

圆锥圆管相贯线平面展开曲线的研究与仿真

张明松^{a,b}, 庞丹^{a,b}

(三峡大学 a. 机械与动力学院; b. 水电机械设备设计与维护湖北省重点实验室, 湖北 宜昌 443002)

摘 要:为实现复杂曲面相贯线的切割和焊接,需要对切割轨迹进行控制,通过齐次坐标变换建立圆锥管-圆管相贯的复杂曲面相贯模型,推导空间相贯线及其平面展开曲线的表达式,通过 Matlab 软件对正交、斜交、正交偏置及斜交偏置 4 种模型的相贯线及其平面展开曲线进行编程仿真,验证曲线模型的正确性,使用 Origin 软件对相贯线平面曲线进行分段拟合,并对其进行误差分析,为复杂管件曲面的相贯线研究提供实验数据。

关键词:圆锥面;相贯线;Matlab 仿真;Origin 拟合

中图分类号:TG659 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2023)01-0150-03

Research and Simulation of Intersecting Line Model and Plane Expansion Curve of Conical Circular Pipe

ZHANG Mingsong^{a,b}, PANG Dan^{a,b}

(a. College of Mechanical and Power; b. Hubei Key Laboratory of Hydropower Machinery and Equipment Design and Maintenance, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: To realize the cutting and welding of complex surface curve intersecting line, cutting track is controlled, the complex curved surface intersecting model of conical pipe circular pipe is established through secondary coordinate transformation, and the expression of spatial intersecting line and its plane expansion curve is deduced. With Matlab software, the intersection line and its plane expansion curve of the four models of the orthogonal, oblique, orthogonal offset and oblique offset are programmed and simulated to verify the correctness of the curve model. Origin software is used to fit the plane curve of the intersection line and its error are analyzed, which provides experimental data for the reserch on the intersection line of complex pipe fitting surface.

Keywords: conical surface; intersecting line; Matlab simulation; Origin fitting

0 引言

在化工、船舶、汽车、管道运输和机械制造等行业中,不规则曲面与圆管之间的焊接应用十分广泛,所形成的焊缝为复杂的三维空间曲线^[1-2]。以往实际生产中,复杂相贯线管件的切割和焊接主要采用人工方式,或采用切割割炬不动而被切管转动的切割机切割^[3],生产效率和加工精度低。

为使机床加工出满足焊缝精度要求的焊缝轨迹,需要对设备和工件的控制运动做出必要的分析。王吉岱等^[4]建立了一般相贯形式下马鞍形相贯线模型,对曲线形式做出了离散化处理和直线逼近,验证了数学模型的正确性。彭伊光等^[5]推导了圆管与圆锥斜交的相贯线展开线表达式。文献[6]和文献[7]建立了异径圆管相贯线数学模型及其平面展开曲线逼近算法。王道俊等^[8]提出了相似性评价算法,适用于平面曲线和空间曲线。本文以圆锥-圆管相贯为例,构建圆锥管-圆管相贯线及相贯线平面展开曲线的数学模型,利用 Matlab 验证曲线模型的正确性,并使用 Origin 软件对相贯线进行分段拟合,最后进行误差分析。

1 圆管-圆锥管相贯线数学模型的建立

1.1 坐标系的建立及变换

以圆锥管为主管,圆管为支管,建立圆锥-圆管斜交偏置相贯的数学模型:

设支管半径为 r , zOy 平面内主管半径为 R , 其中 $R > r$; 空间中两管沿轴线的偏心距为 e , 两管轴线间的夹角为 α , 原点 O 位于主管轴线上, 原点 O' 位于支管轴线上, OO' 为两异径圆管的公垂线段, y 和 y' 同向, 且位于直线 OO' 上。

建立主管坐标系 $O-xyz$: 主管 R 的轴线为 x 轴, 过点 O 垂直于轴线的平面为 $O-yz$ 平面, OO' 所在直线为 y 轴。

建立支管坐标系 $O'-x'y'z'$: 支管 r 的轴线为 x 轴, 过点 O' 垂直于轴线的平面为 $O'-y'z'$ 平面, OO' 所在直线为 y 轴。如图 1 所示。

坐标系 xOy 绕 y 轴逆时针旋转 α 角, 再沿 y 轴正方向移动 e 个单位得到坐标系 $x'O'y'$, 两坐标系的转换关系为

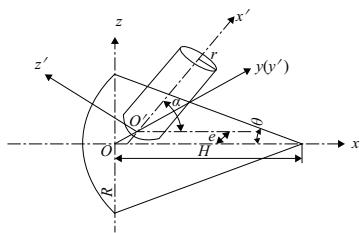


图1 相贯模型坐标系示意图

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & -e & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

