

# 不同粗糙度下磨削表面形貌特征与仿真研究

梁瑞,成栋才,姜峰

(兰州理工大学 石油化工学院,甘肃 兰州 730050)

**摘要:**基于分形理论对双变量  $W-M$  函数进行研究,结合分形维数与  $Ra$  之间的关系分析不同表面粗糙度下磨削表面轮廓高度的变化范围。对磨削表面轮廓高度分布规律进行实验数据和  $W-M$  函数分析结果表明:磨削表面轮廓高度呈高斯分布;随着  $Ra$  的增大,表面轮廓微凸体重叠数目呈递减趋势,而标准差呈递增趋势,其中当  $Ra=0.8$  时,轮廓高度分布近似呈标准正态分布。

**关键词:**表面形貌;高斯分布;分形维数;表面粗糙度

**中图分类号:** TG580.6 **文献标志码:** B **文章编号:** 1671-5276(2022)05-0110-04

## Characteristics and Simulation of Grinding Surface Morphology under Different Roughness

LIANG Rui, CHENG Dongcai, JIANG Feng

(College of Petrochemical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** Based on fractal theory, the bivariate  $W-M$  function is studied, and the variation range of grinding surface profile height under different roughness is analyzed by combining the relationship between fractal dimension and  $Ra$ . The experimental data and  $W-M$  function analysis is carried out on the distribution law of grinding surface profile height. The results show that the height of grinding surface profile presents Gaussian distribution, with which as  $Ra$  increases, the overlapping number of surface profile asperities decrease, while the standard deviation tends to increase, and the profile height distribution displays an approximate standard normal distribution when  $Ra = 0.8$ .

**Keywords:** surface topography; Gaussian distribution; fractal dimension; surface roughness

## 0 引言

磨削密封面在许多精密仪器中应用十分广泛,故研究磨削表面的微观形貌结构特征对分析界面密封、摩擦、磨损等具有重要的意义。表面形貌就像人的指纹一样蕴含着丰富的加工信息,通过这些加工信息可以预测工件表面形貌分布规律、控制工件表面质量和指导加工制造等。在工程中表面形貌分布主要分为两种,即高斯分布和非高斯分布<sup>[1-2]</sup>。这两种分布有时可以同时存在于工件中,比如,高斯分布的表面如果经历一些微动摩擦、磨损或者腐蚀之后也会呈现出非高斯分布的情况。

表面形貌的研究手段有试验和仿真两种。目前主要以试验研究为主,其特点是准确、直观,只需借助实验设备得到实验数据,对实验数据运用数理统计的方法进行处理分析就能得出结果,如 PLOURABOUE F 等<sup>[3]</sup>应用原子显微镜通过多尺度方法对冷轧钢表面形貌进行了定性的分析;MA B 等<sup>[4]</sup>通过试验测量,在不同压下量、不同润滑条件下分析了工件表面的形貌。而仿真研究的结果具有不确定性,需要进行理论或者实验的验证才能确保结论的正确性。仿真需要建立在一定理论模型的基础上来研究,目前研究表面形貌的理论模型有蒙特卡洛模型<sup>[5]</sup>、自动回归模型<sup>[6]</sup>、随机中点位移模型<sup>[7]</sup>、神经网络模型<sup>[8]</sup>、函数

序列模型<sup>[9]</sup>等,但是这些模型都是不同学者的尝试,还没有一种理论模型被学界广泛认可。

分形几何学的创立者 MANDELBROT B B<sup>[10]</sup>认识到物体表面形貌非常复杂并且符合分形的几何特征,后来分形理论逐渐被引入到表面轮廓的研究中。近年来一些国内学者应用分形理论在表面接触模型的研究中做出了很多开拓性的成果<sup>[11-12]</sup>,但是对于整体分析表面轮廓高度分布的文章鲜有报道,特别是磨削表面的形貌分布具体呈现怎样的规律并不是很清楚。结合双变量  $W-M$  分形函数运用 Matlab 仿真可对磨削表面形貌分布特征进行深入的研究。

