

# 航空发动机机匣结构减缩建模的方法

蒋锂军, 臧朝平, 张磊, 张根辈  
(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:**为解决航空发动机机匣有限元模型存在单元数目多、原始矩阵维度巨大的问题,研究了一种减缩建模方法,基于主节点思路是在模态域下快速准确地预测整机机匣系统的响应。以某整机机匣系统为研究对象,建立该结构的原始有限元模型,按所提出的减缩建模方法获得减缩模型,并对减缩前后机匣系统稳态响应的一致性以及计算效率进行对比分析,验证了减缩模型的可行性。

**关键词:**航空发动机;机匣模型;减缩建模;主节点

**中图分类号:**TP391.9 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2023)01-0119-04

## Reduction Modeling Method of Aeroengine Casing Structures

JIANG Lijun, ZANG Chaoping, ZHANG Lei, ZHANG Genbei

(College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** To solve the problems in the finite element model of aeroengine casing such as large number of elements and huge dimension of original matrix, this paper proposes a reduction modeling method, which can quickly and accurately predict the response of the whole gearbox system in the modal domain based on the idea of active node. With the casing structure of a complete machine as the research object, the original finite element model of the structure is established. The reduced model is obtained through the reduction modeling method. The consistency and calculation efficiency of the steady-state response of the casing structure before and after reduction are compared and analyzed to verify the feasibility of the reduction model.

**Keywords:** aeroengine; casing model; reduction modeling; master node

## 0 引言

模型减缩方法分为两大类<sup>[1]</sup>。第一类主要是适用于控制策略设计和实时更新模型的低阶系统,主要包括奇异值分解(SVD)或 Krylov 方法。第二类是基于有限元法的结构分析,为了获得更高的精度,通过 FEM 程序对结构建模需要具有大量自由度的模型,这是非常昂贵的。高阶矩阵可能会产生高昂的计算成本。为了尽量减少计算成本,模型简化方法得到不断发展和研究<sup>[2]</sup>。

模型减缩方法通常称为静态减缩法或动力学减缩法。静态减缩方法通常基于 Guyan 减缩及其改进方法。静态减缩法(Guyan)最早由 GUYAN R J<sup>[3]</sup>和 IRONS B<sup>[4]</sup>提出,它的特点是将结构有限元模型的自由度划分为主自由度(primary degree)和从自由度(slave degree),忽略从自由度相关的惯性项和阻尼项,对于原结构的低阶模态计算求解较为精确,而对高阶模态求解往往误差很大。对此有人对该方法进行改进,将结构的惯性力加到静态减缩转化矩阵中。计算结果的精度比静态减缩法高,但由于得到减缩后刚度矩阵过于复杂,而且减缩后质量矩阵不满足正交性。FRISWELL M I 等<sup>[5]</sup>提出了一种改进的动态 IRS 方法,并验证了该方法的可行性。对于动力学减缩法,O'CALLAHAN 等提出了系统等效减缩扩展法(SEREP)<sup>[6-7]</sup>,通过主自由度

的无阻尼模态矩阵变换系统总体矩阵,减缩系统自由度。在一些研究中,模型减缩是基于一组减缩基向量,变换矩阵或基向量集是通过截断一些正常模式,然后再截断剩余富集向量得到的<sup>[8-11]</sup>。KIM H G 等<sup>[12]</sup>强调了正确选择要保留的模式对于减缩模型的可靠性和效率的重要性。

为了提高大型结构系统减缩模型的精度和响应速度,本文对模型简化方法进行研究。由于本文对高仿真模型进行模态分析,因此矩阵维度减缩时不存在误差,并且也不存在主从自由度选择时带来的误差,只需选取分析范围内合适的模态截取数。以某型机匣系统为例,建立其减缩模型,并对减缩模型的精度进行了验证,计算了机匣系统的稳态响应,同时对原始模型进行了工作变形预测,结果证明了该方法的可行性。

## 1 稳态响应分析方法

外激励机匣系统稳态响应的高效计算分析方法,涉及到固有频率、固有振型以及稳态响应的解析表达式,具体描述如下。

### 1.1 机匣模型减缩方法

受外振力作用的多自由度系统的强迫振动方程一般形式为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵以及刚度矩阵。

