

一种用于小型电控越野机器人的克里斯蒂悬挂特性研究

黄嘉昕^a,金承珂^a,郑驰远^b,温秀平^a,朱鸿斌^a

(南京工程学院 a. 创新创业学院; b. 自动化学院,江苏 南京 211167)

摘要:针对小型电控越野机器人的应用需求,采用一种克里斯蒂悬挂形式的机械结构,结合力学模型与非线性规划来求解悬挂中几何结构参数最优解,利用动态微分方程分析悬挂弹簧处的时间与位移调节过程,解决悬挂系统的特性参数选取问题。根据与动态响应仿真结果的对比,选取临界阻尼进行悬挂弹簧系统的参数调整,得到相应的弹簧刚度系数与黏性阻尼系数,实现悬挂系统特性参数的优化。

关键词:越野机器人;克里斯蒂悬挂;非线性规划;动态响应;临界阻尼

中图分类号:TP242 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2023)01-0181-03

Study on Christy Suspension Characteristics of a Small Electronically Controlled Off-road Robot

HUANG Jiabin^a, JIN Chengke^a, ZHENG Chiyuan^b, WEN Xiuping^a, ZHU Hongbin^a

(a. College of Innovation and Entrepreneurship; b. School of Automation, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China)

Abstract: For small electric off-road robot application requirements, Christian hanging in the form of mechanical structure is used and mechanics model is combined with the nonlinear programming to solve the optimal solution to the geometric structure parameters of the suspension. With the dynamic differential equation, the time and displacement adjusting process of the suspension spring are analyzed to select the characteristic parameters of the suspension system. Compared with the simulation results of dynamic response, the critical damping is selected to adjust the parameters of the suspension spring system, and the corresponding spring stiffness coefficient and viscous damping coefficient are obtained to realize the optimization of the suspension system characteristic parameters.

Keywords: off-road robot; Christie suspension; nonlinear programming; dynamic response; critical damping

0 引言

克里斯蒂悬挂是装甲车辆上的一种悬挂装置,也是现代军用车辆中仍然采用的悬架系统之一^[1],单个发动机的车辆如果要形成左右两侧主动轮的差速则需要多套差速器或液压传动机构^[2],结构复杂,成本高昂,且不适用于此悬挂系统。小型电控越野机器人的驱动方式常采用4轮电机驱动,通常使用多个电机分别连接各个车轮,其转向依靠各个车轮之间的差速。克式悬架的最重要之处是将下横臂纵置,并将下横臂进行了简化,使得簧载质量在整车质量的占比进一步提高,采用弹性元件与减震器配合代替控制车轮运动姿态的连接件,使得悬架完全竖直布置,大大节省了空间。故可以采用克里斯蒂悬挂来减少悬挂空间,目的是为了给控制系统等模块留出空间位置。本文基于悬挂的机械结构来进行建模设计,分析各个杆件之间的几何关系与受力情况。为了减轻悬挂弹簧处的受力,需要对悬挂特性参数进行选取,并进行几何关系之间的约束,利用非线性规划求解出合理的几何结构数值解,结合

动态响应模型仿真,利用动态微分方程来求解悬挂弹簧处的时间与位移调节过程,确定出合适的弹簧刚度系数和黏性阻尼系数,使其悬挂系统快速达到稳态。从而求解出悬挂系统中参数变量的理论较优解,进而实现悬挂系统特性参数的优化选取。

1 系统模型的建立与仿真

1.1 几何结构与力学模型的建立

首先引入克里斯蒂悬挂机械结构,利用软件绘制小型电控越野机器人的三维模型(无上身机械臂与传感器负载)如图1所示,并绘制悬挂截面图(图2)。其中车轮转向依靠各个轮胎的差速,动力来源于直接相连的电机(为减少整体零件数,无传动系统)。车板上密排孔后期可折弯以提高抗弯截面系数;较重的电池布置在车板偏下部位,以此降低质心,提高稳定性;形心位置布置在4个车轮的中间位置或附近,这样是为了避免车体的俯仰和侧倾,而轮距及轴距则与普通越野机器人接近,在此不赘述。

基金项目:国家级大学生创新创业训练计划支持项目(202111276009Z)

第一作者简介:黄嘉昕(2001—),男,江苏扬州人,本科,研究方向为机械设计制造及自动化。

通过图 2 可以建立悬挂结构的力学模型(图 3),设定如下参数: $BD=x_1, AD=x_2, AC=x_3, AE=x_4, BE=x_5, AG=h, \angle BAD=\alpha, \angle ABD=\beta, \angle GAC=\theta, \angle DAC=\varphi$ 。