由式(1)可得

$$\begin{cases} x' = x\cos\alpha + z\sin\alpha \\ y' = y - e \\ z' = -x\sin\alpha + z\cos\alpha \end{cases} \quad (2)$$

同理可得由 $O'-x'y'z'$ 到 $O-xyz$ 的转换关系为

$$\begin{cases} x = x'\cos\alpha - z'\sin\alpha \\ y = y' + e \\ z = x'\sin\alpha + z'\cos\alpha \end{cases} \quad (3)$$

1.2 空间相贯线的求解

1) 在 $O-xyz$ 坐标系中,圆锥管底面半径为 R ,锥高为 H 的主管直角方程为

$$y^2 + z^2 = R^2 \left(1 - \frac{x}{H}\right)^2 \quad (4)$$

在 $O'-x'y'z'$ 坐标系中,半径为 r 的圆管支管的直角方程为

$$y'^2 + z'^2 = r^2 \quad (5)$$

圆柱支管的参数方程为

$$\begin{cases} y' = r\sin\beta \\ z' = r\cos\beta \end{cases} \quad (6)$$

式中 β 为相贯线上的任意一点在 $y'O'z'$ 平面的投影与 O' 点的连线在轴 z' 正方向的夹角, $\beta \in [0, 2\pi]$ 。

圆锥主管的参数方程为

$$\begin{cases} y = R'\sin\varphi \\ z = R'\cos\varphi \\ R' = R - x\tan\theta \\ \tan\theta = \frac{R}{H} \end{cases} \quad (7)$$

式中: θ 为圆锥母线和轴线的夹角; φ 为圆锥体展开角,是相贯线上的任意一点在 yOz 平面的投影与 O 点的连线在轴 z' 正方向的夹角, $\varphi \in [0, 2\pi]$ 。

2) 建立 $O'-x'y'z'$ 和 $O-xyz$ 坐标系下两管偏置斜交的相贯线方程

联立式(3)和式(4)得

$$(y' + e)^2 + (x'\sin\alpha + z'\cos\alpha)^2 = R^2 \left(1 - \frac{x'\cos\alpha - z'\sin\alpha}{H}\right)^2 \quad (8)$$

在 $O'-x'y'z'$ 坐标系下圆柱管的相贯线方程

$$\begin{cases} x' = \sqrt{\frac{CD^2 - B^2 - A}{E} + \frac{F^2}{E^2} - \frac{F}{E}} \\ y' = r\sin\beta \\ z' = r\cos\beta \end{cases} \quad (9)$$

式中: $A = r\sin\beta + e$; $B = r\cos\beta\cos\alpha$; $C = \tan^2\theta$; $D = H - r\cos\beta\sin\alpha$; $E = \sin^2\alpha - C\cos^2\alpha$; $F = CD\cos\alpha + B\sin\alpha$ 。

2 空间相贯线及平面展开曲线的 Matlab 仿真

2.1 圆柱支管平面的展开曲线

半径为 r 的支管圆柱面在 $O'-x'y'$ 平面内沿母线展开,其相贯线的平面展开方程写成 $s'-x'$ 函数关系式为

$$\begin{cases} s = r\beta \\ (r\sin\beta + e)^2 + (x'\sin\alpha + r\cos\beta\cos\alpha)^2 = \tan^2\theta (H - x'\cos\alpha + r\cos\beta\sin\alpha)^2 \end{cases} \quad (10)$$

式中 α, θ, r, H 的值均已知,给定任意 β 值,即可算出对应的 s 和 x' 的值,并在 $s'-x$ 坐标系中绘制出相应的圆柱支管相贯线的展开曲线。

2.2 相贯线的空间曲线及平面展开曲线的 Matlab 仿真

对于圆锥-圆柱的相贯形式,所得相贯线的形状主要取决于圆锥管的锥高 H 、圆管的半径 r 、两轴线之间的夹角 α 、圆锥母线与轴线的夹角以及偏置距离 e 。假设 $r = 10 \text{ mm}$, $H = 60 \text{ mm}$, $\theta = \pi/4$, 输入不同的 α 和 e 值,得到正交、斜交、正交偏置和斜交偏置 4 种相贯线对应的空间曲线及其平面展开曲线。

