

含轴承内环间隙的转子非线性动力学建模

何奥迪,王晓伟

(南京航空航天大学 能源与动力学院,江苏 南京 210016)

摘 要:针对轴承内环与轴颈存在间隙的转子动力学问题,建立盘-轴颈二自由度间隙支承转子非线性碰撞模型,对间隙支承转子系统展开非线性动力学研究。应用龙格库塔法,计算间隙支承转子系统的振动响应,分析间隙大小对响应特性的影响。结果表明:在超临界转速状态下间隙支承转子系统会出现一系列非线性振动;在发生次谐波振动时,轴颈贴着轴承内环滑动,圆盘轨迹为周期性的简单圆环;在发生超次谐波振动时和组合振动时,轴颈与轴承内环不断碰撞;轴承内环间隙对转子动力学特性有一定影响,减小轴承内环与轴颈的间隙,能减弱转子的非线性振动特性。

关键词:轴承;非线性碰撞模型;间隙支承转子;次谐波振动;超次谐波振动

中图分类号:V231.96 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2022)04-0124-05

Nonlinear Dynamics Modeling of Gap-supported Rotor with Bearing Inner Ring

HE Aodi, WANG Xiaowei

(College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Regarding the rotor dynamics of the clearance between the bearing inner ring and the journal, a disc-jump two-degree-of-freedom gap support rotor nonlinear collision model is established to study the nonlinear dynamics of the gap-supported rotor system. Runge-Kutta method is applied to calculate the vibration response of the gap-supported rotor system and to analyze the impact of gap size on vibration features. The results show that the gap-supported rotor system will have a series of nonlinear vibrations under the supercritical speed state. When the system has sub-harmonic vibration, the journal is sliding against the bearing inner ring, and the disc track is a periodic simple ring. During super sub-harmonic vibration and combined vibration, the journal and the inner ring of the bearing continue to collide. The clearance of the bearing inner ring has a certain influence on the dynamic characteristics of the rotor. Reducing the clearance between the bearing inner ring and the journal can weaken the nonlinear vibration characteristics of the rotor.

Keywords: bearing; nonlinear impact model; gap-supported rotor; sub-harmonic vibration; super sub-harmonic vibration

0 引言

在航空发动机轴承设计中,为补偿热膨胀而提供的间隙通常是转子-轴承-底座系统的振动源,并导致非线性动力学行为。一般来说,间隙可存在于滚动轴承和轴颈之间、滚动轴承或轴承外圈和底座之间或者就是轴承的游隙。

YAMAMOTO T 将轴承间隙的非线性引入转子-轴承系统的 Jeffcott 方程。结果表明:随着轴承间隙的增大,临界转速的最大振幅和临界转速的值将减小^[1]。SAITO S^[2]研究了含径滚珠轴承支承水平 Jeffcott 转子的非线性不平衡响应^[2]。虽然上述两项研究仅涉及谐波响应分析,但 CHOI Y S 等采用谐波平衡法和离散傅里叶变换方法分析了转子-轴承模型中的超谐波和次谐波的相干性^[3]。ISHIDA Y 研究了轴承外环与壳体之间存在径向间隙的柔性转子系统中的振动问题,并通过竖直偏置盘转子振动实验,发现在大于主临界转速的大范围转速内,正涡动的自

激振动振幅几乎保持不变,但是在某些特定的转速下,自激振动消失,取而代之的是非线性振动现象。这种现象被称为夹带现象,这些非线性振动为次谐波振动超次谐波振动和组合振动^[4-5]。ISHIDA Y 通过谐波平衡法(HBM)分析了非线性动力学模型的周期解,从理论上证实了这些非线性振动现象的存在,也证明了次谐波振动时夹带现象的存在^[6]。KAPPAGANTHU K 等提出了一种考虑轴承内游隙和波紋度影响的球轴承支承转子系统五自由度动力学模型。在此基础上,研究了转子-轴承系统的稳定性和动态特性^[7]。陈诚等通过建立在轴承气膜力和箔片摩擦力共同作用下的转子局部受力模型,分析了转速对转子非线性动力学性能的影响^[8]。