## 1 磨削表面轮廓高度仿真

### 1.1 不同坐标下的 $W-M$ 函数

粗糙表面轮廓形貌具有随机性和无序性,因此想要准确描述粗糙表面的形貌规律,必须建立与尺寸无关的参数来描述。双变量  $W-M$  函数结合分形理论可以用于描述粗糙轮廓<sup>[13-14]</sup>,其极坐标方程为

$$Z(\rho, \theta) = \left( \frac{\ln \gamma}{M} \right)^{1/2} \cdot \sum_{m=1}^M A_m \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (k \cdot \gamma^n)^{(D-3)} \cdot$$

$\{ \cos f_{m,n} - \cos [k \cdot \gamma^n \cdot \rho \cdot \cos(\theta - \alpha_m) + f_{m,n}] \}$  (1)  
式中: $Z(\rho, \theta)$  表示粗糙表面随机轮廓的高度; $\rho$  为极径,

**基金项目:**国家自然科学基金项目(51275225);甘肃省自然科学基金项目(B061709)

**第一作者简介:**梁瑞(1968—)男,甘肃兰州人,教授,硕士,从事密封表面微观形貌研究。

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\theta$  为极角,  $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ ;  $D$  为三维粗糙表面分形维数 ( $2 < D < 3$ ),  $D$  的物理意义是粗糙表面轮廓所占空间的大小,  $D$  值越大说明轮廓越密集;  $\gamma$  是确定频率密度的参数;  $M$  为表面轮廓微凸体重叠数目, 二维表面的  $M$  值为 1;  $\alpha_m$  为偏移角,  $\alpha_m = \pi m / M$ ;  $k$  是与样本大小有关的波数,  $k = 2\pi / L$ ,  $L$  为取样长度;  $n$  表示频率指数, 也表示微凸体的等级;  $A_m$  为决定表面几何形状各向异性大小的参数。假设粗糙表面的形状为各向同性的, 则  $A_m = 2\pi (2\pi / G)^{(2-G)}$ , 其中  $G$  为与频率无关的缩放参数, 称为分形粗糙度。如果把式(1)转化为直角坐标下的方程, 则有

$$Z(x, y) = L \cdot \left(\frac{G}{L}\right)^{(D-2)} \cdot (\ln \gamma)^{1/2} \cdot (M)^{-1/2} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^{n_{\max}} (\gamma)^{n(D-3)} \cdot \left\{ \cos \phi_{m,n} - \cos \left[ \frac{2\pi}{L} \cdot \gamma^n \cdot (x^2 + y^2)^{1/2} \cdot \cos \left( \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{\pi m}{M} \right) + \phi_{m,n} \right] \right\} \quad (2)$$

式中:  $Z(x, y)$  表示粗糙表面随机轮廓的高度;  $n_{\max} = \text{int} \left[ \frac{\ln(L/L_s)}{\ln \gamma} \right]$ ,  $L_s$  为截止长度;  $\phi_{m,n}$  为在  $(0, 2\pi)$  范围内均匀分布的随机相位。

