

# 基于 QSTFT 的同步压缩变换及在轴承故障诊断中的应用

叶杰凯,汤小明,林青云,梁登,吴华盛

(丽水市特种设备检测院,浙江 丽水 323000)

**摘 要:**高阶同步压缩变换以同步压缩变换为基础,能够有效地估计纯调制信号的瞬时频率,提升时频面的能量集中水平。但由于受到窗口固定的限制,其难以对频率快速变化的多分量信号获得清晰的时频表示。为此,引入缝式短时傅里叶变换,其能够根据信号的特点,在特定区域自适应地选择最佳的窗口,克服了窗口时宽不变的缺陷。在此基础上,结合高阶同步压缩变换,提出一种基于缝式短时傅里叶变换的自适应高阶同步压缩变换算法,进一步提升对复杂信号时频特征的提取能力。通过对仿真信号和轴承外圈故障信号进行分析,验证了该算法的有效性。

**关键词:**高阶同步压缩变换;自适应分析;缝式短时傅里叶变换;机械故障诊断

**中图分类号:**TH165+.3    **文献标志码:**A    **文章编号:**1671-5276(2022)06-0119-04

## Synchrosqueezing Transform Based on QSTFT and Its Application in Mechanical Fault Diagnosis

YE Jiekai, TANG Xiaoming, LIN Qingyun, LIANG Deng, WU Huasheng

(Lishui Special Equipment Inspection Institute, Lishui 323000, China)

**Abstract:** Despite the fact that high-order synchrosqueezing transform (HSST) based on synchrosqueezing transform can effectively estimate the instantaneous frequency of the pure modulated signal and improve the energy concentration level in the time-frequency plane, it is difficult to obtain a clear time-frequency representation for multi-component signals with rapidly changing frequencies due to the limitation of fixed window. A quilted short-time Fourier transform, therefore, is introduced, which can adaptively select the best window in specific area according to the signal features and overcome the defect of constant window width. On account of this and by combination with HSST, an adaptive high-order synchrosqueezing transform based on a quilted short-time Fourier transform method is proposed to further improve the ability to extract time-frequency features of complex signals. The validity of the algorithm is verified by analyzing the simulation signal and the fault signal of bearing outer ring.

**Keywords:** high-order synchrosqueezing transform; adaptive analysis; quilted short-time Fourier transform; mechanical fault diagnosis

## 0 引言

信号处理是一种利用数学算子从信号中提取特征信息的反向处理方法。传统的傅里叶方法只能处理平稳信号,并且是基于全局的频谱分析,对于频率随时间变化的非平稳信号往往无能为力。而时频分析方法能够有效地揭示时变性特征,已被广泛应用于从非平稳信号中提取特征信息<sup>[1-2]</sup>。

传统的时频分析方法有连续小波变换(CWT)和短时傅里叶变换(STFT),常被用来描述信号在时频平面上的特性<sup>[3]</sup>。然而,它们都有同样的局限性,就是所谓的“不确定性原理”,即不能在时间和频率上任意精确地定位一个信号,也就是常说的时频模糊问题。这种局限性导致后续的瞬时频率提取和信号重构等方面会存在不足,难以较为清晰地提取出故障信号及其分量。因此,针对时频平面

去模糊化的研究一直都是一个热门方向,时频重排和同步压缩变换(synchrosqueezing transform, SST)就是其中一个较好的思路。

自从 DAUBECGES I 等<sup>[4]</sup>提出了同步压缩变换来揭示非平稳信号复杂的时频特性,在医学、地球物理学和音频等多个领域对其都有所应用。SST 是一种特殊的重分配算法,它对应于一种提高时频分辨率的非线性算子。在 SST 中,时频系数仅在频率轴上重新分配,使其既能够简化分配过程又能与原始参量保持联系<sup>[5-6]</sup>。然而, SST 只能使瞬时频率“慢变”信号的时频表示锐化,并且当处理强时变信号如非线性调频信号时, SST 不能产生集中的时频表达。这是因为 SST 中的频率重分配算子不能为强时变情况提供准确的无偏估计。为此, PHAM D H 等<sup>[7]</sup>提出了高阶同步压缩变换方法(high-order synchrosqueezing transform, HSST)。在高阶振幅和相位近似的基础上定义了新的同步压缩算子,并对快速变化的瞬时频率(IF)信