1) 当 $\alpha = \pi/2, e = 0$ 时,圆锥管与圆管正交,其相贯线对应的空间曲线及平面展开曲线如图 2 所示。

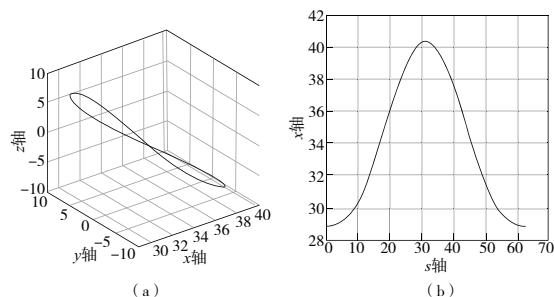


图2 正交相贯线的空间曲线及平面展开曲线

2) 当 $\alpha = \pi/4, e = 0$ 时,圆锥管与圆管斜交,其相贯线对应的空间曲线及平面展开曲线如图 3 所示。

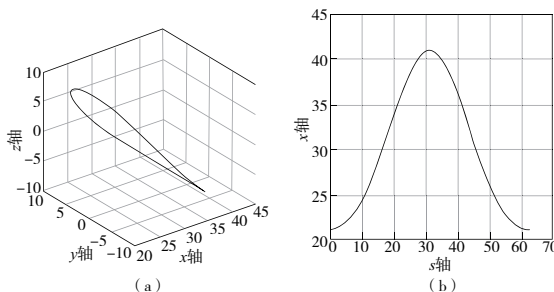


图3 斜交相贯线的空间曲线及平面展开曲线

3) 当 $\alpha = \pi/2, e = 5$ 时,圆锥管与圆管正交偏置,其相贯线对应的空间曲线及平面展开曲线如图 4 所示。

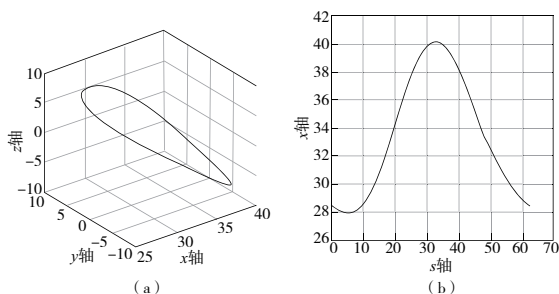


图 4 正交偏置相贯线的空间曲线及平面展开曲线

4) 当 $\alpha = \pi/4, e = 5$ 时,圆锥管与圆管斜交偏置,其相贯线对应的空间曲线及平面展开曲线如图 5 所示。

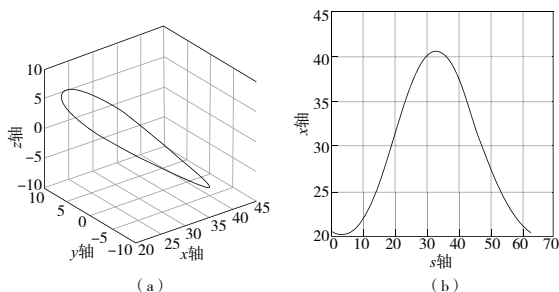


图 5 斜交偏置相贯线的空间曲线及平面展开曲线

3 圆锥与圆管相贯线展开曲线的拟合

为实现对圆锥-圆管复杂空间相贯线的平面展开曲线的插补,本文首先对所得相贯线进行离散化处理,再利用二次多项式对相贯线进行分段拟合,减少计算时间,并保证每一段拟合的结果都在误差范围之内。

3.1 平面相贯线的 Origin 拟合

以上述 2.2 中第 4 种情况为例, $\beta \in [0, 2\pi]$, 取步长为 $\pi/20$, 得到与 $s-x$ 平面有关的 41 个坐标点 (s_k, x_k) , 其相贯线平面展开曲线如图 6 所示。

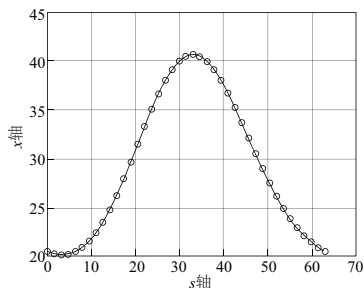


图 6 相贯线平面展开曲线

根据 Matlab 中 Figure 曲线,将 41 个点中每隔 5 个点关于 β, s, x 的数据导出,其导出数据如表 1 所示。

表 1 导出数据

点序号	β	s 坐标	x 坐标
1	0	0	20.546 2
6	0.785 4	7.854 0	20.950 2
11	1.570 8	15.708 0	26.312 2
16	2.356 2	23.561 9	35.092 3
21	3.141 6	31.415 9	40.546 2
26	3.927 0	39.269 9	38.741 0
31	4.712 4	47.123 9	30.546 2
36	5.497 8	54.977 9	23.899 6
41	6.283 2	62.831 9	20.546 2

