

频域临界面法求解多轴损伤的研究

高峰,阳光武,肖守讷,肖绯雄

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室,四川 成都 610031)

摘要:目前求解多轴疲劳问题大都集中在时域分析中,对于轨道车辆及其设备采用该方法并不太适用。设计一种采用损伤累积法确定临界损伤平面的频域方法,给出通过概率密度函数计算空间中各平面损伤累积的具体流程。通过计算3个工况与时域瞬态分析、频域单轴线性累加的结果进行对比,验证该方法的有效性。

关键词:轨道车辆;多轴疲劳;频域分析方法;时域分析方法;等效应力功率谱;临界平面损伤累积法

中图分类号:U271 文献标志码:A 文章编号:1671-5276(2022)06-0012-04

Research on Solving Multiaxial Damage Based on Frequency Domain Critical Surface Method

GAO Feng, YANG Guangwu, XIAO Shoune, XIAO Feixiong

(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: As the present multi-axis fatigue solving is mostly concentrated in the time domain analysis, unsuitable for rail vehicles and their equipment, a frequency domain method adopting the damage accumulation method to determine the critical damage plane is designed, and the specific process of calculating the damage accumulation of each plane in the space by the probability density function is given. By calculating three operating conditions, the method is compared with the results of time-domain transient analysis and frequency-domain single-axis linear accumulation to verify the effectiveness of the method.

Keywords: rail vehicle; multiaxial fatigue; frequency domain analysis method; time domain analysis method; equivalent stress power spectrum; critical plane damage accumulation method

0 引言

在轨道交通领域,车辆在运行时,会受到各种由于轨道不平顺而产生的随机载荷谱的影响。随着我国铁路大提速,轨道车辆的运行环境越来越恶劣,轮轨之间的振动变得更加强烈,结构件受到的多轴随机振动载荷急剧增加,因此在随机激励下产生的多轴疲劳问题就越来越受到重视。

针对多轴问题,目前都是将多轴等效成单轴,再通过单轴的方法予以解决。等效过程分为两种,一种是在时域内进行等效,另一种则是在频域内等效。时域具有表达周期性载荷方便的特点,但其若想完整地表达加载历程,必须要有完整的信号数据。若设备复杂且运行时间长,数据处理就会耗时又繁琐。而频域的理论就很好地避免了这个问题。在频域内应用多轴疲劳准则将多轴应力功率谱或应变功率谱等效为单轴应力或应变功率谱,再通过单轴疲劳理论里疲劳公式中的统计参数从而得到结构件的疲劳寿命。该方法计算量小,耗时短,在工程应用中更具有适用性。

目前针对频域疲劳主要有3种分析方法,分别是应力不变量法、能量法和临界面法^[1-4]。应力不变量法中最

准确的就是 CRISTOFORI 等提出的 PbP (projection by projection) 法^[5],虽然该方法全面地考虑各个应力分量对疲劳寿命的影响,但由于该方法参数过多且难于获得,并不太适用于实际工程问题。能量法认为塑性功的累积最终导致了结构的破坏,而临界面法确定了临界损伤平面的位置且疲劳破坏面的物理意义明确,因此被广泛认为是解决多轴疲劳问题的有效方法。临界面法最重要的就是确定临界平面,本文通过编写损伤累积法确定临界平面位置的相关程序,再通过等效的应力功率谱结合 Miner 线性损伤累积理论和 Dirlik 经验公式求得结构的预期寿命^[6],并通过时域瞬态分析和对比数据,验证该方法的准确性。

1 理论分析

1.1 基于临界平面的应力准则

20世纪80年代末,MACHA E^[7]首先在频域内提出了基于临界面法的多轴疲劳失效准则。这些准则在多轴随机载荷下的一般形式可由式(1)表示。

$$\sigma_{eq}(t) = \{\sigma_y(t), P, C\} \quad (1)$$

式中: $\sigma_y(t)$ 为应力或应变分量; P 为定义临界平面所需的

基金项目:国家自然科学基金联合基金资助项目(51675446)