目前关于轴承内环与轴颈之间存在间隙的转子动力学研究文章较少。本文针对某航空发动机设计过程中的轴承内环间隙设计问题,设计了一个试验器,建立了盘-轴颈二自由度间隙支承转子非线性动力学模型,研究转子轴颈与轴承内环的配合间隙对转子动力学特性的影响规律。

1 轴承内环间隙支承转子非线性动力学建模

在某航空发动机中,轴承内环与轴颈之间采用间隙配合,为了研究轴承内环间隙对转子动力学的影响,设计了如图1所示的偏执单盘转子系统。在转子右端支承处,采用了含轴承内环间隙的装配方式,右端轴颈可以在间隙中移动。

在非线性动力学建模过程中,引入如下假设:1)轴承无游隙,轴承外环和轴承座无间隙,轴承内环支承在弹性支承上,可自由转动;2)在不平衡力作用下轴颈一直沿轴承内环内表面运动;3)轴承内环与轴径不发生打滑。

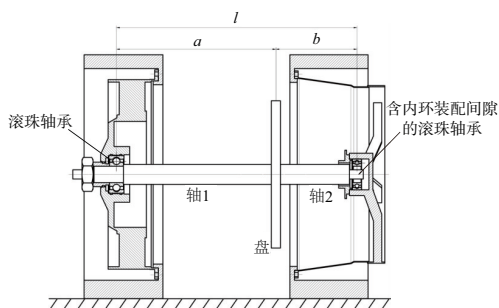


图1 内环间隙配合转子系统示意图

将内环间隙配合转子系统简化为盘-轴颈二自由度间隙支承转子非线性碰撞模型,简化准则为:保留右端轴颈的质量,忽略轴的质量,只考虑轴的刚度。简化后的内环间隙转子二自由度模型如图2所示。

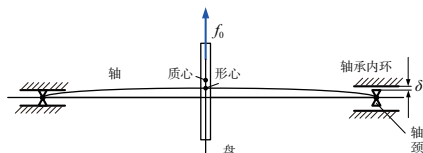


图2 二自由度内环间隙转子模型

为了保持固有频率随转速的变化,添加陀螺力矩项,转盘、轴颈在转子模型位置如图3所示。

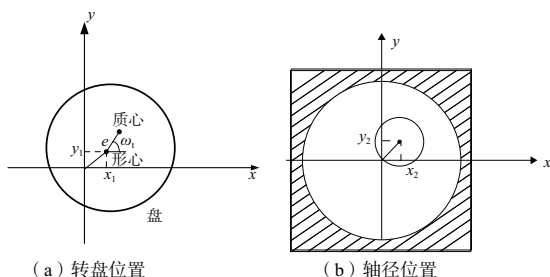


图3 转盘、轴颈在转子模型位置

二自由度内环间隙转子动力学方程如下:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

$$\text{式中: } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_1 & & \\ & & m_2 & \\ & & & m_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & i_p \omega & 0 & 0 \\ -i_p \omega & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 & -\frac{a}{l}k_{s1} & 0 \\ 0 & k_{s1} & 0 & \frac{a}{l}k_{s1} \\ -k_{s2} & 0 & k_{s2} \frac{a}{l} & 0 \\ 0 & -k_{s2} & 0 & k_{s1} \frac{a}{l} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2]^T;$$

$$\mathbf{F}(t) = [m_1 e \omega \cos \omega t \ m_1 e \omega \cos \omega t + f_0 \ 0 \ 0]^T.$$

