

# 受电弓空气弹簧的热力学模型研究

刘久锐,周宁,姚永明,刘钊,张欣,张卫华

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室,四川 成都 610031)

**摘要:**为解决受电弓底座上空气弹簧的建模问题,利用热力学和流体力学的基本定律以及假设,求解空气弹簧中压缩空气的关键物理量,分析空气弹簧在试验过程中内部气压与振动幅值之间比值  $P_a/x$  的非线性频响特性;利用 Matlab 软件对所建立的模型进行仿真运算。试验结果表明:该模型能够较好地反映空气弹簧的幅频特性和相频特性。

**关键词:**受电弓;空气弹簧;热力学模型;频响特性

**中图分类号:**U271.91 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2022)04-0096-04

## Study on Thermodynamic Model of Pantograph Air Spring

LIU Jiurui, ZHOU Ning, YAO Yongming, LIU Zhao, ZHANG Xin, ZHANG Weihua

(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** To resolve the problems in air spring modeling on the basis of pantograph, the basic laws and assumptions of thermodynamics and hydrodynamics are applied to solve the key physical quantities of compressed air in air spring, and nonlinear frequency response characteristics of  $P_a/x$  ratio between the internal air pressure and vibration amplitude in the process of experiments are analyzed. The established model is simulated by Matlab software. The results show that the established model can reflect the amplitude and phase frequency characteristics of the air spring.

**Keywords:** pantograph; air spring; thermodynamic model; frequency response characteristics

## 0 引言

电力牵引机车的受电弓作为列车上与接触网进行耦合并由此获得电能的关键设备,其能否安全、稳定地运行直接决定了列车的行车安全和质量。受电弓底座上的空气弹簧发挥着缓冲和吸振的重要作用,其性能会直接关系到弓网动态接触能否平稳、持续、可靠,并且也会对弓网动力学性能产生重大影响<sup>[1]</sup>。相比于针对列车转向架上空气弹簧的研究<sup>[2]</sup>,针对列车受电弓上空气弹簧的研究相对较少,而专门针对其建模问题的研究更不多见。为此,有必要对此问题进行讨论和研究。

国内外的学者对空气弹簧早有青睐,并做了大量的研究<sup>[2-6]</sup>。文献[2]建立了一种考虑弹性力、摩擦力和黏滞力的非线性空气弹簧模型,在该模型中非线性部分主要是空气弹簧自身橡胶材料的摩擦和气动系统中的节流孔部分。文献[4]研究了存在于列车二系悬挂中的空气弹簧-导气管路-气箱气动系统,将建立的模型整合到列车的多刚体模型中,并通过不断地调整空气弹簧、气动管路、气箱的模型再将其进行组合,从而得到了5个不同的模型。文献[5]结合库仑摩擦模型、分数导数模型和空气弹簧有效面积以及有效容积的变化,得到了空气弹簧的非线性模型,并给出该模型的参数识别方法。文献[6]给出一种用来描述空气弹簧-导气管路-气箱气动系统的高精度热力

学模型,该模型不但考虑了气动系统本身的热力学特性,还分别考虑了来自空气弹簧振动时产生的库仑摩擦力和黏滞力。

在空气弹簧的建模中,相比于更受关注的空气弹簧垂向力  $F$  与振动幅值  $x$  之间比值  $F/x$  的频响特性,空气弹簧内部气压  $P_a$  与振动幅值  $x$  之间比值  $P_a/x$  的频响特性更加简单,其主要受到空气弹簧及其附加气动系统的热力学特性的影响。同时,  $P_a/x$  模型的建立也是计算  $F/x$  模型的基础。因此,建立一种能够准确、可靠地描述受电弓空气弹簧  $P_a/x$  的模型就显得很有意义。

## 1 受电弓空气弹簧试验

### 1.1 试验系统

图1为此次测试中空气弹簧及其附加气动系统的结构示意图,其中,空气弹簧为受电弓上囊式空气弹簧,其一端固结在压力传感器上,另一端与液压作动器固结且液压作动器仅表示为一个加载在空气弹簧上端的输入位移。空气弹簧的上端由一根胶质管道连接,其另一端连接到带手动控制阀门的气动调压阀内侧,而气动调压阀的外侧直接连到外源气泵。在该系统中连接有两个测压计,一个被安置到空气弹簧的上端盖处以测量空气弹簧内部的气压,另一个则在紧靠气动调压阀内侧的位置以测量调压阀内端的气压。压力传感器被安置在空气弹簧下部与地面之