将第 1 点至第 16 点、第 16 至第 31 点及第 31 至第 41 点分别用二次多项式进行拟合,Origin 拟合的三段二次多项式,结果如表 2 所示。

表 2 相贯线拟合的二次多项式

点数	表达式
1-16	$x = 0.339 5s^2 - 0.176 0s + 20.469 2$
16-31	$x = 3.713 4s - 0.055 3s^2 - 21.649 9$
31-41	$x = 1.026 7s^2 - 3.571 7s + 139.582 6$

3.2 拟合误差分析

利用 Matlab 工具中的基本拟合命令,对相贯线的平面展开曲线进行 5 次多项式拟合,其表达式为

$$x = p_1 s^5 + p_2 s^4 + p_3 s^3 + p_4 s^2 + p_5 s + p_6$$

式中: $p_1 = 1.176 3 \times 10^{-7}$; $p_2 = 1.41 \times 10^{-5}$; $p_3 = -3.259 1 \times 10^{-3}$; $p_4 = 0.136 87$; $p_5 = -1.063 9$; $p_6 = 21.721$ 。

理论曲线 x_L 与二阶拟合曲线 x_2 、以及 5 次多项式 x_5 之间的拟合误差对比情况 Δx_1 及 Δx_2 如表 3 所示。

表 3 拟合误差分析

序号	s	x_L	x_2	Δx_1	x_5	Δx_2
1	0	20.546 2	20.469 2	0.077 0	21.721 0	1.174 8
2	1.570 8	20.296 5	20.267 5	0.029 0	20.375 0	0.175 7
3	3.141 6	20.199 3	20.251 4	0.052 1	19.629 9	0.569 4
4	4.712 4	20.266 4	20.393 8	0.127 4	19.413 1	0.853 3
5	6.283 2	20.511 7	20.703 8	0.192 1	19.654 4	0.857 3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
17	25.132 7	36.692 0	36.735 1	0.043 1	36.503 2	0.188 8
18	26.703 5	38.086 5	38.063 7	0.022 8	37.618 1	0.468 4
19	28.274 3	39.220 5	39.119 3	0.101 2	38.528 6	0.691 9
20	29.845 1	40.050 3	39.902 0	0.148 3	39.215 7	0.834 6
21	31.415 9	40.546 2	40.411 6	0.134 6	39.664 7	0.881 5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
37	56.548 7	22.952 4	22.954 1	0.001 7	22.096 8	0.855 6
38	58.119 5	22.143 9	22.151 0	0.007 1	21.277 1	0.866 8
39	56.690 3	21.473 2	21.479 7	0.006 5	20.879 0	0.594 2
40	61.621 1	20.940 1	20.940 0	0.000 1	20.998 9	0.058 8
41	62.831 9	20.546 2	20.532 1	0.014 1	21.740 5	1.194 3

(下转第 159 页)

强为 20 MPa,如图 12 所示。本文所研究的液压缸压强情况与图 12 中间部分图像的曲线类似。可以看出曲线的最大值约为 15 MPa,并没有达到额定压强的 20 MPa。

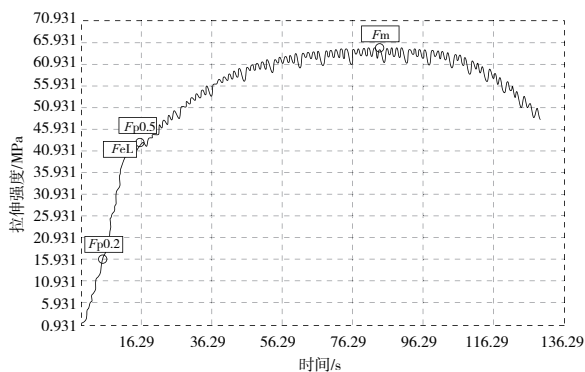


图 11 调质后 45 钢拉伸实验报告

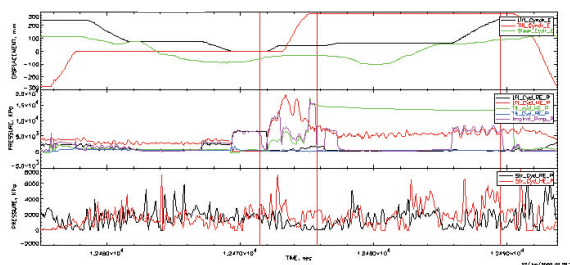


图 12 产品液压系统载荷谱额

由于实际使用中,设备承受变动载荷,有时可能只有额定压强的 1/10,有时是额定压强的 1.5 倍,甚至某些情况下会受更多的瞬间冲击力,因此需要搜集各种机型载荷谱才能进行可信的寿命评估。