直接求解获取结构的稳态响应需要对超大维度矩阵进行求逆运算,计算效率低。为此,将结构的稳态响应表示成结构振型的线性组合,推导如下。

假设由  $N$  个自由度描述的多自由度系统,即式中涉及的不同矩阵和向量的大小随之确定。 $\mathbf{x}(t)$  是随时间变化的结构节点位移向量:

$$\mathbf{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\} \quad (2)$$

外激励矩阵  $\mathbf{F}(t)$  可以表示为

$$\mathbf{F}(t) = \{f_1(t), f_2(t), \dots, f_N(t)\} \quad (3)$$

式中  $f_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 是每个节点上的激励。

令  $\mathbf{F}(t) = \{0\}$ , 即可得到该式的特征方程为

$$\det(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) = 0 \quad (4)$$

求得  $N$  个特征值及相应特征向量分别为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  和  $\{\varphi_1\}, \{\varphi_2\}, \dots, \{\varphi_N\}$ 。物理位移则可以通过模态振型和模态位移的乘积表示

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (5)$$

式中:  $\Phi = [\varphi_1, \dots, \varphi_r]$  为模态振型;  $r$  是截取的模态数量;  $\mathbf{q}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_r(t)]^T$  是模态位移。

将式(5)代入到式(1)并左乘  $\Phi^T$ , 利用固有振型的正交性和质量归一化, 可以实现系统方程的完全解耦。因此, 第  $s$  阶模态自由度的受迫响应为

$$m_s \ddot{q}_s + c_s \dot{q}_s + k_s q_s = [\varphi_s]^T \{f(t)\} \quad (6)$$

将  $\{f(t)\} = \{F\} e^{j\omega t}$ ,  $q_s = X_s e^{j\omega t}$  代入到式(6)得

$$(-\omega^2 m_s + i\omega c_s + k_s) X_s e^{j\omega t} = [\varphi_s]^T \{F\} e^{j\omega t} \quad (7)$$

从而可得位移响应为

$$\{X\} = \sum_{r=1}^N \frac{[\varphi_r]^T [\varphi_r]}{-\omega^2 m_r + i\omega c_r + k_r} \{F\} \quad (8)$$

## 1.2 固有振型与工作变形

由于对机匣系统稳态响应求解获得的是结构的工作变形, 因此对于固有频率下结构的固有振型推导如下所示。对式(8)变换可得

$$\{X\} = \sum_{r=1}^N \frac{\{\varphi_r\}^T \{F\} \{\varphi_r\}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (9)$$

式中:  $\{X\}$  为结构被激励时稳定状态下的振动响应, 即工作变形;  $N$  为模态阶数;  $\{\varphi_r\}$ 、 $\{\varphi_r\}$  分别为结构第  $r$  阶主节点振型和全部节点振型;  $\omega_r$ 、 $\zeta_r$  分别是结构的固有频率及阻尼比, 从公式可以看出工作变形的大小与激励的大小成正相关。

当激励力的频率  $\omega$  刚好等于结构的第  $n$  阶固有频率时, 式(9)可写成

$$\{X\} = \sum_{r=1}^{n-1} \frac{[\varphi_r]^T [F] [\varphi_r]}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \omega_r \omega} + \frac{[\varphi_n]^T [F] [\varphi_n]}{\omega_r^2 - \omega_n^2 + i2\zeta_r \omega_r \omega} + \sum_{r=n+1}^m \frac{[\varphi_r]^T [F] [\varphi_r]}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (10)$$

式中  $m$  为结构共有  $m$  阶模态。

在结构第  $n$  阶模态没有相邻模态的情况下, 公式(10)可简化为

$$\{X\} \approx \frac{[\varphi_n]^T [F] [\varphi_n]}{\omega_r^2 - \omega_n^2 + i2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (11)$$