**基金项目:**国家自然科学基金项目(52072319);中铁二院工程集团有限责任公司科研项目(科2019-32)

**第一作者简介:**刘久锐(1997—),男,四川南充人,硕士研究生,研究方向为弓网研究。

间的位置以测量空气弹簧在垂向上的受力;空气弹簧的垂向位移由液压作动器上自带的拉线传感器进行测量。以上3种类型共4个传感器的输出信号均被采集到上位机中。此上位机还能同时控制液压作动器的加载方式,包括:位移大小、时间、位移形式、频率等。试验人员仅需要通过上位机和气动调压阀的手动旋钮就可以完成对空气弹簧及其附加气动系统的控制,包括空气弹簧的高度、内部气压的控制等。所采集的该气动系统数据包括垂向力、位移、气压、振动频率、波形等。

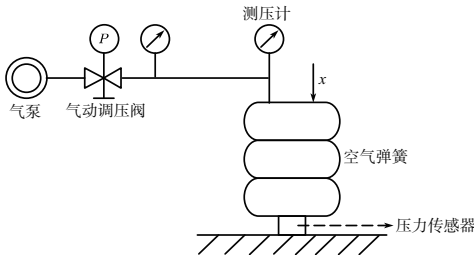


图1 气动系统的结构示意图

## 1.2 试验工况

试验是在考虑空气弹簧在实际使用过程中经常遇到的不同使用条件(如:不同的弹簧高度和内部气压等)以及不同工作条件(如:从低频到高频的工作频率以及相应频率下的振动幅值等)下而进行的,其具体数据如表1所示。

表1 试验工况

试验频率/Hz	压强/MPa	空气弹簧高度/mm	振动幅值/mm
0.05、0.10、0.20、0.30、...、1.00	0.30	140	1.0
			1.5
			2.0
	0.45	170	1.0
			1.5
			2.0
2、3、4、...、24、25	0.45	140	1.0
			0.5
			2.0
	0.30	170	1.0
			0.5
			2.0

## 2 空气弹簧的热力学建模

在对空气弹簧自身的热力学性能及行为进行描述时,使用多变过程方程、理想气体状态方程以及质量流量方程描述<sup>[7]</sup>如下:

$$P_0 V_0^n = P V^n = \text{常数} \quad (1)$$

$$PV = n'RT = \frac{m}{M}RT = m R_a T \quad (2)$$

$$G = \frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = \frac{d\rho}{dt} V + \rho \frac{dV}{dt} = \frac{d\rho}{dt} V + \rho \frac{dP}{dt} V + \rho \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} \quad (3)$$

以上式(1)为多变过程方程;式(2)为理想气体状态方程;式(3)为质量流量方程。式中: $P$ 、 $V$ 、 $n$ 分别代表气

压、体积以及多变指数; $n'$ 、 $R$ 、 $T$ 、 $m$ 、 $M$ 、 $R_a$ 分别代表物质的量、通用气体常数、温度、质量、摩尔质量以及干空气的理想气体常数; $G$ 、 $t$ 、 $\rho$ 、 $h$ 则分别代表质量流量、时间、流体密度以及空气弹簧的工作高度。

现在对式(1)进行如下变换:

$$PV^n = K' \Rightarrow P \frac{V^n}{m^n} = \frac{K'}{m^n} \Rightarrow \frac{P}{\rho^n} = \frac{K'}{m^n} = K \Rightarrow P = K \rho^n \quad (4)$$