第一作者简介:高峰(1996—),男,四川南充人,硕士研究生,研究方向为车辆强度与可靠性、随机振动、多轴疲劳。

参数; C 为材料参数。

基于临界平面上的应力准则分为以下 3 种,分别是基于临界平面上的最大正应力准则、基于临界平面上的最大剪应力准则、基于临界平面上的最大正应力和剪应力准则^[8]。

本文采用基于临界平面上的最大正应力和剪应力准则,即临界平面由最大剪应力作用两个平面中一个的平均位置决定($B=1, K \neq 0$)。则等效应力计算公式如式(2)所示。

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{eq}} = & \frac{1}{1+K} \{ [l_1^2 - l_3^2 + K(l_1^2 + l_3^2)] \sigma_{xx}(t) + \\ & [m_1^2 - m_3^2 + K(m_1^2 + m_3^2)] \sigma_{yy}(t) + \\ & [n_1^2 - n_3^2 + K(n_1^2 + n_3^2)] \sigma_{zz}(t) + \\ & 2[l_1 m_1 - l_3 m_3 + K(l_1 + l_3)(m_1 + m_3)] \sigma_{xy}(t) + \\ & 2[l_1 n_1 - l_3 n_3 + K(l_1 + l_3)(n_1 + n_3)] \sigma_{xz}(t) + \\ & 2[m_1 n_1 - m_3 n_3 + K(m_1 + m_3)(n_1 + n_3)] \sigma_{yz}(t) \} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $\sigma_{ij}(t)$, ($i, j = x, y, z$) 为应力分量; l_n, m_n, n_n ($n = 1, 2, 3$) 为应力主轴的方向余弦; K 为材料参数。

9 个主应力轴的方向余弦 l_n, m_n, n_n 可由 3 个欧拉角来表示。欧拉角是用来确定刚体定点转动后刚体位置的 3 个角参量,由自转角 φ 、章动角 θ 、进动角 ψ 表示。欧拉角的定义如图 1 所示。图中 $Oxyz$ 为固定的直角坐标系, O 为原点, $Ox'y'z'$ 为固定刚体的直角坐标系。刚体先绕固定坐标系中的 z' 轴逆时针转动 φ , 再绕固连的 x' 轴即图中的 N 轴逆时针转动 θ , 最后绕 z' 轴逆时针转动 ψ 。

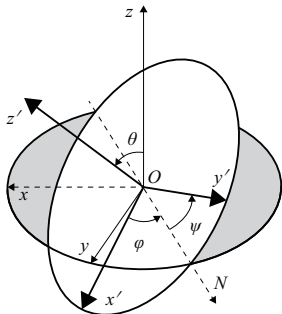


图 1 欧拉角的定义

经过变换, l_n, m_n, n_n 与欧拉角 (θ, ψ, φ) 可由式(3)表示^[9]。

$$\begin{cases} l_1 = \cos\psi \cos\varphi - \cos\theta \cos\psi \sin\varphi \\ m_1 = \sin\psi \cos\varphi + \cos\theta \cos\psi \sin\varphi \\ n_1 = \sin\theta \sin\varphi \\ l_2 = -\cos\psi \cos\varphi - \cos\theta \cos\psi \sin\varphi \\ m_2 = -\sin\psi \cos\varphi + \cos\theta \cos\psi \sin\varphi \\ n_2 = \sin\theta \cos\varphi, l_3 = \sin\theta \sin\psi \\ m_3 = -\sin\theta \cos\psi, n_3 = \cos\theta \\ (0 \leq \theta < \pi, 0 \leq \psi < \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi) \end{cases} \quad (3)$$

1.2 基于损伤累积法确定临界平面寿命

在确定载荷的情况下,损伤累积法是通过概率密度函数计算空间中各个平面的累积损伤,累积损伤最大的平面即寿命最小的平面为临界平面^[10]。

基于临界平面上的最大正应力和剪应力准则,可设 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, 其形式如式(4)所示。