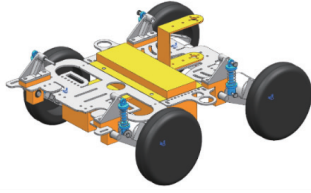


图 1 小型电控越野机器人三维模型

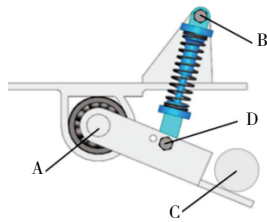


图 2 克里斯蒂悬挂系统模型

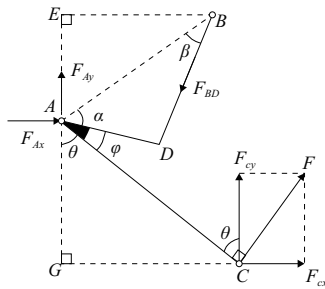


图 3 悬挂系统静力学模型

从图 3 可以看出 F_{Ax}, F_{Ay} 是一对正交分力, F_{BD} 为 B 点所受的力, 且 BD 杆相当于二力杆, A 处为轴承处转动中心, C 处为轮胎的转动中心, B 点为支架铰链连接点, AD, AC 焊接为同一构件。车轮 C 点处遇到障碍物所受的反作用力 F 可分解为 F_{Cx} 与 F_{Cy} , 主要研究 F_{Cy} 竖直方向上压缩弹簧的力, F_{Cx} 由驱动力来克服, 故可以不考虑。

在其余各杆件尺寸均已知情况下(除了 x_1 未知), 具体如下:

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{x_4}{x_5} - \varphi - \alpha \quad (1)$$

其中 φ 最好保持 10° 以下, 这里可以取一定值为 $\varphi = 5^\circ$ 。

$$\begin{aligned} \text{由 } \cos\alpha &= \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2AD \cdot AB}, \text{ 得} \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{x_4^2 + x_5^2 + x_2^2 - x_1^2}{2x_2 \sqrt{x_4^2 + x_5^2}}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{由 } x_1 \sin\beta = x_2 \sin\alpha \text{ 得: } \beta = \arcsin\left(\frac{x_2}{x_1} \sin\alpha\right)。$$

由合力矩定理: $\sum M(F) = 0$, 以 A 点为矩心, 求解得

$$F_{BD} = \frac{x_3 \sin\theta}{\sqrt{x_4^2 + x_5^2} \sin\beta} F_{Cy} \quad (3)$$

式中: $F_{Cy} = F \sin\theta; F_{\max} = 95 \text{ N}$, 则

$$F_{BD} = \frac{x_3 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{x_4}{x_5} - \varphi - \alpha\right)}{\sqrt{x_4^2 + x_5^2} \sin\beta} F$$

由 $h = x_3 \cos\theta$, 得

$$h = x_3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{x_4}{x_5} - \varphi - \alpha\right) \quad (4)$$

故只要确定了 θ 和 φ 以及除了 x_1 外各杆件的尺寸, 即确定 α , 便确定 x_1 的大小。以上是悬挂系统的几何结构部分。有了上述模型的对应公式, 对于杆长与角度的选取, 只要满足相比车轮处, 减轻悬挂弹簧处的受力即可。以上的力学模型部分, 可采用非线性规划来找出一组最优解, 并设置目标函数与约束条件。令: α 为 x_6, β 为 x_7, θ 为 x_8, h 为 x_9, F_{BD} 为 x_{10} 。数学规划问题的三要素为决策变量、目标函数和约束条件^[3]。

目标函数:

$$\min F = \sum_{i=1}^{10} x_i \quad (5)$$

约束条件:

$$\begin{cases} \sqrt{x_4^2 + x_5^2} - x_1 - x_2 \leq 0 \\ 40 \leq x_1 \leq 80, 30 \leq x_2 \leq 50 \\ 70 \leq x_3 \leq 80, 40 \leq x_4 \leq 50 \\ 40 \leq x_5 \leq 70, 0 \leq x_6 \leq \frac{\pi}{3} \\ 0 \leq x_7 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x_8 \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq x_9 \leq 40, 95 < x_{10} \leq 110 \\ x_8 + x_6 + \frac{\pi}{36} - \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{x_4}{x_5} = 0 \\ x_4^2 + x_5^2 + x_2^2 - x_1^2 - 2x_2 \sqrt{x_4^2 + x_5^2} \cos x_6 = 0 \\ x_7 - \arcsin\left(\frac{x_2}{x_1} \sin x_6\right) = 0 \\ x_{10} \sqrt{x_4^2 + x_5^2} \sin x_7 - 95 x_3 \sin^2 x_8 = 0 \\ x_9 - x_3 \cos x_8 = 0 \end{cases}$$