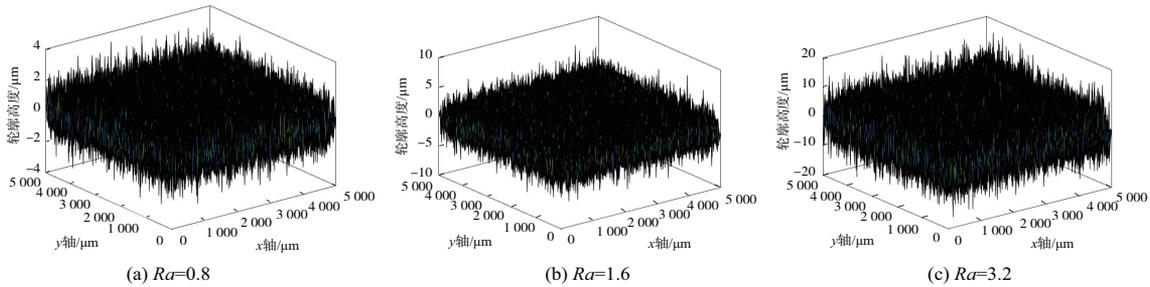


图 1 三维轮廓高度分布图

粗糙度除了用  $Ra$  表示外, 有时还会用  $Rz$  来表示。  $Rz$  是指在取样长度内 5 个最大轮廓峰高的平均值和 5 个最大轮廓谷深的平均值之和, 称作十点平均粗糙度。在国内  $Rz$  与  $Ra$  的关系通过试验得出一个经验公式<sup>[16]</sup>:  $Rz = 4.5 Ra^{0.971}$ 。通过  $D$  与  $Ra$ ,  $Rz$  与  $Ra$  以及二维分形维数  $D_s$  与  $D$  之间的关系, 最后得到了如表 1 所示  $Ra$ 、 $D_s$ 、 $D$  和  $Rz$  之间的对照关系。

表 1  $Ra$ 、 $D_s$ 、 $D$  和  $Rz$  对照表

$Ra$	$D_s$	$D$	$Rz$
0.8	1.54	2.54	3.6
1.6	1.50	2.50	7.1
3.2	1.46	2.46	13.9

从图 1 中得到, 当  $Ra$  为 0.8、1.6、3.2 时, 轮廓高度的范围分别不超过 4、8、16, 这与表 1 中  $Rz$  得出的经验数值很接近, 说明仿真结果能够反映实际磨削下的轮廓高度大小的范围。下面将进一步研究磨削表面轮廓高度分布的规律以及仿真结果是否能够反映实验结果。

## 1.2 三维轮廓高度仿真

把分形参数与实际粗糙表面的表面粗糙度结合起来具有重要的现实意义。索双富等<sup>[15]</sup>用实验的方法研究了分形维数  $D$  和轮廓算术平均偏差表面粗糙度  $Ra$  之间的关系为

$$D = \frac{1.528}{Ra^{0.0419}} \quad (3)$$

联立式(2)和式(3)得到  $Ra$  与  $Z(x, y)$  之间的关系如下:

$$Z(x, y) = L \cdot \left(\frac{G}{L}\right)^{\left(\frac{1.528}{Ra^{0.0419}} - 2\right)} \cdot (\ln \gamma)^{1/2} \cdot M^{-1/2} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^{n_{\max}} \gamma^n \left(\frac{1.528}{Ra^{0.0419}} - 3\right) \cdot \left\{ \cos \phi_{m,n} - \cos \left[ \frac{2\pi}{L} \cdot \gamma^n \cdot (x^2 + y^2)^{1/2} \cdot \cos \left( \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{\pi m}{M} \right) + \phi_{m,n} \right] \right\} \quad (4)$$

为了得到随机相位下不同表面粗糙度的表面轮廓示意图, 现取样本长度  $L = 5 \text{ mm}$ ; 截止长度  $L_s = 1 \text{ nm}$ ; 随机相位  $\phi_{m,n}$  不同, 得到的表面轮廓的示意图也略有差别。  $\phi_{m,n}$  可以用 Matlab 中随机函数  $\text{rand}()$  与  $2\pi$  的乘积来实现, 于是得到图 1 所示在磨削情况下不同表面粗糙度的三维轮廓高度的分布图, 其中  $x$  轴与  $y$  轴表示采样长度。

## 2 磨削表面形貌分布规律

为了使研究结果更具有说服力, 先通过分析磨削表面轮廓实验数据得出结果, 再通过分析双变量  $W-M$  函数, 从仿真数据中提取轮廓高度数据进行分析, 最后把两者进行比较得出结论。

### 2.1 实验结果分析

从前面已经知道, 粗糙表面的轮廓高度分布规律呈现高斯分布和非高斯分布两种。高斯分布又名正态分布, 于 1733 年由德国数学家 Moivre 首次提出, 其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5)$$