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{1+K} [l_1^2 - l_3^2 + K(l_1^2 + l_3^2)] \\ a_2 = \frac{1}{1+K} [m_1^2 - m_3^2 + K(m_1^2 + m_3^2)] \\ a_3 = \frac{1}{1+K} [n_1^2 - n_3^2 + K(n_1^2 + n_3^2)] \\ a_4 = \frac{2}{1+K} [l_1 m_1 - l_3 m_3 + K(l_1 + l_3)(m_1 + m_3)] \\ a_5 = \frac{2}{1+K} [l_1 n_1 - l_3 n_3 + K(l_1 + l_3)(n_1 + n_3)] \\ a_6 = \frac{2}{1+K} [m_1 n_1 - m_3 n_3 + K(m_1 + m_3)(n_1 + n_3)] \end{cases} \quad (4)$$

结合式(4)可将式(2)改写成式(5):

$$\sigma_{\text{eq}}(t) = \sum_{k=1}^6 \alpha_k X_k(t) \quad (5)$$

应力功率谱矩阵如式(6)所示。

$$\mathbf{G}_X(f) = \begin{pmatrix} G_{11} & \cdots & G_{16} \\ \vdots & & \vdots \\ G_{61} & \cdots & G_{66} \end{pmatrix} \quad (6)$$

等效的应力功率谱密度可由式(7)表示。

$$\begin{aligned} G_{X_{\text{eq}}}(f) = & \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 a_k a_l G_{kl}(f) = \\ & \sum_{k=1}^6 a_k^2 G_{kk}(f) + 2 \sum_{k < l}^6 a_k a_l \text{Re}[G_{kl}(f)] \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $G_{kk}(f)$ 为应力分量 $\sigma(t)$ 的自功率谱密度函数; $G_{kl}(f)$ 为应力分量 $\sigma(t)$ 的互功率谱密度函数。

将得到的等效应力功率谱通过式(8)求各阶谱矩:

$$m_i = \int_0^{\infty} f^i G_{\text{eq}}(f) df \quad (8)$$

再通过 Dirlik 给出的 Dirlik 经验公式得到式(9)应力幅值概率密度函数 $p(S)$:

$$p(S) = \frac{1}{\sigma_{\text{RMS}}} \left[\frac{G_1}{Q} e^{-\frac{z}{Q}} + \frac{G_2 Z}{R^2} e^{-\frac{z^2}{2R^2}} + G_3 Z e^{-\frac{z^2}{2}} \right] \quad (9)$$

式中: $G_1 = \frac{2(x_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2}$; $G_2 = \frac{1 - \gamma - G_1 + G_1^2}{1 - R}$; $G_3 = 1 - G_1 - G_2$;

$$\gamma = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}}; R = \frac{\gamma - x_m - G_1^2}{1 - \gamma - G_1 + G_1^2}; Q = \frac{1.25(\gamma - G_3 - G_2 R)}{G_1};$$

$x_m = \frac{m_1}{m_0} \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_4}}$, 其中 m_0, m_1, m_2, m_4 分别为等效应力功率谱的 0 阶、1 阶、2 阶和 4 阶谱矩; z 为正则化的幅值,