式中: m_1 和 m_2 分别为转盘和右轴颈的质量; x_1 、 y_1 和 x_2 、 y_2 分别为圆盘和右轴颈在 xy 平面上的位移; c_1 、 c_2 分别为转盘和右轴颈的阻尼系数; $i_p \omega$ 和 $-i_p \omega$ 为陀螺力矩项; f_0 为模拟轴承装配误差引起的横向静载荷; e 为偏心距; ω 为转子转速; t 为时间; k_{s1} 和 k_{s2} 分别为转轴的弹性系数,可以由式(2)得到:

$$k_{s1} = \frac{3E_s I_s l}{a^2 b^2} \quad (2)$$

$$k_{s2} = \frac{3E_s I_s}{ab^2} = \frac{a}{l} k_{s1}$$

式中: E_s 是转子的弹性模量; I_s 是转子横截面积的惯性矩。

式(1)中不含轴径碰撞项。为了使方程更接近实际情况,将添加轴颈和轴承内环之间的碰撞模型。模型采用文献[6]的模型进行描述,碰撞模型如图4所示。

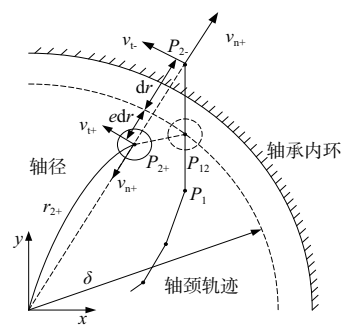


图4 轴径轴承碰撞模型

在图4中,为了便于解释,轴颈相对于轴承内环略图较小, r_2 是轴颈的径向位移, v_n 和 v_t 分别是轴颈在法向和切向方向上的速度分量。在数值仿真中,轴承轨迹由一系列离散点给出。 P_{2+} 假设轴径沿轴承内环壁移动, P_1 是碰撞前一步的离散点。离散点 P_{2-} 为内环壁外的投影点,假设轴颈在 P_{12} 位置发生碰撞,然后被反弹至位置 P_{2+} 。 P_{2+} 处轴颈的速度和径向位移表示如下:

$$\begin{aligned} v_{n4} &= -\hat{e} v_{n3} \\ v_{n4} &= v_{n3} \\ dr &= r_{2-} - \delta \\ r_{2+} &= \delta - \hat{e} dr \end{aligned} \quad (3)$$

式中: r_{2-} 和 r_{2+} 分别为轴颈在 P_{2-} 和 P_{2+} 位置时的径向位移; $\hat{e}$ 为实验确定的恢复系数。在数值仿真中,当轴颈位移 r_2 大于内环间隙 δ 时,采用上述速度位置关系式求解下一个轴颈轨迹离散点。

因为在动力学方程中很难表述图 4 所示的碰撞模型,所以采用等效弹簧和阻尼来模拟轴颈与轴承内环的碰撞,将碰撞转换为瞬时黏弹性变形。当轴颈与轴承内环发生碰撞时,在碰撞点轴颈会受到一个径向的碰撞力,该碰撞力 F_n 表示为

$$F_n = \begin{cases} k_{bn}(r_2 - \delta) + c_{bn}(\dot{x}_2 \cos \theta + \dot{y}_2 \sin \theta) & (r_2 \geq \delta) \\ 0 & (r_2 < \delta) \end{cases} \quad (4)$$

式中 k_{bn} 、 c_{bn} 分别为弹簧和阻尼系数, $\theta = \tan^{-1}(\dot{y}_2/\dot{x}_2)$ 。

线性弹簧系数 k_{bn} 由 Hertz 接触理论近似确定的,该理论用于解决两个平行圆柱体的接触问题,使用条件是线性弹簧模型的应变能与非线性接触模型的应变能相等。黏性阻尼系数 c_{bn} 的确定,是使一次碰撞时的能量耗散与实验中存在恢复系数 $\hat{e}$ 时相等。最终得到 c_{bn} 表示为

$$c_{bn} = \sqrt{\frac{2(\log \hat{e})^2 m_2 k_{bn}}{\pi^2 + (\log \hat{e})^2}} \quad (5)$$