**基金项目:**浙江省市场监督管理局科研计划项目(20190134)

**第一作者简介:**叶杰凯(1980—),男,浙江丽水人,高级工程师,本科,主要从事特种设备检测工作。

号产生高度集中的时频表达。但是,HSST 是以传统短时傅里叶变换 STFT 为基础,在时频变换窗宽上无法做到自适应选择。同时,BERRIAN A 等<sup>[8]</sup>提出了基于缝式短时傅里叶变换(quilted STFT, QSTFT)的同步压缩变换方法,即 SST-QSTFT。该方法对复杂多组分信号的瞬时频率无法做到准确估计,再加上对噪声极为敏感,因此在强背景噪声下,很难获得清晰的时频表示<sup>[9-10]</sup>。但是,QSTFT 重新定义了一组随时频变化的自适应窗口函数集合,具有明显的自适应特性,其可以使用最合适的窗函数来适应不同的时变信号,自动匹配信号的局部变化,以此来提高 STFT 的时频分辨率。

综上,本文引入基于缝式短时傅里叶变换 QSTFT 的自适应窗口计算方法,并将该方法应用到 HSST 中,提出一种基于缝式短时傅里叶变换的自适应高阶同步压缩变换(adaptive high-order synchrosqueezing transform based on a quilted short-time fourier transform, AHSST-QSTFT)。

## 1 理论描述

### 1.1 基于 QSTFT 的同步压缩变换

定义一个调幅调频(AM-FM)信号,令其表达式为

$$s(t) = A(t)e^{i\varphi(t)} \quad (1)$$

式中  $A(t)$  和  $\varphi(t)$  分别是其瞬时幅值和瞬时相位。

继而信号的 STFT 变换可以写成下面的形式:

$$V_f^\omega(t, \eta) = \int s(\tau) g^*(\tau - t) e^{-2\pi i \eta(\tau - t)} d\tau \quad (2)$$

式中:  $g(t)$  是窗函数;  $g^*(t)$  是  $g(t)$  的复共轭。

那么, SST-STFT 可以用下面的公式表示:

$$T_s(t, \omega) = \frac{1}{g^*(0)} \int_{|\eta, |V_f^\omega(t, \eta)| > \gamma}^{(t, \eta) \rightarrow (t, \omega)} V_f^\omega(t, \eta) \delta(\omega - \hat{\omega}_f(t, \eta)) d\eta \quad (3)$$

式中:  $\gamma \geq 0$ , 是个取值很小阈值,用以限制  $|V_f^\omega(t, \eta)|$ , 防止  $V_f^\omega(t, \eta) = 0$  时导致的误差过大;  $\delta$  为冲激函数,同时,其瞬时频率估计为

$$\hat{\omega}_f(t, \eta) = R\{\omega_f(t, \eta)\} = R\left\{\frac{\partial_t V_f^\omega(t, \eta)}{2\pi i V_f^\omega(t, \eta)}\right\} \quad (4)$$

将时频面任意一个局部区域定义为  $\Omega \subseteq R^2$ , 且该区域对应一个缝窗口函数集合  $h^\Omega$ 。令  $h_{t, \omega} = h^\Omega$ , 对其中每一个  $(t, \omega) \in \Omega$ 。则函数集合  $h$  的表达式为

$$h(\tau, t, \omega) = h_{t, \omega}(\tau) \quad (5)$$

式中  $t, \tau \in R$  且  $\omega \in R^+$ 。

对信号  $s(t)$ , 本文研究的 QSTFT 的表达式为

$$QV_f^h(t, \eta) = \int_R s(\tau) h_{t, \eta}^*(\tau - t) e^{-2\pi i \eta(\tau - t)} d\tau \quad (6)$$

式中  $h_{t, \eta}^*(\tau)$  是  $h_{t, \eta}(\tau)$  的复共轭。

因此,由式(3)和式(6)可得 SST-QSTFT 表达式为

$$Q_{Ts}(t, \omega) = \int_{|\eta, |V_f^h(t, \eta)| > \gamma}^{(t, \eta) \rightarrow (t, \omega)} QV_f^h(t, \eta) \delta(\omega - \hat{\omega}_f(t, \eta)) d\eta \quad (7)$$

式中  $\hat{\omega}_f(t, \eta) = \frac{\partial_t QV_f^h(t, \eta)}{2\pi i QV_f^h(t, \eta)}$ 。