结构的各阶模态相互之间一般都是独立的, 而工作变形则是结构各阶模态振型叠加的结果, 在激振频率恰好等于结构的第  $n$  阶模态频率时, 结构的工作变形以第  $n$  阶模态振型为主, 可以认为此工作变形等效于结构的第  $n$  阶模态振型。

## 2 方法验证

基于验证本文方法普遍适用性和可靠性的需求, 选择某型机匣系统为例进行验证。所选机匣结构如图1所示, 其中两个承力机匣分别为前后承力机匣, 承力机匣内外环由8个均匀分布的支板连接, 同时两承力机匣间装有连接机匣, 内环装有鼠笼, 后部装有后机匣。其有限元模型如图2所示, 采用六面体进行网格划分, 共202571个节点, 37311个单元。其中后承力机匣两处主安装节及前承力机匣辅助安装节处设置为全约束, 由于暂不考虑螺栓连接结构对机匣系统动力学特性的影响, 因此机匣之间采用刚性连接。

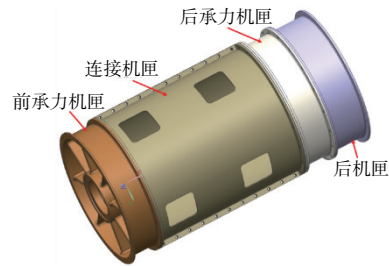


图1 机匣系统结构示意图

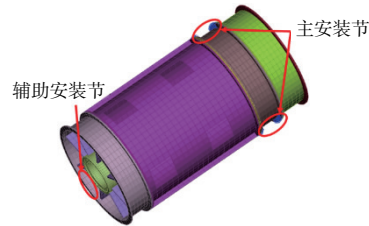


图2 机匣系统有限元模型

前500 Hz内部分关键振型如图3所示, 振型结果中第2阶至第7阶主要为鼠笼的局部振动, 因此将其忽略, 暂不考虑。本文主要考虑机匣和支板上的振动, 因此选择主节点时暂不考虑鼠笼。其中对于主节点的选择主要是考虑是否能描述所关心频率范围内最复杂时的振动特征, 基于本机匣结构所关注的4阶振型, 规划机匣主节点布局如图4所示, 一共布置16圈主节点, 按颜色分类, 主要在机匣外层(灰色部分)布置9圈, 共  $9 \times 16 = 144$  个主节点; 机匣内层(棕色部分)布置4圈, 共  $4 \times 16 = 64$  个主节点; 支板(紫色部分)布置4圈, 共  $4 \times 8 = 32$  个主节点(本刊黑白印刷, 相关疑问请咨询作者)。