其中目标函数设定为各个变量之和, 结合约束条件之间的杆长与受力约束, 是为了保证满足 $95 \text{ N} < F_{BD} < 110 \text{ N}$, 使悬挂系统结构紧凑。

利用 MATLAB 解得: $x_1 = 59.15, x_2 = 50, x_3 = 70, x_4 = 40, x_5 = 51.62, x_6 = 60^\circ, x_7 = 47.1^\circ, x_8 = 62.8^\circ, x_9 = 32.03, x_{10} = 110$ 。由上述求解, 可设定悬挂系统中的几何参数为 $x_2 = 50 \text{ mm}, x_3 = 70 \text{ mm}, x_4 = 40 \text{ mm}, x_5 = 51.62 \text{ mm}, \varphi = 5^\circ, \alpha = 60^\circ$ 。相应的参数来源于结构位置, 其中 x_3 为主要变量, 若 x_3 过小, 则悬挂行程较小, 即能吸收的冲击较小; 若 x_3 过大, 则支撑中心靠后, 易导致车辆前倾。 x_2, φ 根据电机等结构的尺寸确定, $x_2 < x_3$ 是为了便于电机的安装, x_4, x_5, x_6 则是为了保证悬挂杠杆比适中。 F_{\max} 为单轮所受的最大力, 可根据电机的转速与转矩来确定其上限值, 发现 $F_{BD} = 110 \text{ N}$, 同时实现了 $\frac{F_{BD}}{F} = 1.158$ 的杠杆比效果, 可选择此几何尺寸参数进行悬挂结构设计(具体尺寸参数可以根据车体结构自行调整变量约束范围, 且此算法仍然适用)。

1.2 动态响应的仿真分析

分析系统的工作原理和信号传递变换的过程,确定系统和各元件的输入、输出量。利用动态微分方程来求解悬挂弹簧处的时间与位移调节过程,使其快速达到稳态。将悬挂弹簧处看成质量-弹簧-阻尼系统,分别以 m, K, B 来表示质量、弹簧刚度系数和黏性阻尼系数。以系统在静止平衡时的点为 0 点,即静态平衡工作点,这样的零位选择消除了重力的影响^[4]。悬挂弹簧系统的输入量为外作用力 F_{BD} ,输出量为质量块的位移 $x_0(t)$ 。现研究 F_{BD} 与 $x_0(t)$ 之间的关系。根据理论推导:

$$\ddot{x}_0 + 2\zeta\omega_n \dot{x}_0 + \omega_n^2 x_0 = F_{BD} \quad (6)$$

式中:阻尼比 $\zeta = \frac{B}{2\sqrt{Km}}$;固有频率 $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$;初始条件 $x_0(0) = \dot{x}_0(0) = 0$ 。

全车采用轻型设计,车的质量要尽量小些。一般工程赛车是 5 kg 左右,悬挂铰牙基本上处于较高的位置,全车簧载质量主要来源于于电池、稳压器、机械臂,所以预估车体上身载重质量为 3.5 kg。在 F_{BD} 已知条件下通过调节 ζ, ω_n 来利用仿真观测悬挂弹簧处的 $x_0(t)$ 响应。其响应为二阶系统动态响应。

通过欠阻尼 $\zeta=0.5$ 、临界阻尼 $\zeta=1$ 与过阻尼 $\zeta=1.5$ 来分析系统 3 种不同的响应曲线,利用 MATLAB 中 Simulink 模块来进行相关的实验仿真。因其具备通用性,可视化与图形化的设计更易于复杂逻辑的实现;且标准化代码的生成,避免了手写代码的一些错误等优点^[4]。

将固有频率 ω_n 定为 2 rad/s,变换式(6):

$$\ddot{x}_0 + 2\zeta\omega_n \dot{x}_0 + \omega_n^2 x_0 = \omega_n^2 u(t) \quad (7)$$

式中:输入为 $u(t) = \frac{F_{BD}}{\omega_n^2}$;输出为 $x_0(t)$ 。

将 $F_{BD} = 110 \text{ N}, \omega_n = 2 \text{ rad/s}$ 带入可得 $u(t) = 27.5$, 下面进行 3 种不同阻尼情况下的模型仿真,其模块与结果如图 4 与图 5 所示。