### 1.2 高阶同步压缩变换

SST 采用零阶估计来对信号的频率进行估计,仅在处理慢时变的中频信号时效果较好。而高阶 SST 方法则是基于信号振幅和相位的高阶 Taylor 展开,对信号的 IF 进行更加精确的估计,以此来提高在特征频率上面的能量,达到去模糊化的目的。

AM-FM 信号的 Taylor 展开式如下:

$$s(t) = \exp\left\{\sum_{k=0}^N \frac{[\log(A)]^{(k)} + i\varphi^{(k)}(t)}{k!} (t - \tau)^k\right\} \quad (8)$$

式中  $\varphi^{(k)}(t)$  表示  $\varphi(t)$  的第  $k$  阶导数。

那么,式(2)可以改写成如下形式:

$$V_f^\omega(t, \eta) = \int S \tau^k g^*(\tau) e^{-i\eta\tau} d\tau \quad (9)$$

式中  $S = \exp\left(\sum_{k=0}^N \frac{[\log(A)]^{(k)} + i\varphi^{(k)}(t)}{k!}\right)$ 。

同样,用  $V_f^\omega(t, \eta)$  来估计瞬时频率:

$$\omega_f^{[N]}(t, \eta) = \frac{\partial_t V_f^\omega(t, \eta)}{i V_f^\omega(t, \eta)} - \sum_{k=2}^N \frac{[\log(A)]^{(k)} + i\varphi^{(k)}(t)}{i(k-1)!} \cdot \frac{V_f^{k-1g}(t, \eta)}{V_f^\omega(t, \eta)} \quad (10)$$

式中  $V_f^{k-1g}(t, \eta)$  是在窗函数为  $t^{k-1}g(t)$  的 STFT 变换系数。

借鉴 SST 的思想,仍然对复数  $\omega_f^{[N]}(t, \eta)$  取其实部作为信号的瞬时频率,则有

$$\hat{\omega}_f^{[N]}(t, \eta) = R\{\omega_f^{[N]}(t, \eta)\} \quad (11)$$

此时,HSST 的表达式可以写成

$$H_{Ts}(t, \omega) = \frac{1}{g^*(0)} \cdot \int_{|\eta, |V_f^\omega(t, \eta)| > \gamma}^{(t, \eta) \rightarrow (t, \omega)} V_f^\omega(t, \eta) \delta(\omega - \hat{\omega}_f^{[N]}(t, \eta)) d\eta \quad (12)$$

### 1.3 基于 QSTFT 的自适应高阶同步压缩变换

由式(5)和式(10)可得基于 QSTFT 的自适应高阶瞬时频率估计  $\omega_f^{[N]}(t, \eta)$ , 其表达式为

$$\omega_f^{[N]}(t, \eta) = \frac{\partial_t QV_f^h(t, \eta)}{2\pi i QV_f^h(t, \eta)} - \sum_{k=2}^N \frac{[\log(A)]^{(k)} + i\varphi^{(k)}(t)}{i(k-1)!} \cdot \frac{QV_f^{k-1h}(t, \eta)}{QV_f^h(t, \eta)} \quad (13)$$

最后,根据式(7)、式(11)和式(13)可知, AHSST-QSTFT 的表达式为

$$Q_{HTs}(t, \omega) = \int_{|\eta, |V_f^h(t, \eta)| > \gamma}^{(t, \eta) \rightarrow (t, \omega)} QV_f^h(t, \eta) \delta(\omega - \hat{\omega}_f^{[N]}(t, \eta)) d\eta \quad (14)$$

因此,本文提出的基于 QSTFT 的自适应高阶同步压缩变换算法 AHSST-QSTFT 的具体实现步骤如下:

- 1) 定义缝窗口函数,对 STFT 的窗函数进行改进,得到自适应窗函数集合;
- 2) 根据改进的 QSTFT,得到新的瞬时频率估计  $\hat{\omega}_f(t, \eta)$ , 并重新定义同步压缩变换,得到 SST-QSTFT;
- 3) 按照式(14)的方法重置高阶瞬时频率估计,从而获