构建如下等式:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{k_{s1}}{m_1}}, t' = \omega_n t, x'_1 = \frac{x_1}{d_0}, y'_1 = \frac{y_1}{d_0} \\ x'_2 &= \frac{x_2}{d_0}, y'_2 = \frac{y_2}{d_0}, \delta'_b = \frac{\delta_b}{d_0}, e' = \frac{e}{d_0}, f'_0 = \frac{f_0}{m_1 \omega_n^2 d_0} \\ \omega' &= \frac{\omega}{\omega_n}, \alpha' = \frac{a}{l}, \beta' = \frac{m_2}{m_1}, k'_{s2} = \frac{k_{s2}}{m_1 \omega_n^2}, i'_p = \frac{i_p}{m_1} \\ c'_1 &= \frac{c_1}{m_1 \omega_n}, c'_2 = \frac{c_2}{m_1 \omega_n}, k'_{bn} = \frac{k_{bn}}{m_1 \omega_n^2}, c'_{bn} = \frac{c_{bn}}{m_1 \omega_n} \end{aligned} \quad (6)$$

通过式(6)对式(1)进行无量纲处理。在式(6)中,设 d_0 为转子系统的单位长度。为了方便表述,将处理后无量纲公式中的 $'$ 略去,最终得到带碰撞边界条件的转子间隙支承系统的无量纲动力学方程为

$$\bar{M} \ddot{\bar{x}} + \bar{C} \dot{\bar{x}} + \bar{K} \bar{x} + \bar{g}(\bar{x}, \dot{\bar{x}}) = \bar{F}(t) \quad (7)$$

式中:

$$\begin{aligned} \bar{M} &= \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \beta & \\ & & & \beta \end{bmatrix}; \bar{C} = \begin{bmatrix} c_1 & i_p \omega & 0 & 0 \\ -i_p \omega & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix}; \\ \bar{K} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\alpha \\ -\alpha & 0 & \alpha^2 & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & \alpha^2 \end{bmatrix}; \bar{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{x_2}{r_2} F_n & \frac{y_2}{r_2} F_n \end{bmatrix}^T; \\ \bar{x} &= [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2]^T; \end{aligned}$$

$$\bar{F}(t) = [m_1 e \omega \cos \omega t \quad m_1 e \omega \cos \omega t + f_0 \quad 0 \quad 0]^T.$$

2 间隙支承转子非线性动力学仿真

在上节建立了二自由度间隙支承转子非线性碰撞模型,分析间隙的大小对转子振动特性的影响,采用 MATLAB 中的 ODE45 求解器求解,单盘转子系统参数如表 1 所示。

表 1 单盘转子系统参数

转轴长度 l/m	转轴直径/ m	盘直径/ m	盘厚/ m
0.9	0.016	0.48	0.005 5
盘距左端距离 a/m	泊松比	密度/ (kg/m^3)	弹性模量/ (N/m^2)
0.55	0.3	7 800	2.1×10^{11}
切变模量/ Pa	$c_1/(\text{N} \cdot \text{s})$	$c_2/(\text{N} \cdot \text{s})$	间隙 δ/mm
8×10^{10}	2.85	28.5	0.1
$k_{bn}/(\text{N}/\text{m})$	$c_{bn}/(\text{N} \cdot \text{s})$	初始装配力 f_0/N	离心距 e/mm
5.4×10^{11}	293	0.1	0.3

因为转子系统前期为不稳定状态,所以取后 1/5 时间段内的振动响应曲线来代表系统的动力学特性,如图 5 所示。

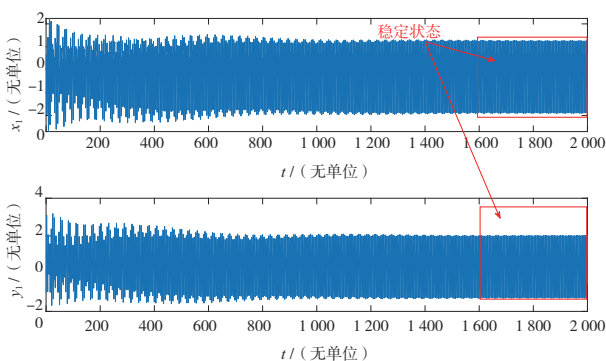


图 5 圆盘在 x 和 y 方向上的位移时域图

通过数值仿真得到该转子系统的 Bode 图。可以观察到随着转速的增加,圆盘的振幅出现了许多峰值点,用圆圈标出。可以确定,在这些峰值点附近转子系统发生了非线性振动,研究这些振幅峰值转速下转子间隙支承系统的动力学特性,得到图 6 所示的一系列曲线。