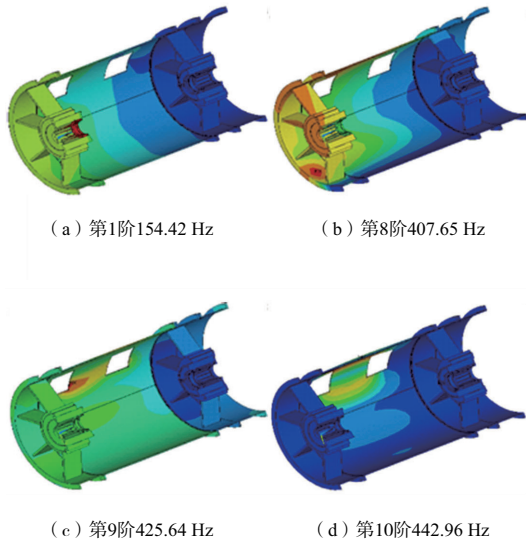


图3 机匣前500 Hz内部分关键振型

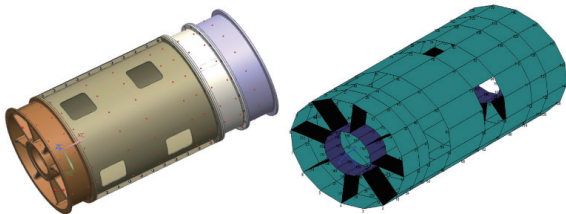


图4 机匣系统主节点布局

为了验证该减缩建模方法的精度,分别采用10阶、25

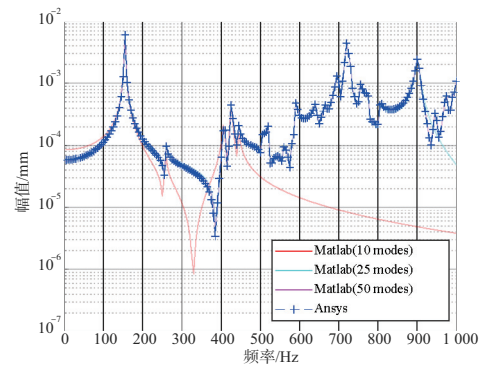
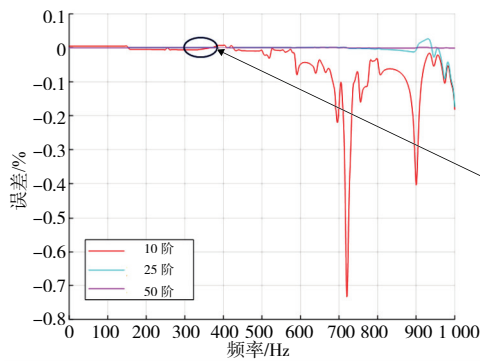


图5 减缩建模方法与Ansys直接法1000 Hz内频响应函数对比

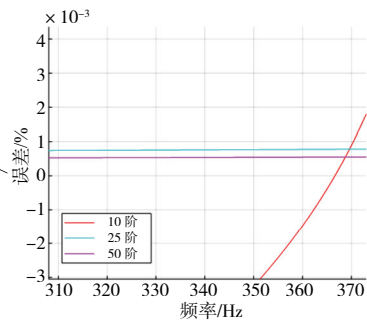


图6 采用不同模态数减缩建模计算与Ansys直接计算1000 Hz内频响函数的相对误差

采用3种不同模态数进行减缩计算所消耗的时间与Ansys直接求解响应耗时进行对比,结果如表1所示,证明了计算效率显著提高,同时也证明了增加模态截取数能保证运算效率的同时也能显著提高计算精度。因此在实际应用过程中,可根据分析频率的范围与精度要求,选择合适的模态数进行截断,既可保证较高的精度,又具有较高的计算效率。

阶和50阶模态进行减缩计算,并将其计算结果和Ansys直接法所求1000 Hz内的频响应函数对比,如图5所示。采用10阶、25阶和50阶模态所求得的频响应函数的误差如图6所示。当采用25阶模态进行计算时,在整机系统稳态响应求解过程中,求逆矩阵的维度60多万下降到了6000(25×240),运算规模大大降低。

图5和图6可以看出10阶模态数减缩计算求解的稳态响应的误差很大,而25阶模态数前800 Hz内和前50阶模态的减缩模型求解稳态响应,均具有非常高的精度,而800 Hz以后25阶模态数误差较大。这主要是由于结构的总响应是各阶模态以某种线性方式组合,也就是所有模态线性叠加的结果,由于在0~1000 Hz忽略了一些模态阶数,因此造成误差偏大。因此也可以看出在分析频率范围内选取适当的模态截断数,模态截断所带来的影响可以忽略。

表1 不同模态数减缩计算与Ansys直接计算所耗时间及结果相对误差

模态阶数	不同软件的计算时间		最大响应相对误差/%
	Matlab/s	Ansys/h	
10	79.73	3.25	77.500
25	79.93	3.25	0.094
50	82.01	3.25	0.076

对减缩后的模型进行任意点的工作变形预测和 Ansys 计算所得的工作变形部分振型如图 7 所示,两者的 MAC 如图 8 所示,可以看出减缩模型预测的结果与 Ansys