得改进的自适应高阶时频表达  $Q_{\text{HTS}}(t, \omega)$ , 并画出时频图。

## 2 仿真分析

为了验证该方法的可行性, 构造两个具有 AM-FM 性质的分量信号:

$$\begin{cases} x_1(t) = (0.5 + 0.2t^2) \sin[2\pi(1100t + 15\sin 16t)] \\ x_2(t) = (0.9 + 0.5t^2) \sin[2\pi(400t + 9.6\sin 30t)] \end{cases} \quad (15)$$

其中: 信号的采样频率设为 4 096 Hz; 信号长度为 4 096; 信号的理想瞬时频率曲线如图 1 所示 (本刊为黑白印刷, 如有疑问请咨询作者)。为了更加贴近实际情况, 使模拟信号更有代表性, 将两个信号进行了叠加, 并且添加了  $S_{\text{NR}} = -2$  的高斯白噪声 (信噪比公式  $S_{\text{NR}} = 10\lg(P_s/P_n)$ ), 得到信号  $x(t)$  的时域波形如图 2 所示, 频域波形如图 3 所示。由 FFT 计算的结果可以看出, 在噪声干扰较大的情况下, 无法从频谱图中区分和辨识时变的信号特征。

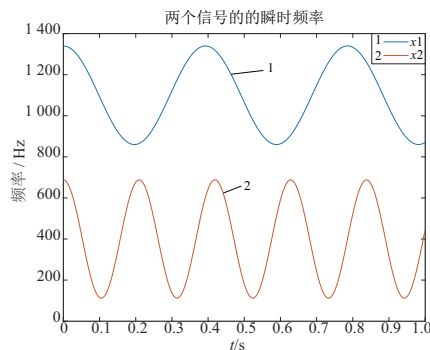


图 1 信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的频率曲线

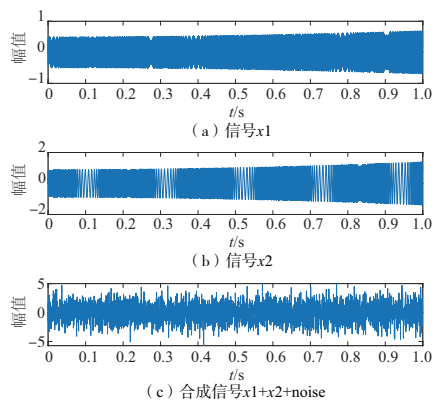


图 2 信号  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  和  $x(t)$  的时域波形图

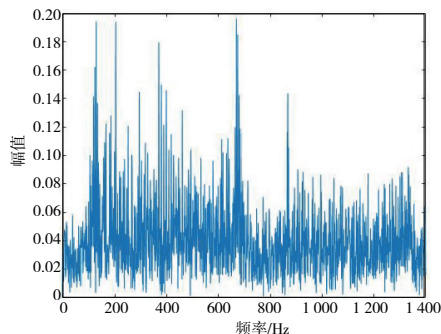


图 3 信号  $x(t)$  的频域波形图

因此, 为了说明本文所提出算法的优势, 分别画出了仿真信号的 4 阶 HSST 和 AHSST-QSTFT 的时频图, 并且采用相同的脊曲线提取算法对分量进行了提取, 结果见图 4。其中虚线为真实的瞬时频率, 实线为提取的脊线。

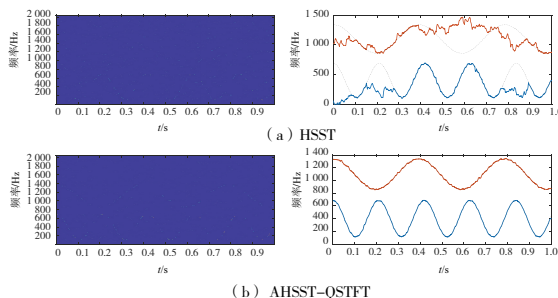


图 4 时频表示及其脊线提取结果

通过两组时频图的对比, 可以得出 AHSST-QSTFT 方法能够获得更好的时频表达效果, 并且提取到的瞬时频率更加接近于真实情况。

## 3 实验分析

故障诊断对于机械设备的预知维修具有重要意义。根据 RANDALL R B 等提出的滚动轴承模型<sup>[11]</sup>, 为了进一步验证基于 AHSST-QSTFT 方法在机械设备故障诊断中的有效性, 本文设计了如下实验。