$Z = S \sigma_{\text{RMS}}^{-1}$; σ_{RMS} 为 PSD 的方均根值。

应力幅值 S 在区间 $(S - dS, S + dS)$ 的概率 $P(S_i)$ 为

$$P(S_i) = p(S_i) dS \quad (10)$$

则时间 T 内应力幅值落在区间 $(S_i - dS, S_i + dS)$ 的次数 n_i 为

$$n_i = V_p T p(S_i) dS \quad (11)$$

式中 V_p 为峰值穿越率, 即 $V_p = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}$ 。

进而可得在区间 $(S_i - dS, S_i + dS)$ 内结构所受的损伤量为

$$D_i = \frac{n_i}{N_i(S_i)} = \frac{V_p T p(S_i) dS}{N_i(S_i)} \quad (12)$$

式中 $N_i(S_i) = AS_i^m$, 由材料的 S-N 曲线获得。

最后根据 Miner 线性疲劳损伤累积理论, 总损伤由式(13)表示。当总损伤为 1 时结构达到破坏, 结构的寿命 T 可由式(14)表示。

$$\bar{D} = \sum D_i = V_p T \int_0^\infty \frac{P(S_i)}{N(S_i)} dS \quad (13)$$

$$T = \frac{1}{V_p \int_0^\infty \frac{P(S_i)}{N(S_i)} dS} \quad (14)$$

1.3 分析流程

通过有限元软件随机振动分析可得危险点各应力分量的功率谱, 将之代入上述方法的程序中, 最终求得结构寿命。具体流程如图 2 所示。

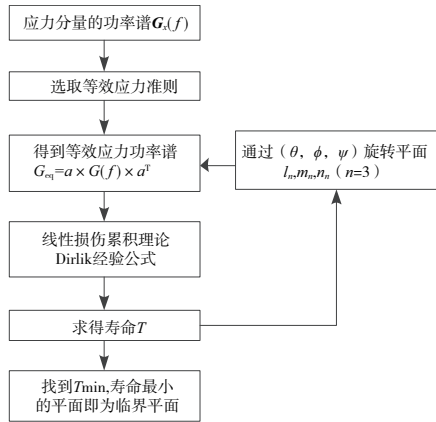


图 2 基于损伤累积法确定临界平面流程图

2 有限元仿真分析

2.1 有限元模型概述

模型由 1 个 3 mm 厚的 6061-T4 板和 2 个 50×20×10 mm

的 Q235 配重块组成。其具体尺寸如图 3-图 4 所示。板材弹性模量 $E=69\ 000\ \text{MPa}$, 泊松比 $\mu=0.33$, 密度 $\rho=2\ 750\ \text{kg/m}^3$ 。配重块弹性模量 $E=210\ 000\ \text{MPa}$, 泊松比 $\mu=0.3$, 密度 $\rho=7\ 800\ \text{kg/m}^3$ 。S-N 曲线根据 EN1999-1-3 中铝合金母材 71-7, 其材料参数 $k=7, C=1.8 \times 10^{19}$ 。

将板材方形部分进行固支约束, 通过模态分析得到试件的 1 阶垂弯频率为 29.32 Hz, 1 阶侧弯为 98.46 Hz, 1 阶扭转为 126.9 Hz。

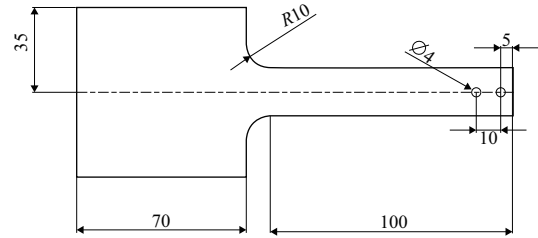


图 3 试件俯视图

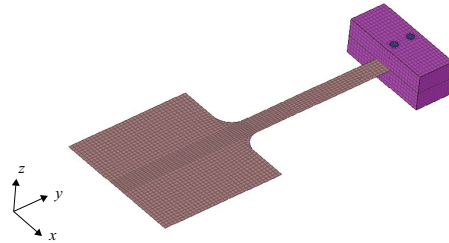


图 4 试件有限元模型

2.2 频域随机振动分析

在板材方型部分通过 rigid 单元连接大质量点, 对其在 x, y, z 3 个方向上施加相同固定幅值的限带白噪声激励。为验证功率谱幅值以及远离共振频率的频率区间是否对结构损伤产生影响, 设置以下 3 个工况。其中工况 1 的截断频率为 10~150 Hz, 幅值为 $0.010g^2\ \text{Hz}$; 工况 2 的截断频率为 10~150 Hz, 幅值为 $0.008g^2\ \text{Hz}$; 工况 3 的截断频率为 10~200 Hz, 幅值为 $0.008g^2\ \text{Hz}$ 。频域内的激励信号如图 5-图 7 所示。