式中 $K'$ 、 $K$ 均为任意给定的常数。

同时,对式(4)进行如下的变换并对其变换后的结果联立,可得

$$\left. \begin{aligned} P = K \rho^n \Rightarrow dP = Kn \rho^{n-1} d\rho \Rightarrow \frac{dP}{P} &= \frac{1}{Kn \rho^{n-1}} = \frac{\rho}{Kn \rho^n} \\ P V^n = K' \Rightarrow \frac{P}{\rho^n} = \frac{K'}{m^n} = K \Rightarrow \rho^n &= \frac{P}{K} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d\rho}{dP} = \frac{\rho}{nP} \quad (5)$$

将式(5)代入到式(3)中并将其变换后所得到的结果与式(2)进行联立,可得

$$\left. \begin{aligned} G = \frac{d\rho}{dP} \cdot \frac{dP}{dt} V + \rho \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{\rho V}{nP} \dot{P} + \rho A^* \dot{x} \\ PV = m R_a T \Rightarrow \rho = \frac{P}{R_a T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow G = \frac{V}{n R_a T} \dot{P} + \frac{P}{R_a T} A^* \dot{x} \quad (6)$$

或者  $G = \frac{\rho V}{nP} \dot{P} + \rho A^* \dot{x}$

式中: $x$ 代表空气弹簧的垂向位移,有 $\frac{dh}{dt} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ ;  $A^* = \frac{dV}{dh}$ ,代表空气弹簧相对于垂向位移的体积变化率,也就是不同高度下空气弹簧的有效面积。

同时,观察式(1)、式(2)、式(4)和式(5)可知,这些公式并没有限定为只能用于空气弹簧建模的推导,而直到将它们与式(3)联立进而推导得到的式(6)才是用来表述空气弹簧内部质量流量与气压、位移之间关系的公式。

假定气动系统内部的空气质量流量在管道中可以表示为 $G^*$ ,且假定该气动系统中并没有发生内外气体交换的情况,而由于气动调压阀为膜式调压阀,故在其输出端口,即该阀与气动系统管道连接的端口部分,如果出现了比较大的气压波动,那么就可能会导致阀口打开,使得阀门内外的气体发生物质交换。根据连续性定理,有

$$G = G^* \quad (7)$$

同时,已知管道内部的气体会与空气弹簧内部的气体在中低频下发生物质交换,则它们之间在客观上必定存在一个物质交换规律,尽管这种规律并不一定能够以一个比较简单、高效的公式表达出来,但是出于简化物理模型的目的,现在将这种物质交换规律假定成一个由气动调压阀内部端口气压 $P_v$ 、空气弹簧内部的气动压力 $P_a$ 以及一个未知的阻值 $R_f$ 决定,并最终表述为质量流量 $G^*$ 的方程:

$$G^* = \frac{(P_v - P_a)}{R_f} = \frac{[(P_0 + \Delta P_v) - (P_0 + \Delta P_a)]}{R_f} = \frac{\Delta P_v - \Delta P_a}{R_f} \quad (8)$$

式中 $P_0$ 、 $\Delta P_v$ 、 $\Delta P_a$ 分别是空气弹簧内处于平衡时的静态压力值、气动调压阀的动态变化值以及空气弹簧内部气压的动态变化值。

将式(8)和式(7)代入到式(6)中,可得

$$G^* = G \Rightarrow \frac{V}{n R_a T} \dot{P} + \frac{P}{R_a T} A^* \dot{x} = \frac{\Delta P_v - \Delta P_a}{R_f} \Rightarrow \frac{V}{n R_a T} (P_0 + \Delta P_a)' + \frac{P}{R_a T} A^* (x_0 + \Delta x)' = \frac{\Delta P_v - \Delta P_a}{R_f} \quad (9)$$

而在式(9)中,对于 $(P_0 + \Delta P_a)$ 和 $(x_0 + \Delta x)$ 这两部分的求导,考虑到 $P_0$ 和 $x_0$ 均为常数,则应该视为对 $\Delta P_a$ 和 $\Delta x$ 的求导,化简之后有

$$\frac{V}{n R_a T} \Delta \dot{P}_a + \frac{P A^*}{R_a T} \Delta \dot{x} = \frac{\Delta P_v}{R_f} - \frac{\Delta P_a}{R_f} \quad (10)$$