图 5 为试验装置的故障模拟器。设备由 550 W 的交流电机驱动。故障轴承安装在最右侧的皮带轮上, 利用电火花加工在目标轴承加工 4 个点蚀坑, 坑的深度为 0.8 mm, 并尽可能靠近支撑轴承的机壳上方垂直固定振动加速度传感器, 用以进行数据采集, 传感器位置如图中箭头所示。实验采用 B&K3560C 数据采集分析仪进行数据采集, 采样频率为 16 384 Hz, 转速 1 450 r/min; 滚动体个数  $Z=9$ , 试验中的滚动轴承型号为 6207, 压力角为  $\alpha=0^\circ$ , 故障类型为轴承外圈故障, 可以根据下面的计算得到故障频率:

$$\begin{cases} f_r = \frac{1450}{60} = 24.17 \\ f_o = 0.4 \times Z \times f_r = 87.01 \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $f_r$  为转频, Hz;  $f_o$  为轴承外圈故障特征频率, Hz。

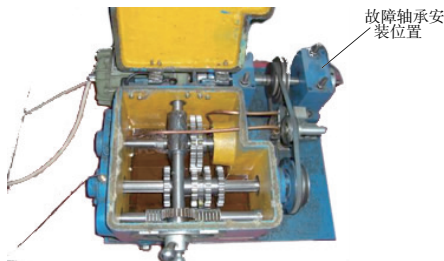


图 5 轴承故障模拟实验台

选择 8 192 个采样数据分析, 实际测得的轴承振动信号如图 6 所示, 在时域波形上能够明显看出瞬态冲击故障。图 7 是该信号的频谱分析, 可以观察到峰值区域主要

集中在 1 000 Hz、4 000 Hz 附近。这是因为轴承发生故障时,当转子经过缺陷位置时,相当于是轴承上加上了一个冲击力所激发出来的信号,反映的是该系统的固有频率。

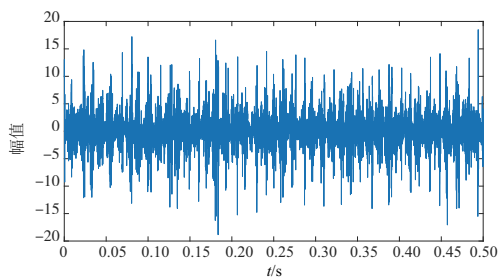


图 6 实测信号的时域波形

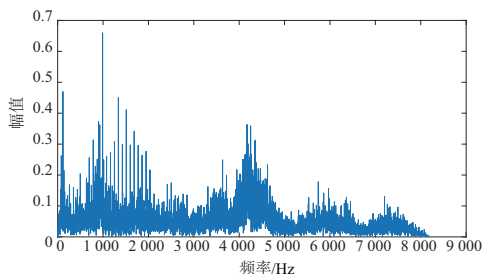
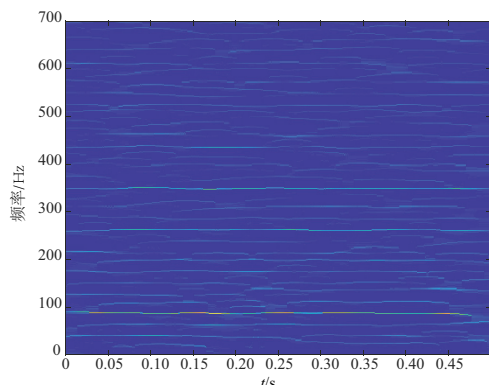


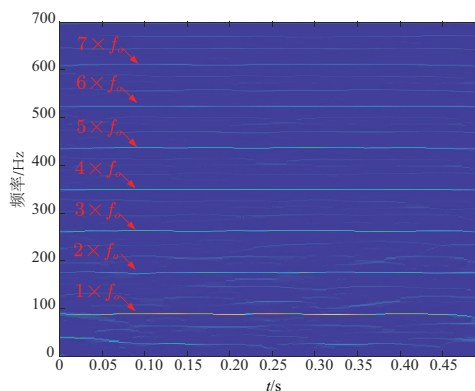
图 7 实测信号的频谱图

考虑到实际信号的能量都集中在共振区间,不利于最终故障的识别。因此在本文中首先对实际信号进行希尔伯特变换,得到对应的包络信号,然后再采用 AHSST-QSTFT 方法对信号进行时频分析。