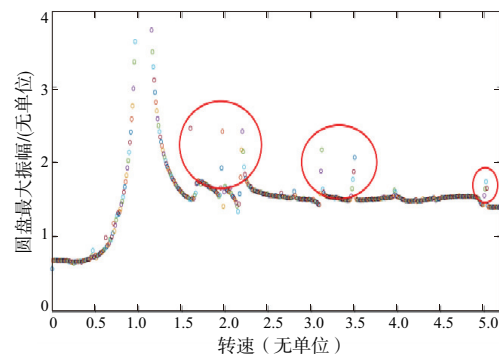


图 6 转子系统的 Bode 图

为了方便理解,将无量纲转速 ω 替换为频率比 λ 。图 7(a) 为组合振动 $[p_r - p_b]$ 。[] 表示当频率比为 $\lambda = p_r - p_b$ 附近时发生的组合振动类型。当发生这类组合振动时,因为 p_r/p_b 为无理数,所以此时圆盘的运动轨迹为非周期性。图 7(c) 为 $1/2$ 阶次谐波振动。从频谱图可以看出,除了存在频率比为 $\lambda = +1$ 的谐波振动外,还分别存在振动频率为 $+(1/2)$ 正进动频率,圆盘的振动为谐波振动与次谐波振动叠加后的强迫振动。因为这些次谐波振动频率与谐波振动频率之间为特殊的整数倍比例关系,所以圆盘的轨道图为周期的简单闭环,轴颈是贴着轴承内环滑动的。图 7(d) 为 $+(2/5)$ 超次谐波振动。因为超次谐波振动频率与谐波振动频率之间关系的特殊性,所以当发生超次谐波振动时,圆盘的轨道图由周期且较复杂的闭环组成,轴颈与轴承内环反复碰撞。