现在对式(10)进行拉普拉斯变换,有

$$\frac{V}{n R_a T} \Delta P_a(s) \cdot s + \frac{P A^*}{R_a T} \Delta x(s) \cdot s = \frac{\Delta P_v(s)}{R_f} - \frac{\Delta P_a(s)}{R_f} \quad (11)$$

通过上述的一系列假设和变换,得到了一个用来描述在复数域 $s$ 平面内气动调压阀的气压动态变化值 $\Delta P_v(s)$ 与空气弹簧内部的气压动态变化值 $\Delta P_a(s)$ 以及空气弹簧垂向位移的动态变化值 $\Delta x(s)$ 之间对应关系的式(11)。而空气弹簧内部的气压动态变化值 $\Delta P_a(s)$ 与空气弹簧垂向位移的动态变化值 $\Delta x(s)$ 在复数域 $s$ 平面内的关系可看作是该系统的输出传递函数,则有如下控制方程:

$$\Delta P_v = \frac{1}{1 + \tau s} (\Delta P_{ref} - \Delta P_a) \quad (12)$$

式中: $\Delta P_{ref}$ 为参考气压的变化值,该气压由气动调压阀内外两端的气压值决定; $\tau$ 为人为设定的某个未知的延迟。

式(12)是一个类似于惯性环节的控制方程,将式(12)代入到式(11)中,则有

$$\left( \frac{V_s}{n R_a T} + \frac{1}{R_f(1 + \tau s)} + \frac{1}{R_f} \right) \Delta P_a(s) = \frac{\Delta P_{ref}(s)}{R_f(1 + \tau s)} - \frac{P A^* s}{R_a T} \Delta x(s) \quad (13)$$

根据文献[8],假定 $\Delta P_{ref} = 0$ ,则有

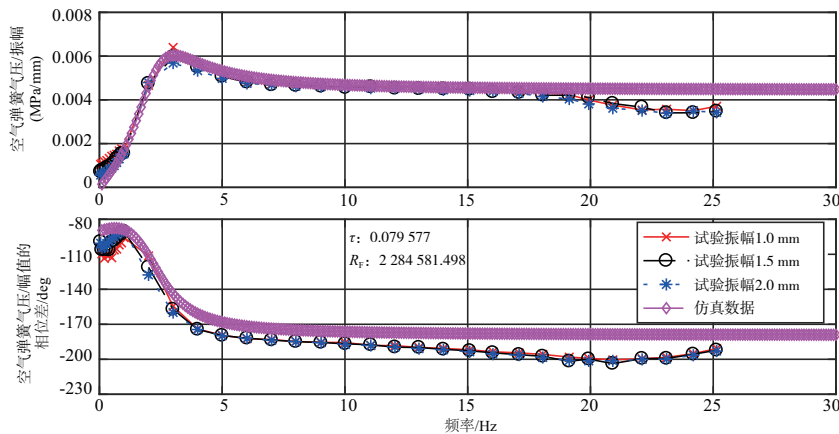
$$\left( \frac{V_s}{n R_a T} + \frac{1}{R_f(1 + \tau s)} + \frac{1}{R_f} \right) \Delta P_a(s) = - \frac{P A^* s}{R_a T} \Delta x(s) \Rightarrow \frac{\Delta P_a(s)}{\Delta x(s)} = - \frac{P A^* s}{R_a T} \left[ \frac{1}{\frac{V_s}{n R_a T} + \frac{1}{R_f(1 + \tau s)} + \frac{1}{R_f}} \right] \quad (14)$$

观察式(14),结合实际空气弹簧工作环境,可知压强、温度等参数都不是定值。但为简化模型,现根据实测数据有 $n, R_a, T_0$ 分别为 $1.12, 287.058 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}), 293 \text{ K}$ ,而 $A^*, V_0$ 在空气弹簧为 $140 \text{ mm}$ 和 $170 \text{ mm}$ 高度下分别为 $0.0418 \text{ m}^2, 0.0042 \text{ m}^3$ 和 $0.0382 \text{ m}^2, 0.0050 \text{ m}^3$ ,而 $P_0$ 在工作气压为 $0.30 \text{ MPa}$ 和 $0.45 \text{ MPa}$ 时,分别有 $4.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 和 $5.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,假定 $R_f$ 和 $\tau$ 均为待定常数,则有最终模型