式中:  $f(x)$  为概率密度函数;  $\sigma$  为标准差;  $\mu$  为均值。

为了研究磨削粗糙平面的形貌分布规律, 将文献[17]中有关磨削实验的  $Ra$  为 0.8、1.6、3.2 的 3 种试样的实验数据进行 Matlab 软件处理, 根据 GB/T131—2006 中对  $Ra$  及基准线的规定找到一条基准线, 分析得到 3 种不同表面粗糙度的试样磨削表面轮廓高度分布, 它们都呈高斯分布的规律, 如图 2 所示。

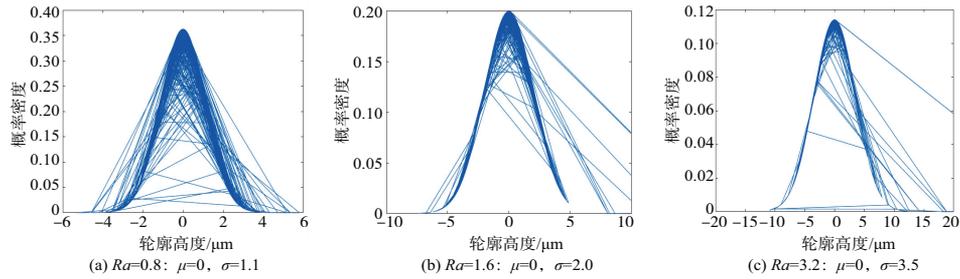


图2 实验轮廓高度分布

图2表明,3种表面粗糙度下高斯曲线的均值 $\mu$ 均为0,说明在数据分析过程中对基准线确定是正确的。当 $Ra=0.8$ 时, $\sigma=1.1$ ,根据正态分布的定义,此时磨削表面的形貌高度分布规律呈标准正态分布;当 $Ra$ 依次取0.8、1.6、3.2时, $\sigma$ 的值分别为1.1、2.0、3.5,这表明随着 $Ra$ 增大磨削表面轮廓高度分布趋于分散。根据表1可知随着 $Ra$ 增大,分形维数在不断减小,表面形貌趋于简单。

## 2.2 W-M 函数分析

在双变量 $W-M$ 函数中,粗糙表面服从高斯分布时, $\gamma$ 取1.5,且 $\gamma$ 与 $D$ 之间不存在数学关系,主要是基于表面

$$Z(x,y) = 0.636 \cdot 8L \cdot \left(\frac{G}{L}\right)^{\left(\frac{1.528}{Ra^{0.0419}}\right)^{-2}} \cdot M^{-1/2} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^{38} 1.5^n \left(\frac{1.528}{Ra^{0.0419}}\right)^{-3} \cdot \left\{ \cos f_{m,n} - \cos \left[ \frac{2\pi}{L} \cdot 1.5^n \cdot (x^2 + y^2)^{1/2} \cdot \cos \left( \arctan \left( \frac{y}{x} \right) - \frac{\pi m}{M} \right) + f_{m,n} \right] \right\} \quad (6)$$

公式(6)即为服从高斯分布下的 $W-M$ 函数,用来描述磨削表面形貌高度分布规律。当表面粗糙度 $Ra$ 取0.8、1.6、3.2时,运用公式(6)对磨削表面轮廓高度进行模拟仿

真,获得不同表面粗糙度下轮廓高度的模拟仿真数据。对数据进行分析研究,得到如图3所示的磨削表面形貌高度分布图。

通过式子 $n_{\max} = \text{int} \left[ \frac{\ln(L/L_s)}{\ln \gamma} \right]$ 可知,不同的样本长度和截止长度得到的 $n_{\max}$ 的值是不同的。当取样本长度 $L=5 \text{ mm}$ ,截止长度 $L_s=1 \text{ nm}$ 时,表面轮廓高度呈高斯分布的 $n_{\max}$ 值为38。