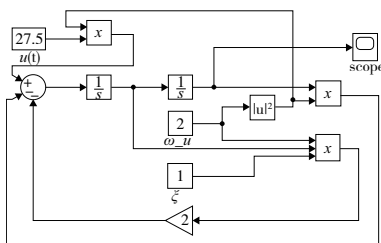


图 4 临界阻尼的信号流图

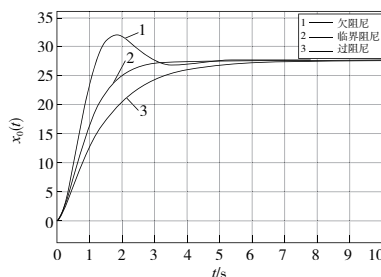


图 5 3 种不同阻尼的系统响应曲线

2 仿真结果分析与对比

图 5 中欠阻尼为线 1,临界阻尼为线 2,过阻尼为线 3。可以看出,若给系统施加一个冲激 $u(t) = 27.5$,其中临界阻尼与过阻尼响应皆为一条无震荡、无超调的单调上升曲线,但过阻尼的过渡时间较长。而欠阻尼则是一条以 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = \sqrt{3} \text{ rad/s}$ 为频率的衰减振荡曲线。可以发现,这 3 种不同的阻尼最终都处于稳态。对控制系统的基本要求是响应的稳定性、准确性和快速性^[5]。掌握系统稳定性、响应准确性、响应快速性三者之间的制约关系,对控制系统的设计与分析有重大意义^[6]。对其上升时间 T_r 、超调量 M_p 和调节时间 T_{ss} 进行性能评价:

$$\text{上升时间 } T_r = \frac{\pi - \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}, \text{超调量 } M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

$$\text{调节时间 } T_{ss} = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

响应曲线从初始时刻出发首次达到稳态值所需的时间称为上升时间。上升时间越短,响应速度越快。超调量反映系统跟踪一个阶跃信号的平稳性,调节时间反映系统跟踪一个阶跃信号的迅速程度。规定记分规则:1、2、3,其中 T_r 越小,分越高; M_p 越小,分越高; T_{ss} 越小,分越高(表 1)。

表 1 响应性能指标记分

工况	T_r	M_p	T_{ss}
欠阻尼	3	1	2
临界阻尼	2	3	3
过阻尼	1	3	1

由表 1 绘制相应的性能指标雷达图如图 6 所示。

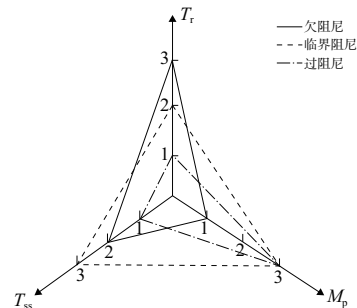


图 6 性能指标雷达图

由图 6 可以看出,临界阻尼的性能表现较好,且临界阻尼比过阻尼收敛的要快,综合以上考虑,故选择临界阻尼 $\zeta=1$ 来进行悬挂弹簧系统的参数调定。对式(7)进行拉氏变换:

$$L[\ddot{x}_0 + 2\zeta\omega_n \dot{x}_0 + \omega_n^2 x_0] = L[\omega_n^2 u(t)], \text{得}$$

$$s^2 X_0(s) + 2\zeta\omega_n s X_0(s) + \omega_n^2 X_0(s) = \omega_n^2 U(s)$$

二阶系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{X_0(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

(下转第 188 页)

到机器人坐标系,本文构建 Eye-to-Hand 标定模型,并且利用改进的矩阵直积法进行求解,得到相机坐标系与机器人基座坐标系转换关系矩阵 X 且对产生的误差进行量化分析。进行 100 次的随机抓取实验,平均误差为 0.874 mm,最大误差为 1.106 mm,达到 1.5 mm 的设计精度要求。

参考文献:

- [1] 赵彬. 基于机器视觉的工业机器人分拣技术研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2013.
- [2] 袁仁辉. 基于机械手的双目视觉定位抓取研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2016.
- [3] GAO Y, HENDRICKS L A, KUCHENBECKER K J, et al. Deep learning for tactile understanding from visual and haptic data[C]// 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Stockholm, Sweden: IEEE, 2016: 536-543.
- [4] WANG H Z, DONG Y. An improved image segmentation

algorithm based on Otsu method [C]//SPIE Proceedings", "International Symposium on Photoelectronic Detection and Imaging 2007: Related Technologies and Applications. Beijing, China: SPIE, 2007.