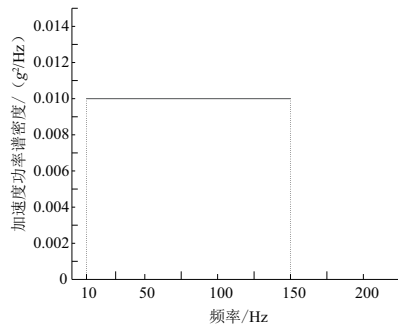


图 5 工况 1 加速度功率谱密度曲线

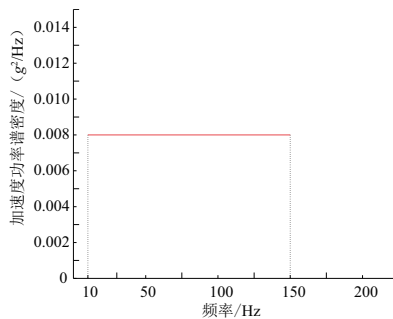


图 6 工况 2 加速度功率谱密度曲线

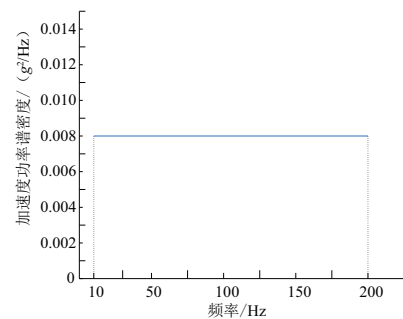


图 7 工况 3 加速度功率谱密度曲线

单轴累加需要分别计算结构在各方向上受到激励时的功率谱密度。各工况各轴向激励下的应力功率谱如

图 8-图 10 所示。

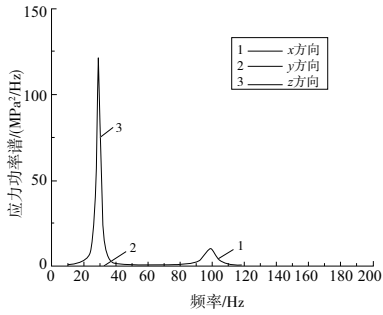


图8 工况1各单轴激励下应力功率谱密度曲线

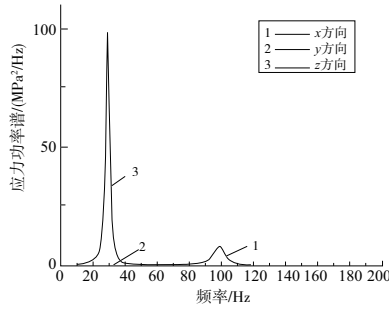


图9 工况2各单轴激励下应力功率谱密度曲线

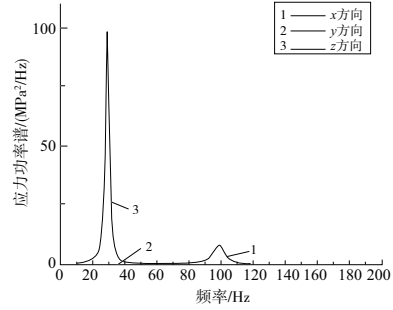


图10 工况3各单轴激励下应力功率谱密度曲线

多轴同步通过临界平面应力准则将危险点各应力分量的功率谱转换成等效应力功率谱。同时得到了临界平面3个欧拉旋转角(θ, ψ, φ),分别为4.59°、48.13°及120.33°。表1为3种工况下等效应力功率谱的各阶谱矩,图11-图13为3种工况下的等效应力功率谱。

表1 3种工况下各阶谱矩

工况	m_0	m_2	m_4
工况1	1.96×10^3	5.34×10^6	4.17×10^{10}
工况2	1.57×10^3	4.27×10^6	3.34×10^{10}
工况3	1.58×10^3	4.37×10^6	3.67×10^{10}