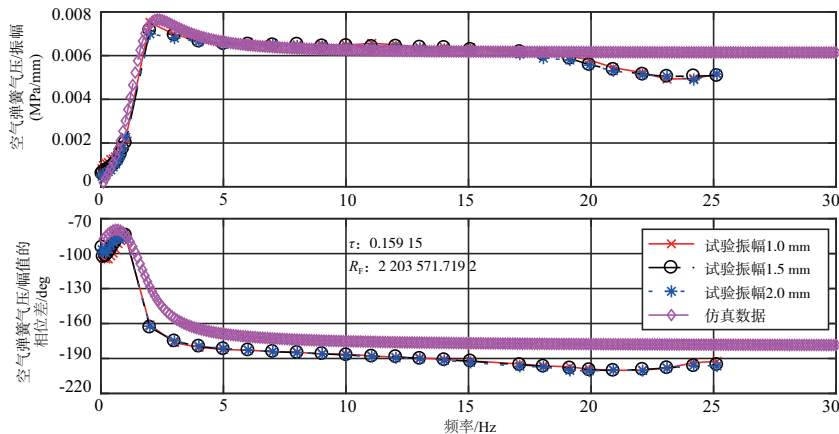
$$\frac{\Delta P_a(s)}{\Delta x(s)} = - \frac{n \cdot A_0^* \cdot P_0}{V_0} \cdot \frac{R_f \cdot \tau \cdot s^2 + R_f \cdot s}{R_f \cdot \tau \cdot s^2 + \left( R_f + \frac{n \cdot R_a \cdot T_0 \cdot \tau}{V_0} \right) \cdot s + \frac{2n \cdot R_a \cdot T_0}{V_0}} \quad (15)$$

### 3 仿真结果与试验数据对比

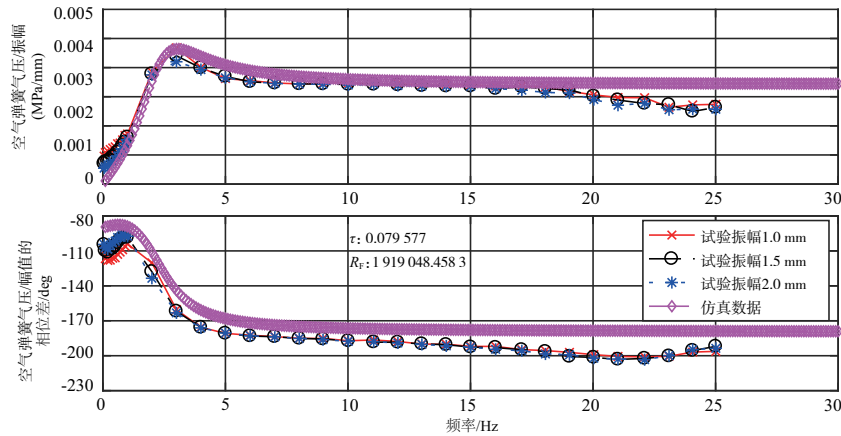
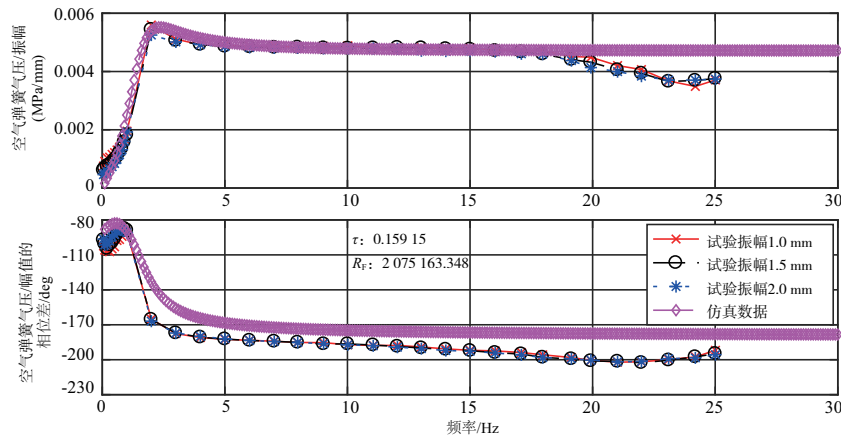
采用式(15)来描述空气弹簧 $\Delta P_a(s)/\Delta x(s)$ 的幅频特性和相频特性的仿真结果与实际数据的对比如图2所示。