- [5] 孙浩楠,王勇,胡志平,等. 基于矩形拟合的 IC 芯片块定位算法[J]. 机械制造与自动化, 2020, 49(6): 201-202, 209.
- [6] STEGER C. Similarity measures for occlusion, clutter, and illumination invariant object recognition [C]//Pattern Recognition, [S. l.: s. n.], 2001.
- [7] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [8] 胡为,刘冲,傅莉,等. 一种高精度的机器人手眼标定算法[J]. 火力与指挥控制, 2018, 43(9): 19-24.

收稿日期: 2021-09-13

(上接第 183 页)

于是得

$$X_0(s) = G(s)U(s) = \frac{27.5\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

将 $\zeta=1$ 代入,系统在 $u(t) = 27.5$ 信号的作用下的输出的拉氏变换可展开成部分分式:

$$X_0(s) = \frac{27.5\omega_n^2}{s(s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{27.5\omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2} = 27.5 \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_n} - \frac{\omega_n}{(s + \omega_n)^2} \right]$$

将上式再进行拉氏反变换,得出二阶系统在临界阻尼状态下的 $u(t) = 27.5$ 响应为

$$x_0(t) = 27.5[1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t)] \quad (t \geq 0)$$

再将 $\omega_n = 2$ 代入可得质量块的位移

$$x_0(t) = 27.5[1 - e^{-2t}(1 + 2t)] \quad (t \geq 0)$$

可以看出质量块的位移随着时间的增长会逐渐收敛。以上是动态响应结合几何结构参数所设计出的小型电控越野机器人悬挂装置系统,其悬挂装置采用克里斯蒂悬挂的机械结构。由车体上身载重质量 $m = 3.5 \text{ kg}$, 得出所需的弹簧刚度系数 $K = \omega_n^2 m = 14 \text{ N} \cdot \text{m}$, 相应的黏性阻尼系数 $B = 2\zeta \sqrt{Km} = 14 \text{ N}/(\text{m}/\text{s})$, 即系统参数均已确定。要使质量块(车体)的位移 $x_0(t)$ 快速到达稳态,则需要根据 m, ζ 和 ω_n 来取定 K, B 的系数大小,再结合几何结构的设计,便可设计出较优的小型电控越野机器人悬挂装置系统。综合上述理论模型,在几何结构与外界输入确定后,对于悬挂弹簧处的参数选定,得到所需的弹簧刚度系数 $K = 14 \text{ N} \cdot \text{m}$, 黏性阻尼系数 $B = 14 \text{ N}/(\text{m}/\text{s})$, 再根据这两个参数去选型调试,达到了根据几何结构与外界输入为约束条件来进行相应的悬挂弹簧系统装置的取定。

图 7 是小型电控越野机器人实物样机。

3 结语

本文在小型电控越野机器人悬挂系统设计中得出了

较为合理的方案,并进行了相关变量的分析,通过力学模型与非线性规划来求解几何结构参数的最优解,再结合动态响应仿真来求解悬挂系统的特性参数,选取临界阻尼进行参数调定,得到悬挂所需的弹簧刚度系数和黏性阻尼系数,实现了悬挂系统特性参数的优化选取。

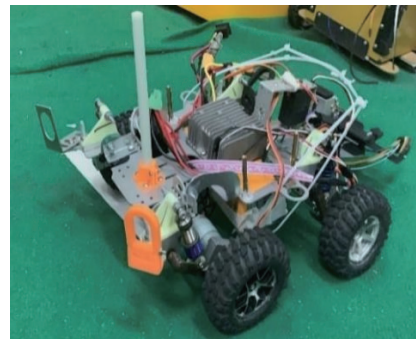


图 7 小型电控越野机器人实物展示
(已拆除传感器及电路板)

参考文献:

- [1] 张钧. 基于麦克纳姆轮的智能机器人室内定位算法设计[J]. 科技创新与应用, 2020(5): 93-94.
- [2] 吴宗文,谭兵. 军用履带车辆转向机构发展综述[J]. 机械工程师, 2007(5): 16-18.
- [3] 曹策俊,李从东. 基于数学规划的应急组织指派优化问题综述[J]. 系统仿真学报, 2021, 33(1): 1-12.
- [4] 王迪,李璐明,程海涛,等. 基于 MATLAB/Simulink 的电动汽车驱动电机能量回收控制策略研究[C]. 第十七届河南省汽车工程科技学术研讨会论文集, 郑州: 河南省汽车工程学会, 2020: 362-363.
- [5] 王积伟,吴振顺. 控制工程基础[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [6] 熊黎,宋刚,胡荣瀚,等. 二阶控制系统时间响应分析[J]. 汽车实用技术, 2019(12): 96-98.

收稿日期: 2021-09-30