随机相位 $\phi_{m,n}$ 可用正态分布随机函数 $\text{randn}()$ 与 $2\pi$ 的乘积来表示。此时公式(4)简化为

真,获得不同表面粗糙度下轮廓高度的模拟仿真数据。对数据进行分析研究,得到如图3所示的磨削表面形貌高度分布图。

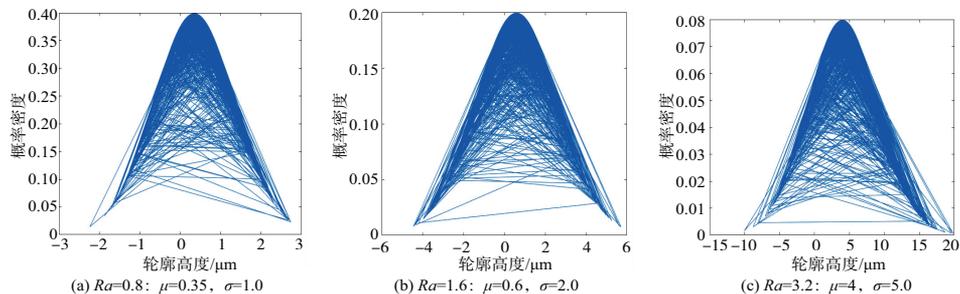


图3 仿真粗糙表面分布规律

## 2.3 两种分析比较

从图3中明显看到,根据 $W-M$ 结果也呈高斯分布,与实验数据分析得到的结果是一致的。随着 $Ra$ 的增大,标准差也在依次增大,说明磨削表面轮廓高度分布随 $Ra$ 的增大越来越分散。这与分析磨削实验数据得出的结论完全一致,故今后可以运用以上仿真的方法预测任意表面粗糙度下磨削表面的轮廓高度分布情况,对密封表面的加工具有一定的指导意义。

## 3 结语

综上所述,根据仿真模拟得到的不同表面粗糙度下轮

廓高度的大小范围和分布规律与实验数据分析得到的结论是一致的。具体有以下结论:

- 1) 磨削粗糙表面形貌呈高斯分布;
- 2) 随着表面粗糙度 $Ra$ 的增大,分形粗糙度 $G$ 逐渐增大,分形维数 $D$ 逐渐减小,表面轮廓微凸体重叠数目 $M$ 呈递减趋势,但是变化幅度不大;
- 3)  $Ra$ 越大,标准差越大,表面形貌轮廓高度分布越分散。

参考文献:

- [1] MALBURG M C, RAJA J, WHITEHOUSE D J. Characterization of surface texture generated by plateau honing process[J]. CIRP Annals, 1993, 42(1): 637-639.

- [2] 陆凤霞,王涛,朱如鹏. 基于高斯粗糙表面的角接触球轴承微弹流润滑研究[J]. 机械设计与制造,2019,48(6):118-122.
- [3] PLOURABOUÉ F,BOEHM M. Multi-scale roughness transfer in cold metal rolling[J]. Tribology International,1999,32(1):45-57.
- [4] MA B,TIEU A K,LU C, et al. An experimental investigation of steel surface characteristic transfer by cold rolling[J]. Journal of Materials Processing Technology,2002,125/126:657-663.
- [5] ZOU M Q,YU B M,FENG Y J, et al. A Monte Carlo method for simulating fractal surfaces[J]. Physica A:Statistical Mechanics and Its Applications,2007,386(1):176-186.
- [6] WHITEHOUSE D J. The generation of two dimensional random surfaces having a specified function[J]. CIRP Annals,1983,32(1):495-498.
- [7] ZAHOUANI H,VARGIOLU R, LOUBET J L. Fractal models of surface topography and contact mechanics[J]. Mathematical and Computer Modelling,1998,28(4/5/6/7/8):517-534.
- [8] PATRIKAR R M. Modeling and simulation of surface roughness[J]. Applied Surface Science,2004,228(1/2/3/4):213-220.
- [9] WU J J. Simulation of non-Gaussian surfaces with FFT[J]. Tribology International,2004,37(4):339-346.
- [10] MANDELBROT B B. Fractals in physics: squig clusters, diffusions, fractal measures, and the unicuity of fractal dimensionality [J]. Journal of Statistical Physics, 1984, 34(5/6):895-930.
- [11] 原园,成雨,张静. 基于分形的三维粗糙表面弹塑性接触力学模型与试验验证[J]. 工程力学,2018,35(6):209-221.
- [12] 史建成,刘检华,丁晓宇,等. 基于确定性模型金属表面多尺度接触行为研究[J]. 机械工程学报,2017,53(3):111-120.
- [13] YAN W,KOMVOPOULOS K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces[J]. Journal of Applied Physics,1998,84(7):3617-3624.
- [14] LIOU J L, LIN J F. A modified fractal microcontact model developed for asperity heights with variable morphology parameters[J]. Wear,2010,268(1/2):133-144.
- [15] 索双富,葛世荣. 磨削加工表面形貌的分形研究[J]. 中国机械工程,1996,7(1):41-42.
- [16] GB/T 131—2006 产品几何技术规范(GPS) 技术产品文件中表面结构的表示法[S]. 北京:中国标准出版社,2007.
- [17] 王润琼,朱立达,朱春霞. 基于域扩展因子和微凸体相互作用的结合面接触刚度模型研究[J]. 机械工程学报,2018,54(19):88-95.