图 8(a)和图 8(b)分别是在相同的参数设置下采用 HSST 和 AHSST-QSTFT 方法得到的时频表示。考虑到轴承外圈的故障频率为 87.01 Hz,一般地,如果能够找到故障特征频率对应的多个倍频就能够确定故障。图 8(a)虽然能够较为模糊地看到某些对应的特征频率,但受到背景噪声的影响,它们在时频平面上表示得并不是很突出。图 8(b)为采用提出的 AHSST-QSTFT 方法得到的时频表示,相比于图 8(a),在图中可以清晰地看到故障特征频率  $f_0$  (87.01 Hz 附近) 及其 2 倍频 (174 Hz 附近)、3 倍频 (262 Hz 附近)、4 倍频 (349 Hz 附近)、5 倍频 (436 Hz 附近)、6 倍频 (523 Hz 附近)、7 倍频 (610 Hz 附近) 瞬时频率曲线,并且它们基本上凸显在时频平面上,因此,可以准确地判断故障类型为轴承外圈故障。



(a) HSST方法



(b) AHSST-QSTFT方法

图 8 不同方法得到的时频表示

实验结果表明, AHSST-QSTFT 方法相较 HSST 具有更好的抗噪声干扰能力,其最大程度地凸显了故障特征信息,增强了时频平面故障特征的辨识度。

## 4 结语

本文提出了一种基于 QSTFT 的自适应高阶同步压缩变换算法,充分利用了 QSTFT 的窗口自适应性和 HSST 的时频压缩特性。该方法提高了经典 STFT 框架下振动信号的窗口选择适应性,使重排后频率估计最大程度地接近信号的真实瞬时频率,提高了时频平面的清晰度,进一步增强了 HSST 方法在处理时变信号时的分辨能力。同时,数值仿真和轴承外圈故障实验表明,本文提出的方法能够有效降低噪声的干扰,并且在提取更为准确的故障特征信息方面更具优势。

### 参考文献:

- [1] 李继猛,黄梦君,谢平,等. 同步压缩-交叉小波变换及滚动轴承故障特征增强[J]. 计量学报,2018,39(2):237-241.
- [2] 刘义亚,李可,陈鹏. 基于同步压缩小波变换的滚动轴承故障诊断[J]. 中国机械工程,2018,29(5):585-590.
- [3] 陈小旺,冯志鹏,LIANG M. 基于迭代广义同步压缩变换的时变工况行星齿轮箱故障诊断[J]. 机械工程学报,2015,51(1):131-137.
- [4] DAUBECHIES I, LU J F, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2): 243-261.
- [5] 李卫星,陶建峰,覃程锦,等. 同步压缩小波与极限梯度提升树融合的柴油机失火故障诊断[J]. 西安交通大学学报, 2019,53(2):47-54,169.
- [6] 秦恒,宋维琪. 基于同步压缩变换微地震弱信号提取方法研究[J]. 石油物探,2016,55(1):60-66,90.
- [7] PHAM D H, MEIGNEN S. High-order synchrosqueezing transform for multicomponent signals analysis—with an application to gravitational-wave signal[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017,65(12):3168-3178.
- [8] BERRIAN A, SAITO N. Adaptive synchrosqueezing based on a quilted short-time Fourier transform[C]//Wavelets and Sparsity XVII. San Diego, USA: SPIE, 2017.

(下转第 131 页)