(上接第 152 页)

从表 3 可以看出,Origin 软件分三段拟合的二阶多项式拟合精度明显高于 5 次多项式的拟合精度,且误差稳定,满足误差要求。

4 结语

本文针对圆锥-圆管相贯的一般情况建立数学模型并使用 MATLAB 软件对其相贯线和平面展开曲线进行仿真验证,得到了圆锥-圆管相贯的关于正交、斜交、正交偏置以及斜交偏置 4 种情况的相贯线空间曲线及平面展开曲线,利用 Origin 软件对相贯线的平面展开曲线进行轨迹拟合,分别得到了三段二阶多项式,对比 MATLAB 工具中的 5 次多项式,证明采用分段拟合算法对复杂空间曲线的拟合精度较高。

参考文献:

[1] 宗大圣,邓双成,龙腾宇,等. 复杂曲面相贯线焊接轨迹控制

5 结语

1) 本文通过使用 ABAQUS 软件对 3 种结构活塞杆进行有限元分析,求得了每种结构所对应的最大应力情况。

2) 对 3 种结构活塞杆进行了疲劳寿命计算,寿命随着结构的优化呈指数增长,最终达到无限寿命。

本文通过优化活塞杆结构,使活塞杆达到无限寿命,提高了滑移装载机的可靠性。

参考文献:

- [1] 雷天觉,杨尔庄,李寿刚. 新编液压工程手册[M]. 北京:北京理工大学出版社 1998;1383-1390.
- [2] 王宇恒,汪晟杰,刘洪春. 基于有限元分析的液压缸侧向力试验装置的设计[J]. 机械制造与自动化,2017,46(2):85-87.
- [3] 胡文刚,孙蓓蓓,张小委. 滑移装载机工作装置多体动力学仿真与分析[J]. 机械制造与自动化,2010,39(1):88-90.
- [4] 王业刚,孙蓓蓓,刘乐. 滑移装载机工作装置的有限元分析[J]. 机械制造与自动化,2010,39(1):15-17,54.
- [5] 吴军,袁昌松,汤文成. 基于 ANSYS 分析的机架优化设计[J]. 机械制造与自动化,2006,35(1):35-37.
- [6] 万嘉礼. 机电工程金属材料手册[M]. 1 版. 上海:上海科学技术出版社,1989
- [7] 徐灏,蔡春源,严隽琪,等. 机械设计手册:第五卷[M]. 2 版. 北京:机械工业出版社,2000,43:219-235.
- [8] JUVINALL R C, MARSHEK K M, YOUSSEFI K. Fundamentals of machine component design[J]. Journal of Engineering for Industry, 1991, 113(2):246.

收稿日期:2021-09-01

算法的研究及仿真[J]. 新技术新工艺,2014(5):93-96.

- [2] 曾锦东,都东,常保华,等. 复杂空间轨迹焊接过程运动规划方法[J]. 清华大学学报(自然科学版),2016,56(10):1031-1036.
- [3] 赵江达. 新型相贯线切割机床误差补偿方法[J]. 山东化工, 2021,50(15):119-120,122.
- [4] 王吉岱,王海洋,雷琳琳. 基于 MATLAB 的马鞍形相贯线的仿真研究[J]. 制造业自动化,2014,36(7):46-48.
- [5] 彭伊光,邴秋梅. 圆管与圆锥斜交相贯线展开图分析[J]. 林业机械与木工设备,2009,37(7):43-44.
- [6] 程琳,王士军,杨泽原,等. 异径圆管相贯线数学模型及其平面展开曲线逼近算法[J]. 机械设计,2017,34(7):34-37.
- [7] 郝树萌,王士军,崔林. 圆管相贯线接缝优化的等间距直线逼近算法的研究[J]. 制造技术与机床,2017(12):68-72.
- [8] 王道俊,王洪申. 空间自由曲线的相似性比较方法[J]. 机械制造与自动化,2021,50(4):112-114.

收稿日期:2021-10-11