收稿日期:2021-05-27

(上接第109页)

采用将 EDA 工具并入演化环的方法设计 2 位乘法器,产生每条染色体时均需调用 EDA 工具从顶层电路开始进行重新设计。反复的调用操作将会使演化时间大大

拉长。采用该方法与本文方法设计 2 位乘法器时,时间消耗对比如表 1 所示。由表 1 可见,使用 EDA 设计方法产生一个电路个体的配置位流需要 17 s,而本文方法仅需 0.1 s,比 EDA 工具法速度提高了将近 170 倍。

表 1 EDA 设计方法与本文设计方法消耗时间对比

单位:s

方法	单个电路配置时间			演化一代所需时间	整体操作所需时间
	代码综合时间	布局布线时间	位流生成时间		
EDA 设计方法	11	0.53	17	5 726	5 726
本文设计方法		0.1		20.0	383.0

## 4 结语

本文采用基于位流在线生成的 DPR 方法设计了演化系统,给出了演化嵌入式系统的总体结构,通过演化 2 位乘法器验证本方法的有效性。本文所提出方法在演化粒度上达到了 FPGA 板级可操作资源的最小级别 LUT 级,通过操作位流的方式实现对逻辑功能和布线资源的在线编程。实验结果表明:本文方法具有更低的资源代价和更高的演化速度。

### 参考文献:

- [1] 朱萍. 基于快速混合重构的自适应数字系统设计与验证[D]. 南京:南京航空航天大学,2018.
- [2] PEZZAROSSA L,SCHOEBERL M, SPARSØ J. A controller for dynamic partial reconfiguration in FPGA-based real-time systems[C]//2017 IEEE 20th International Symposium on Real-Time Distributed Computing (ISORC). Toronto: IEEE, 2017:92-100.
- [3] SINGH S,JAMES-ROXBY P. Lava and JBits: from HDL to bitstream in seconds[C]//The 9th Annual IEEE Symposium on Field-Programmable Custom Computing Machines (FCCM'01). California:IEEE,2001:91-100.
- [4] LEVI D,GUCCIONE S A. GeneticFPGA: evolving stable circuits on mainstream FPGA devices[C]//Proceedings of the First NASA/DoD Workshop on Evolvable Hardware. California:IEEE, 1999:12-17.
- [5] GLETTE K,KAUFMANN P. Lookup table partial reconfiguration for an evolvable hardware classifier system[C]//2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Beijing: IEEE, 2014:1706-1713.
- [6] ZHANG K F,LU H Z,HU W D, et al. A LUT manipulation based intrinsic evolvable system[J]. IEICE Electronics Express,2014,11(4):1-7.
- [7] DANG PHAM K,HORTA E,KOCH D. BITMAN:a tool and API for FPGA bitstream manipulations[C]//Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE). Lausanne: IEEE,2017:894-897.
- [8] BOZZOLI L, STERPONE L. Self rerouting of dynamically reconfigurable SRAM-based FPGAs[C]//2017 NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems (AHS). California:IEEE,2017:77-84.

收稿日期:2021-04-26