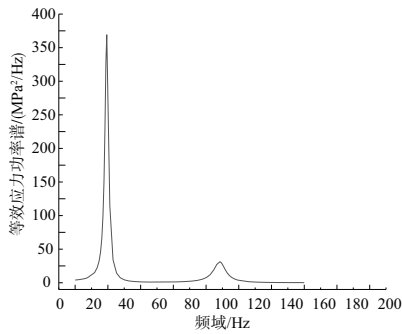


图11 工况1等效应力功率谱密度曲线

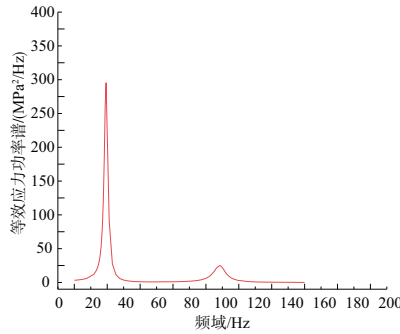


图12 工况2等效应力功率谱密度曲线

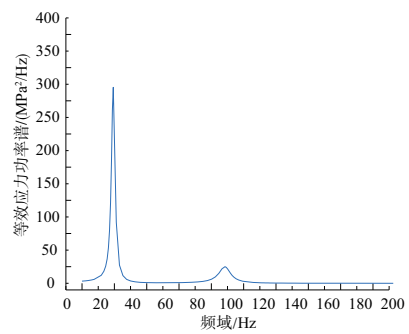


图13 工况3等效应力功率谱密度曲线

2.3 分析结果对比

时域激励是将白噪声激励通过逆傅里叶变换得到,因白噪声频谱对应无限多种随机时间序列样本,故选取多次

时间序列由瞬态分析法求平均值。表2对比了单轴线性累加法、临界平面法和时域法得到的3种工况下模型的疲劳寿命结果。图14给出了3种工况下模型在3种计算方法下的疲劳寿命结果对比。

表2 3种工况下模型3种方法计算的疲劳寿命结果

工况	时域分析寿命 1/s	时域分析寿命 2/s	时域分析寿命 3/s	时域均值寿命/s	临界平面法寿命/s	对比时域均值误差/%	单轴线性累加法寿命/s	对比时域均值误差/%
工况1	6.759×10^3	7.647×10^3	7.403×10^3	7.270×10^3	7.842×10^3	7.8	1.376×10^4	89.3
工况2	1.480×10^4	1.670×10^4	1.610×10^4	1.590×10^4	1.680×10^4	6.1	3.000×10^4	88.9
工况3	1.579×10^4	1.695×10^4	1.499×10^4	1.591×10^4	1.712×10^4	7.6	3.009×10^4	89.1

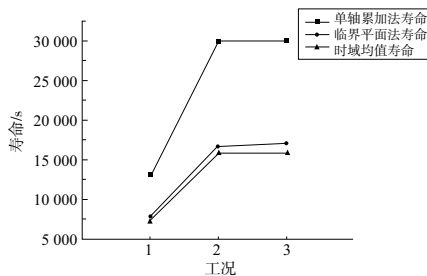


图14 3种工况下模型3种方法计算的疲劳寿命结果对比

由结果对比可知,在3种工况下,时域的损伤最大,其次是临界平面法,而单轴累加法计算的损伤比前两种方法小很多。且幅值的变化会对结果产生很大的影响,远离共振频率的频率区间依旧会对结构产生一定的损伤。在工程中,一般通过时域分析得到的寿命较为准确。故将时域分析得到的寿命作为标准,可知临界平面法与时域分析得到的寿命误差在8%以内,比单轴累加法计算的误差小得多。分析临界平面法的误差有以下两点:

- 1) 本文程序基于复化梯形公式求解的数值积分,可能

(下转第35页)

表4 故障诊断结果对比

分类识别	工况	正确数	正确率/%
动态信息经 SVM 识别	10 Nm	19/20	72.5
	30 Nm	9/20	
静动信息融合后经 SVM 识别	10 Nm	19/20	90.0
	30 Nm	17/20	
静动信息融合后经优化的 SVM 识别	10 Nm	20/20	95.0
	30 Nm	18/20	

从表4的诊断结果可以看出,测试样本共40个,在经过SVM识别后,对动态信息的识别正确率达72.5%;经过静动信息融合后的正确率为90.0%;经过优化处理的SVM的分类识别率高达95.0%。结果表明静动信息融合对柴油机系统螺栓装配质量诊断的正确率明显较动态信息的诊断正确率更佳。这也进一步说明了静动信息融合可以有效提高柴油机关键部件螺栓装配质量的识别率。

4 结语

1)对采集的动态振动信号和利用跨点频响方法提取的静态信号进行降噪预处理,对提取的动、静态信息特征经PCA进行静动信息融合,通过对比动态信息和静动融合的信息经SVM的分类识别结果,说明静动信息融合方法可以有效提高柴油机关键部件螺栓装配质量的识别率。

2)用网格搜索算法对SVM进行优化处理后,对静动信息融合后的特征进行分类识别,其最终的识别正确率高

达95.0%。这同时也间接证明了跨点频响方法在柴油机关键部件螺栓装配质量检测中的可行性。

参考文献:

- [1] 毕凤荣,汤代杰,张立鹏,等.基于VMD与KFCM的柴油机故障诊断算法[J].振动·测试与诊断,2020,40(5):853-858,1018.
- [2] 彭珍瑞,曹明明,刘满东.基于加速度频响函数小波分解的模型修正方法[J].航空学报,2020,41(7):223548.
- [3] 单卫东,臧朝平,张根辈,等.基于频响函数识别结构非线性模态参数的方法[J].机械制造与自动化,2020,49(3):109-111,146.
- [4] 王飞,路申易,曾丽蓓.信息融合故障诊断研究现状综述[J].科学与信息化,2018(33):45.
- [5] AZAMFAR M, SINGH J, BRAVO-IMAZ I, et al. Multisensor data fusion for gearbox fault diagnosis using 2-D convolutional neural network and motor current signature analysis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 144: 106861.
- [6] JIAO J, YUE J H, PEI D. Multi-sensor information fusion method for vibration fault diagnosis of rolling bearing [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017, 241: 012034.
- [7] 孙素萍,闫建红.多源信息融合的光纤传感网络异常行为检测研究[J].激光杂志,2021,42(4):202-205.
- [8] 高家宝,许昕,潘宏侠,等.基于信息熵与神经网络的供输弹系统早期故障诊断[J].机械设计与研究,2020,36(2):181-184,188.
- [9] 但长林,李三雁,张彬.基于样本熵和SVM的滚动轴承故障诊断方法研究[J].中国测试,2020,46(11):37-42.

收稿日期:2021-08-16

(上接第15页)

存在一定的误差;

2)本文编写程序中旋转欧拉角的角度步长根据文献^[11]选取的0.01 rad,其精度会对结果产生一定影响。这个旋转的角度越小精度越高,但随着步长缩小10倍,计算时间会增加 10^3 倍。

3 结语

轨道车辆及其设备运行时间长,受载情况复杂,通过时域瞬态分析预测寿命并不太适用。目前,对于工程上的多轴问题,大都采用提高输入激励谱,分别计算三轴向损伤再线性累加,但该方法并不能反映各轴向间激励的影响。针对上述问题,本文提出通过采用损伤累积法求临界平面的频域法,给出了实现该方法的具体流程,并与时域分析得到的寿命进行对比,误差远小于单轴累加法。该方法易于编程,明确了损伤平面的位置,给轨道车辆及其零部件寿命预测提供了参考。

参考文献:

- [1] PITOISET X, PREUMONT A. Spectral methods for multiaxial random fatigue analysis of metallic structures [J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(7): 541-550.
- [2] MACHA E. Generalization of strain criteria of multiaxial cyclic fatigue to random loading [J]. VDI Reihe, 1988, 18: 52-57.

- [3] KUSSMAUL K, MCDIARMID D L, SOCIE D. Fatigue under biaxial and multiaxial loading [M]. London: MEP, 1991.
- [4] MACHA, SONSINO. Energy criteria of multiaxial fatigue failure [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1999, 22(12): 1053-1070.
- [5] CRISTOFORI A, BENASCIUTTI D, TOVO R. A stress invariant based spectral method to estimate fatigue life under multiaxial random loading [J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(7): 887-899.
- [6] MINER M A. Cumulative damage in fatigue [J]. Journal of Applied Mechanics, 1945, 12(3): A159-A164.
- [7] MACHA E. Spectral method of fatigue life calculation under random multiaxial loading [J]. Materials Science, 1996, 32(3): 339-349.
- [8] LAGODA T, MACHA E. Estimated and experimental fatigue lives of 30CrNiMo8 steel under in-and out-of-phase combined bending and torsion with variable amplitudes [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1994, 17(11): 1307-1318.
- [9] 周航博,肖守訥,阳光武.多轴随机振动疲劳频域方法的研究 [J]. 机械制造与自动化, 2019, 48(1): 84-88.
- [10] MACHA E. Simulation investigations of the position of fatigue fracture plane in materials with biaxial loads [J]. Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik, 1989, 20(4): 132-136.
- [11] 黄晓婷.多轴随机振动频域疲劳方法的研究与应用 [D]. 成都:西南交通大学, 2015.

收稿日期:2021-08-16