径1,2上由于受到孔边外形的约束,材料在下陷过程中易呈现堆积状态,从而造成整体呈受压的趋势。对比螺栓头端与螺母端的平面应力情况,螺母端垫圈的存在极大程度

上减弱了圆周路径3上的拉应力峰值,并改善了复材表面整体的应力水平,减缓了应力集中的趋势。

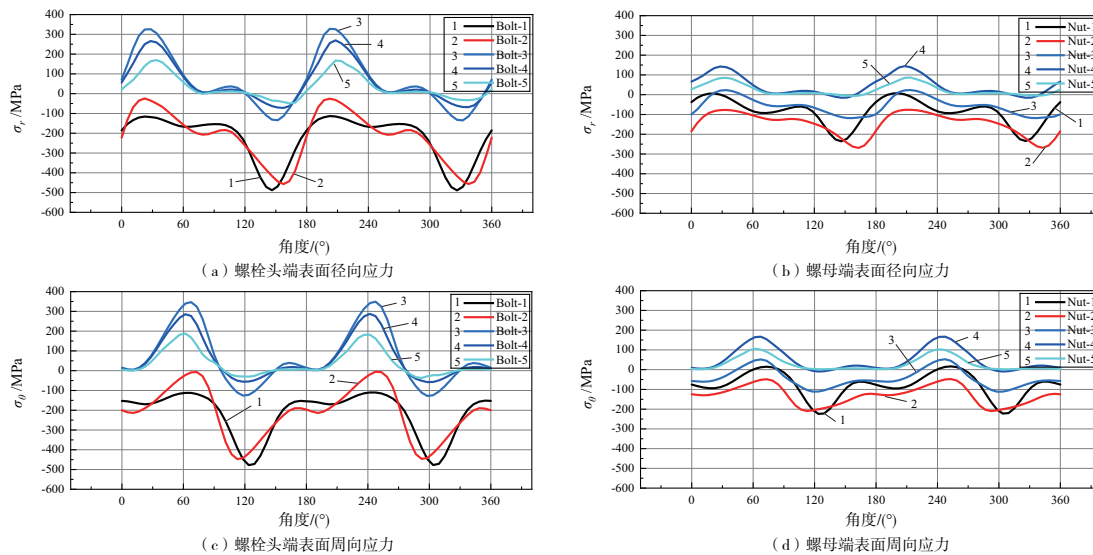


图7 复材板孔圆周路径上的径向与周向应力

#### 4 结语

1)从理论角度进行分析,说明拧紧转矩与摩擦系数是影响转矩法拧紧后预紧力大小的主要参数。将拧紧转矩与摩擦系数作为变量输入有限元模型中,以此模拟螺栓的拧紧过程,计算预紧力的大小。

2)精简了FUKUOKA T所提出的螺纹六面体网格划分方法,将有限元计算得到的预紧力与试验所获得的预紧力比较,该有限元模型的计算误差在4%以内。

3)分析了复合材料表面的应力分布情况,复材表面的应力分布情况较为复杂,从极坐标的角度看孔周平面的应力情况,可以将其看作由拉伸区域与压缩区域两块组成,可能诱发损伤的产生。此外,垫圈有改善复材表面应力集中的作用。

#### 参考文献:

- [1] BARAN I, CINAR K, ERSOY N, et al. A review on the mechanical modeling of composite manufacturing processes[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2017, 24(2):365-395.
- [2] CROCCOLO D, DE AGOSTINIS M, VINCENZI N. Failure analysis of bolted joints: effect of friction coefficients in torque-

preloading relationship[J]. Engineering Failure Analysis, 2011, 18(1):364-373.

- [3] 叶鑫,安鲁陵,岳烜德,等. 液体垫片对复材-铝单搭接接头拉伸性能的影响[J]. 机械制造与自动化, 2021, 50(1):21-24, 28.
- [4] YU Q M, ZHOU H L, WANG L B. Finite element analysis of relationship between tightening torque and initial load of bolted connections[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015, 7(5):168781401558847.
- [5] VDI 2230. Systematic calculation of bolted joints[S].
- [6] ISO 16047. Fasteners-torque/clamp force testing[S].
- [7] KHAN R M. Design of experiment[M]. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Ltd., 2013.
- [8] 张和平,闫毓卿,莫易敏. 锁紧螺母转矩设计与重复使用特性研究[J]. 机械设计与制造, 2018(S1):114-116, 120.
- [9] FUKUOKA T, NOMURA M, MORIMOTO Y. Proposition of helical thread modeling with accurate geometry and finite element analysis[J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series A, 2006, 72(723):1639-1645.
- [10] 侯世远. 螺纹联接松动机理研究[D]. 北京:北京理工大学, 2015.

收稿日期:2021-06-04

(上接第122页)

- [9] LIU W, CAO S Y, WANG Z M, et al. A novel approach for seismic time-frequency analysis based on high-order synchrosqueezing transform[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2018, 15(8):1159-1163.
- [10] YU G, WANG Z H, ZHAO P. Multisynchrosqueezing transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(7):5441-5455.

- [11] RANDALL R B, ANTONI J, CHOBSAARD S. The relationship between spectral correlation and envelope analysis in the diagnostics of bearing faults and other cyclostationary machine signals[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(5):945-962.

收稿日期:2021-07-01