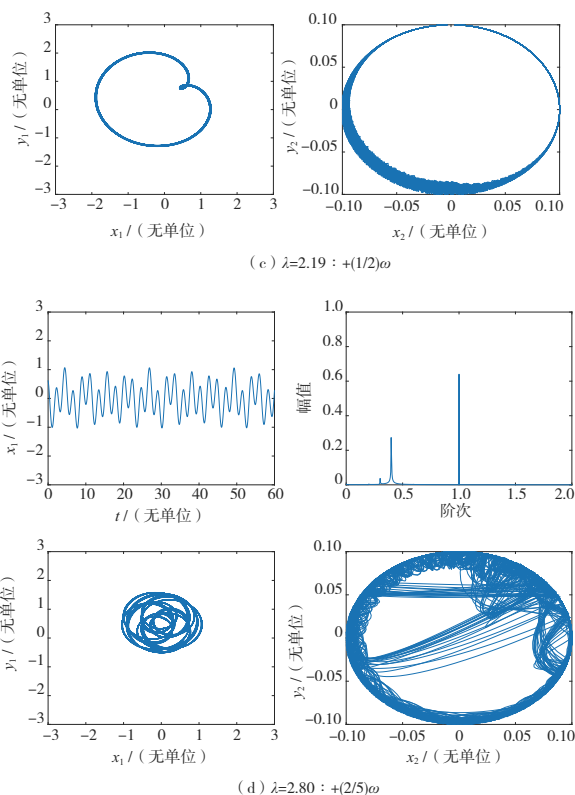
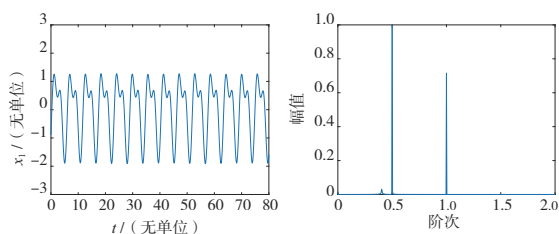
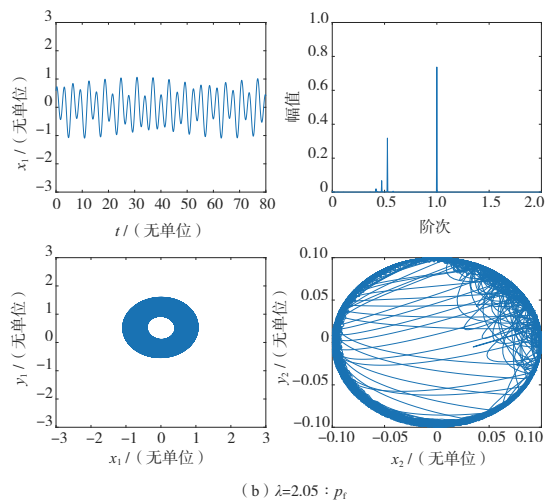
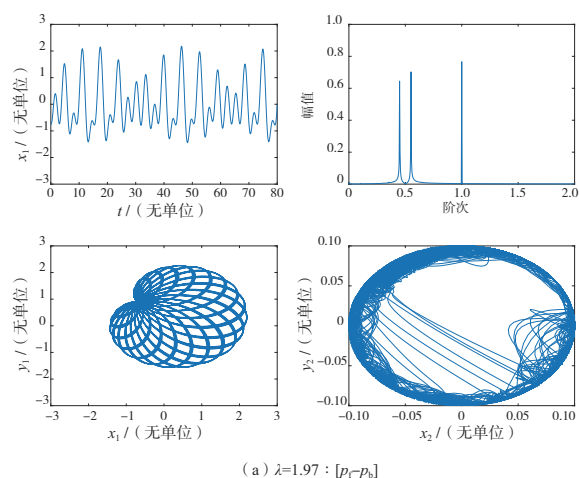
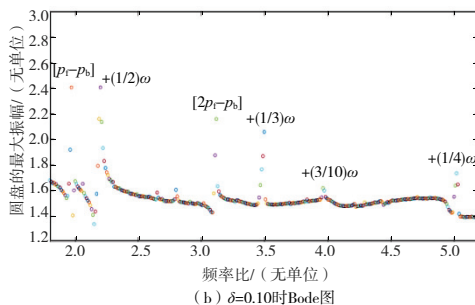
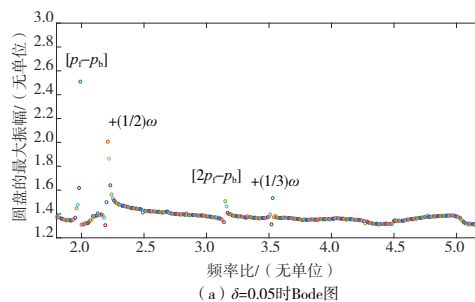


图 7 特定转速下转子系统的时域图、频谱图和轨道图

改变轴承内环间隙大小,圆盘不同共振类型振幅如表 2 所示,不同间隙下圆盘 Bode 图如图 8 所示。

表 2 不同间隙大小不同共振类型的振幅

轴承间隙	$[p_r - p_b]$	$+(1/2)\omega$	$[2p_r - p_b]$	$+(1/3)\omega$	$+(1/4)\omega$	p_r
0.05	2.509	2.006	1.507	1.533	—	1.352
0.10	2.405	2.406	2.159	2.058	1.735	1.491
0.15	2.585	2.468	2.296	2.189	1.845	1.595
0.20	2.698	2.506	2.423	2.340	2.263	1.753