计算所得的结果相关性极高。因此,减缩模型能够准确地预测任意点的工作变形。

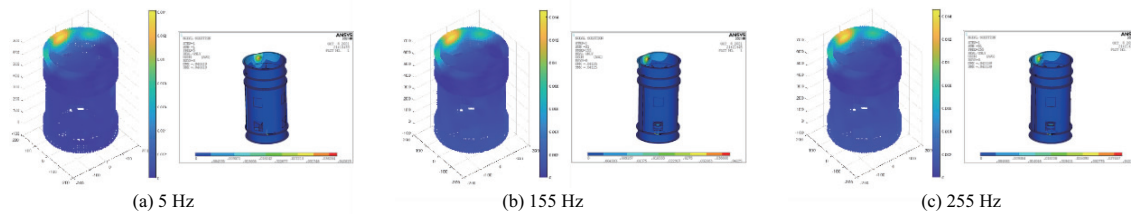


图7 工作变形云图

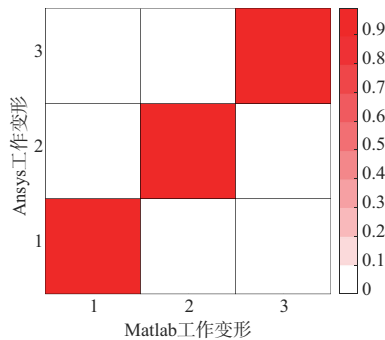


图8 Matlab 与 Ansys 工作变形相关分析

### 3 结语

本文提出了一种基于选取“主节点”的模型减缩方法,该方法不需对结构进行简化处理,只需通过对原始模型进行模态分析,获取其主节点的模态参数用于后续处理,运算规模也不再取决于整体系统的自由度数,而是只与主节点个数和选取的模态数有关。因此该方法显著提高了计算效率,同时具有极高的精度。由于模态截断对高阶模态影响较大,可以适当增加模态截断数以保证精确度,还能通过减缩模型预测任意点的工作变形。以某型航空发动机机匣结构为例进行了模型减缩,将采用不同模态数减缩后模型的计算与 Ansys 直接计算初始模型进行了对比分析。最大响应误差可以控制在 0.1% 内,验证了该减缩方法的准确性与可行性,同时也预测了任意点的工作变形,与 Ansys 所求得的工作变形相关性极高。本方法拓展了减缩模型的方法,对于进一步将模型减缩技术运用于实际工程具有一定的指导意义和实用价值。

#### 参考文献:

[1] WAGNER M B, YOUNAN A, WAGNER R P, et al. Model reduction methods for rotor dynamic analysis; MA survey and review [J]. International Journal of Rotating Machinery A, 2010; 273716

[2] DE LIMA A M G, BOUHADDI N, RADE D A, et al. A time-domain finite element model reduction method for viscoelastic linear and nonlinear systems [J]. Latin American Journal of Solids and Structures, 2015, 12(6): 1182-1201.

[3] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices [J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 380.

[4] IRONS B. Structural eigenvalue problems - elimination of unwanted variables [J]. AIAA Journal, 1965, 3(5): 961-962.

[5] FRISWELL M I, GARVEY S D, PENNY J E T. Model reduction using dynamic and iterated IRS techniques [J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 186(2): 311-323.

[6] O'CALLAHAN, J C. System equivalent reduction expansion process. a procedure for an improved reduced system (IRS) model [C]. Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference, Las Vegas: [s. n.], 1989.

[7] SANCHES F D, PEDERIVA R. Simultaneous identification of unbalance and shaft bow in a two-disk rotor based on correlation analysis and the SEREP model order reduction method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 433: 230-247.

[8] GUEDRI M, BOUHADDI N, MAJED R. Reduction of the stochastic finite element models using a robust dynamic condensation method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 297(1/2): 123-145.

[10] DE LIMA A M G, BOUHADDI N, RADE D A, et al. A time-domain finite element model reduction method for viscoelastic linear and nonlinear systems [J]. Latin American Journal of Solids and Structures, 2015, 12(6): 1182-1201.

[11] GONÇALVES D F, DA FONSECA L A Jr, DE REZENDE S M F, et al. Reduction model methods applied of mechanical nonlinear system [C] // Proceedings of the XXXVI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Rio de Janeiro, Brazil; ABMEC Brazilian Association of Computational Methods in Engineering, 2015.

[12] KIM H G, CHO M. Study on the system reduction under the condition of dynamic load [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2013, 27(1): 113-124.

收稿日期: 2022-10-08