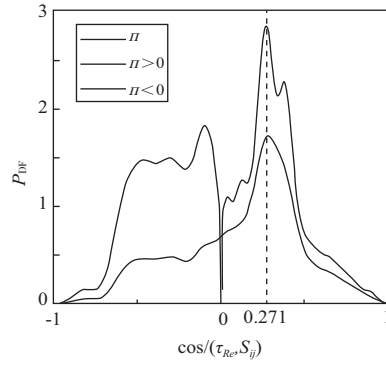


图 8 不同湍动能产生率区域 $\cos(\tau_{Re}, S_{ij})$ PDF 图

图 9 是不同湍动能产生率区域本征贡献值 Π_{Λ_k} 和 $-\overline{\rho u''^2 \cos^2(\mathbf{u}'', \boldsymbol{\lambda}_k^S)}$ 的概率密度分布图。其中图 9(a)、图 9(c)、图 9(e) 表明拉伸特征值贡献项 Π_{Λ_1} 是 NPTKE 的主导因素。为了更直观地表示湍动能产生率符号变化的原因, 将 $-\overline{\rho u''^2 \cos^2(\mathbf{u}'', \boldsymbol{\lambda}_k^S)}$ 项与特征值分离, 用图 9(b)、图 9(d)、图 9(f) 表示。结果显示湍流过程中湍动能产生率变化符合整体特性恒正的规律。

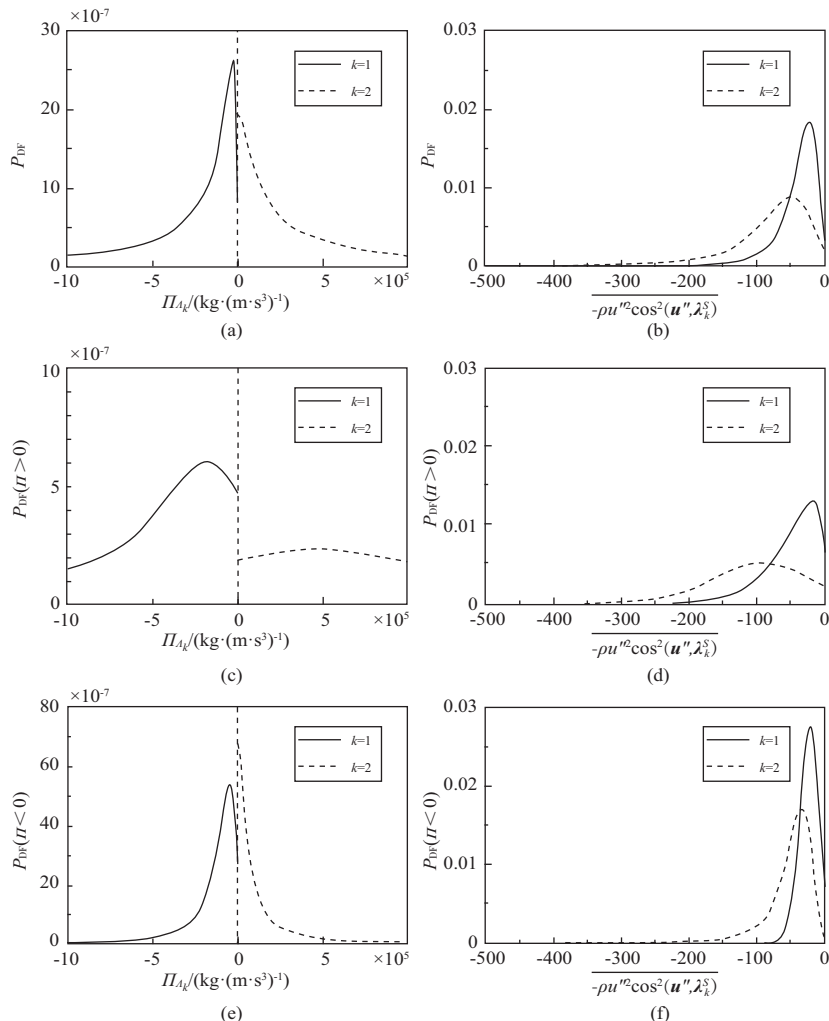


图 9 不同湍动能产生率区域 Π_{Λ_k} 与 $-\overline{\rho u''^2 \cos^2(\mathbf{u}'', \boldsymbol{\lambda}_k^S)}$ PDF 分布

2.4 入口马赫数影响

入口马赫数的改变会使激波强度和偏转角度发生改变,湍动能产生分布也会随之发生变化。为了研究其影响规律,保持算例的几何结构和入口总温总压不变,计算入口马赫数在[3,5]范围以0.5为间隔的其他4组算例。图10表示随马赫数增大、流场中湍动能负产生率的取值范围减小,分布更集中于0点。气体压缩性效应增强,流场中湍流脉动逆向传递到平均流动的湍动能总量减小,NPTKE效应减弱。

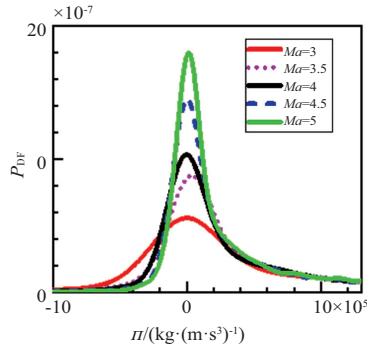


图10 不同马赫数工况下 n 与 PDF 图

3 结语

本文使用雷诺应力湍流模型对超声速放置翼型的槽道流动进行数值模拟,探究湍动能负产生率的变化规律。得到以下主要结论:

- 1) 激波位置处湍动能产生率值始终为正,并取得局部最大值,法向正应力与梯度乘积项是决定性因素;
- 2) 当雷诺应力与应变率张量的夹角余弦值为负时,会导致局部 NTKPE 出现;
- 3) 与亚声速情况类似,超声速流场应变的拉伸特性会促使 NTKPE 区域出现,而压缩特性则保持湍动能正产生率,整体积分下湍动能产生率恒为正值;
- 4) 随着马赫数增大,湍动能产生负产生率取值范围减小,气体压缩性效应增强,NPTKE 效应减弱。NPTKE 的极大值点位于第一道反射激波后靠近上壁面处。

参考文献:

[1] ESKINAZI S, ERIAN F F. Energy reversal in turbulent flows[J]. The Physics of Fluids, 1969, 12(10): 1988-1998.

[2] BREMHORST K, GEHRKE P J. Measured Reynolds stress distributions and energy budgets of a fully pulsed round air jet[J]. Experiments in Fluids, 2000, 28(6): 519-531.

[3] CRASKE J, VAN REEUWIJK M. Energy dispersion in turbulent jets. part 1. direct simulation of steady and unsteady jets[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2015, 763: 500-537.

[4] RIES F, LI Y X, RIBMANN M, et al. Database of near-wall turbulent flow properties of a jet impinging on a solid surface under different inclination angles[J]. Fluids, 2018, 3(1): 5-8.

[5] RICARDO A M, KOLL K, FRANCA M J, et al. The terms of turbulent kinetic energy budget within random arrays of emergent cylinders[J]. Water Resources Research, 2014, 50(5):

4131-4148.

[6] GHAEMI S, RAFATI S, BIZHANI M, et al. Turbulent structure at the midsection of an annular flow[J]. Physics of Fluids, 2015, 27(10): 105102.

[7] MA Z Q, XIAO Z L. Turbulent kinetic energy production and flow structures in compressible homogeneous shear flow[J]. Physics of Fluids, 2016, 28(9): 096102.

[8] GEORGIOU M, PAPAEXANDRIS M V. Numerical study of turbulent flow in a rectangular T-junction[J]. Physics of Fluids, 2017, 29(6): 065106.

[9] ABE H, MIZOBUCHI Y, MATSUO Y, et al. Negative production of turbulent kinetic energy in a turbulent separation bubble[C]// Meeting of the Aps Division of Fluid Dynamics. San Diego: American Physical Society, 2012: 2165.

[10] PEDOCCHI F, CANTERO M I, GARCÍA M H. Turbulent kinetic energy balance of an oscillatory boundary layer in the transition to the fully turbulent regime[J]. Journal of Turbulence, 2011, 12: N32.

[11] GAYEN B, SARKAR S. Negative turbulent production during flow reversal in a stratified oscillating boundary layer on a sloping bottom[J]. Physics of Fluids, 2011, 23(10): 101703.

[12] LIBERZON A, LÜTHI B, GUALA M, et al. Experimental study of the structure of flow regions with negative turbulent kinetic energy production in confined three-dimensional shear flows with and without buoyancy[J]. Physics of Fluids, 2005, 17(9): 095110.

[13] GOTOH T, WATANABE T. Scalar flux in a uniform mean scalar gradient in homogeneous isotropic steady turbulence[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2012, 241(3): 141-148.

[14] 虞达礼, 陈方, 刘洪. 湍流预混燃烧逆梯度输运分布的数值研究[J]. 推进技术, 2020, 41(4): 840-846.

[15] GURKA R, HETSRONI G, LIBERZON A, et al. On turbulent energy production in wall bounded flows[J]. Physics of Fluids, 2004, 16(7): 2704-2707.

[16] CIMARELLI A, LEONFORTE A, DE ANGELIS E, et al. On negative turbulence production phenomena in the shear layer of separating and reattaching flows[J]. Physics Letters A, 2019, 383(10): 1019-1026.

[17] 邱翔, 蒋剑波, 刘宇陆. 压力梯度对湍流逆梯度输运的影响[J]. 力学学报, 2004, 36(2): 163-170.

[18] GRETTLER W, BALTL M. Numerical calculation of fully developed turbulent flow in curved channels: an extended algebraic Reynolds - stress model[J]. Forschung Im Ingenieurwesen, 2000, 66(3): 138-146.

[19] WALLIN S, JOHANSSON A V. An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2000, 403: 89-132.

[20] 余祖潮, 吴琼. S 弯喷管推力矢量方案的数值研究[J]. 机械制造与自动化, 2019, 48(3): 86-89.

[21] HAMBA F. Turbulent energy density and its transport equation in scale space[J]. Physics of Fluids, 2015, 27(8): 085108.

[22] 刘宇陆, 邱翔. 放置翼型的槽道湍流的实验研究[J]. 上海应用技术学院学报(自然科学版), 2010, 10(3): 155-158.

[23] HANJALIĆ K, LAUNDER B E. Fully developed asymmetric flow in a plane channel[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1972, 51(2): 301-335.

收稿日期: 2021-04-12