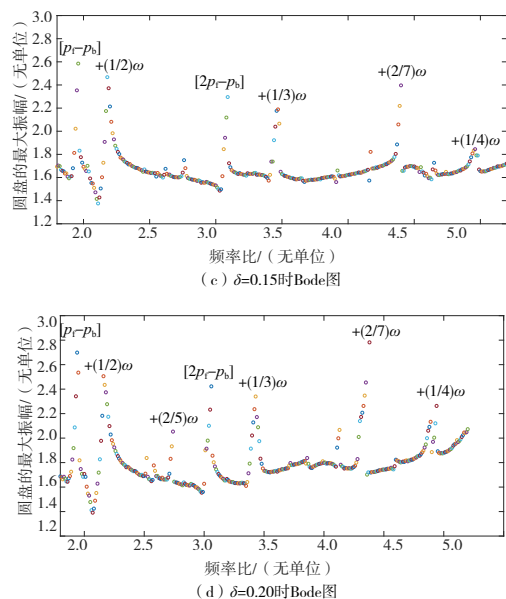


图8 不同间隙下圆盘 Bode 图

从表2可以看出,随着轴承内环与轴颈的间隙不断增大,组合振动 $[p_r-p_b]$ 的振幅几乎不变,其他组合振动和次谐波振动的振幅呈增大的趋势。同时可以看出,伴随着轴承内环间隙的增大,转子系统会出现一些新的非线性振动,例如,当轴承内环间隙 $\delta=0.10$ 时,在4倍转速左右出现了振幅较小的3/10阶的超次谐波振动。当轴承内环间隙 $\delta=0.15$ 时,出现2/7阶的超次谐波振动。当轴承内环间隙 $\delta=0.20$ 时,新出现了2/5阶的超次谐波振动现象。由此可以得出结论,轴承内环间隙越大,间隙支承系统的非线性振动越为复杂,会出现一系列非线性振动,所以减小轴承内环间隙能有效地抑制转子支承系统的非线性振动。

3 结语

本文以航空发动机转子间隙支承结构为研究对象,建立了考虑轴颈和轴承内环间存在碰撞的动力学模型,并通过数值仿真研究了间隙支承结构的非线性振动现象,并得到以下结论:

1) 间隙支承系统在超临界状态下会出现一系列非线性振动,包括自激振动、次谐波振动、组合振动和超次谐波振动;

2) 间隙支承系统发生次谐波振动时,轴颈贴着轴承内环滑动,圆盘轨迹为周期性的简单圆环。发生超次谐波振动时和组合振动时,轴颈与轴承内环不断碰撞;

3) 研究了间隙和支承刚度这些因素对转子间隙支承系统动力学特性的影响规律。轴承内环间隙对转子动力学特性有一定影响,减小轴承内环与轴颈的间隙大小能减弱转子的非线性振动特性。

参考文献:

- [1] YAMAMOTO T. On the vibrations of a shaft supported by bearings having radial clearances[J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1955, 21(103): 186-192.
- [2] SAITO S. Calculation of nonlinear unbalance response of horizontal jeffcott rotors supported by ball bearings with radial clearances[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1985, 107(4): 416-420.
- [3] CHOI Y S, NOAH S T. Nonlinear steady-state response of a rotor-support system[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1987, 109(3): 255-261.
- [4] YAMAMOTO T, ISHIDA Y, KIRK R G. Linear and nonlinear rotordynamics; a modern treatment with applications[J]. Applied Mechanics Reviews, 2002, 55(3): B45.
- [5] ISHIDA Y, INAGAKI M, EJIMA R, et al. Nonlinear resonances and self-excited oscillations of a rotor caused by radial clearance and collision[J]. Nonlinear Dynamics, 2009, 57(4): 593-605.
- [6] ISHIDA Y, IKEDA T, YAMAMOTO T. Nonlinear forced oscillations caused by quartic nonlinearity in a rotating shaft system[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1990, 112(3): 288-297.
- [7] KAPPAGANTHU K, NATARAJ C. Nonlinear modeling and analysis of a rolling element bearing with a clearance[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2011, 16(10): 4134-4145.
- [8] 陈诚, 马希直. 波箔气体轴承支承的转子非线性振动的研究[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(4): 21-24, 28.

收稿日期: 2021-03-09