(a) 高度140 mm、气压0.30 MPa的工况下模型 $(P_a/x)$ 仿真与试验数据对比图



(b) 高度140 mm、气压0.45 MPa的工况下模型 $(P_a/x)$ 仿真与试验数据对比图

(c) 高度170 mm、气压0.30 MPa工况下模型 ( $P_a/x$ ) 仿真与试验数据对比图(d) 高度170 mm、气压0.45 MPa的工况下模型 ( $P_a/x$ ) 仿真与试验数据对比图图2 在不同气压及不同高度的工况下模型 ( $P_a/x$ ) 仿真与试验数据对比图

结果分析:如图2(a)~图2(d)所示,用来描述受电弓空气弹簧  $P_a/x$  的仿真模型,无论是在不同的空气弹簧高度、内部气压还是振动幅值下,其仿真结果的幅频特性曲线和相频特性曲线在整体上都能与对应的试验数据相吻合。虽然在极低频段(0.05 Hz~1.00 Hz)和高频段(18 Hz~25 Hz)上模型的仿真结果与试验数据仍有一定的差异,但考虑到连接空气弹簧与外界的气动阀是一种膜式气动阀,其本身在低频段下有着一定的非线性特性,如:阀门两侧的瞬时气压差达到一定程度时会导致阀门部分打开从而使得内外物质发生交换,但这种影响不大且频率范围不广,不会影响该模型在工程上的使用。而考虑到受电弓上空气弹簧的实际工作环境,来自于弓网耦合时的较高频振动会在传导到空气弹簧的过程中被路径上的弓头悬挂、上框架吸收掉<sup>[9]</sup>,同时在高频下导气管及其外面的气动系统会被隔离出去,不参与气体的物质交换,在此时仅有空气弹簧内部的气体会参与振动。因此,这种高频下的差异不会对该模型在工程上的使用产生太大的影响。

## 4 结语

本文针对受电弓空气弹簧内部气压与振动幅值之间比值  $P_a/x$  的幅频和相频特性,给出了一种相应的模型。从实际效果上来看,该模型不但结构较为简单且总体效果较好,还能够适用于多种不同的工况。最终得到了一种描

述空气弹簧  $P_a/x$  的准确、可靠的模型。

### 参考文献:

- [1] 何春天,阳光武. 受电弓-接触网动力学特性的仿真研究[J]. 机械制造与自动化,2019,48(1):80-83,88.
- [2] 彭福泰,丁旺才. 车辆空气悬挂系统动力学研究[J]. 机械制造与自动化,2018,47(4):165-171.
- [3] BERG M. A three-dimensional airspring model with friction and orifice damping[J]. Vehicle System Dynamics, 1999, 33(1): 528-539.
- [4] DOCQUIER N, FISETTE P, JEANMART H. Multiphysics modelling of railway vehicles equipped with pneumatic suspensions[J]. Vehicle System Dynamics, 2007, 45(6):505-524.
- [5] 朱良义,舒逢春. 空气弹簧力学模型研究[J]. 新型工业化, 2020, 10(7):61-64.
- [6] ZHU H J, YANG J, ZHANG Y Q, et al. A novel air spring dynamic model with pneumatic thermodynamics, effective friction and viscoelastic damping[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 408:87-104.
- [7] 杨玉顺. 工程热力学[M]. 北京:机械工业出版社,2009.
- [8] BUCCA G, CARNEVALE M, COLLINA A, et al. An active control strategy for multiple pantograph collection [C]. Proceedings of the 23rd International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (IAVSD2013), Qingdao: 2013: 1-10.
- [9] 王江文,梅桂明,李瑞平,等. 弓网相互作用时受电弓关键部件动载荷研究[J]. 铁道学报,2018,40(3):68-75.

收稿日期:2021-04-26