

考虑应力位移相关性的某撒砂装置结构可靠性分析

郑铭海¹,盛自强²,宫琦³,杨雨晨⁴

(1. 黄河科技学院 应用技术学院,河南 济源 454650; 2. 合肥中车轨道交通车辆有限公司,安徽 合肥 230011;
3. 大连交通大学 机车车辆工程学院,辽宁 大连 116028; 4. 中车南京浦镇车辆有限公司,江苏 南京 210031)

摘 要:为解决结构在考虑应力-位移相关性条件下的可靠度计算问题,提出一种基于 Copula 函数的结构可靠度计算方法。建立结构的有限元模型,分析结构在工作条件下的静态响应;利用 APDL 语言建立结构参数化分析模型,并对其进行试验设计;分别拟合应力、位移与不确定性因素间的响应面模型,利用蒙特卡洛方法获取结构性能仿真数据,计算 Gaussian-Copula 函数的相关系数,并根据所建立的可靠性分析模型进行结构可靠度分析;以某型号撒砂装置为例进行可靠度分析,并与未考虑相关性条件下的计算结果进行对比。对比结果表明:考虑相关性后结构可靠度小于未考虑相关性时的结果,且与仅考虑两目标的结果误差分别为 2.25% 及 1.12%。该结论可供实际机械结构的可靠性评估参考。

关键词:Copula 函数;相关性;可靠度;有限元

中图分类号:TH114;U268.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2023)01-0037-05

Structural Reliability Analysis of Sanding Device Considering Correlation between Stress and Displacement

ZHENG Minghai¹, SHENG Ziqiang², GONG Qi³, YANG Yuchen⁴

(1. College of Applied Technology, Huanghe S & T University, Jiyuan 454650, China; 2. Hefei CRRC Rolling Stock Co., Ltd., Hefei 230011, China; 3. School of Locomotive and Rolling Stock Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China; 4. CRRC Nanjing Puzhen Co., Ltd., Nanjing 210031, China)

Abstract: In order to solve the problem of structural reliability calculation considering stress displacement correlation, a structural reliability calculation method based on Copula function is proposed. The finite element model of the structure is established to analyze the static response of the structure under working conditions. By APDL language, the structural parametric analysis model is built, on which the experimental design is carried out. On this basis, the response surface models between stress, displacement and uncertain factors are fitted respectively, and the structural performance simulation data are obtained by Monte Carlo method to calculate the correlation coefficient of Gaussian-Copula function. According to the established reliability analysis model, the structural reliability is analyzed. The reliability of a certain type of sanding device is analyzed and compared with the calculation results without considering the correlation. The comparison results show that the structural reliability after considering the correlation is less than that without considering the correlation, and the errors with the results considering only the two objectives are 2.25% and 1.12% respectively. The conclusion provides reference for the reliability evaluation of practical mechanical structures.

Keywords: Copula function; correlation; reliability; finite element

0 引言

撒砂装置是铁道车辆在恶劣天气运行时,确保轮轨间有一定黏着力的重要转向架组成部件,其工作安全性及可靠性会直接影响列车运行性能^[1-2]。由于工作载荷的严酷性及转向架设计空间有限,须在确保结构静强度安全性的条件下避免转向架产生干涉。因此,分析撒砂装置在考虑静强度及位移失效模式条件下的可靠性,对列车运行安全性的提升具有重要的实用价值。

近年来,Copula 函数在分析多失效模式下的结构可靠

性领域展现出一定优势,尤其在分析可靠度与不确定性因素间的关系、量化不同失效模式相关性等方面获得了大量成果。金聪鹤等^[3]考虑载荷时变效应的相关性,基于 Copula 函数建立了一种关联载荷作用下的桥梁时变可靠性模型,并通过实例验证了模型的合理性;DONG Z Q 等^[4]将 Copula 函数与实测数据相结合,建立了考虑降雨及地震强度的联合概率模型,并分析了两因素共同作用下的建筑结构可靠性;ANDRADE B B 等^[5]提出了一种新型的 Copula 函数的参数估计方法,并通过计算验证了方法的有效性;FANG G Q 等^[6]针对多变量退化的问题,构建了考虑相关退化过程的 Copula 函数框架,并在可靠性评

基金项目:辽宁省教育厅自然科学研究项目(2021JDL032)

第一作者简介:郑铭海(1999—),男,河南滨河人,研究方向为车辆结构性能分析及可靠性优化。

估领域得到了成功应用;胡启国等^[7]基于极大似然估计法和 AIC 信息识别准则,提出了一种基于 Copula 函数的多失效模式问题降维分析方案;祁辉等^[8]对多部件串联系统下应力-强度可靠性问题,利用多元 Copula 度量变量之间的关联性;姜潮等^[9]提出一种基于 Copula 的证据理论相关性分析模型及结构可靠性计算方法;唐小松等^[10]提出不完备概率信息条件下构造 Copula 的方法;TANG J Y 等^[11]给出了 Copula 相关标量参数的估计方法和选择准则。

本文以某撒砂装置为研究对象,根据有限元理论,建立撒砂装置有限元模型,同时获取结构在运行工况下的应力及位移响应,进而利用 APDL 语言编制结构可靠性分析文件,并在 Workbench 平台中开展试验设计,便于构建两种响应与结构参数间的内在关系,利用 Copula 理论,揭示两种响应间的内在关联性,计算考虑失效模式相关性下的结构可靠度,并与未考虑相关性时的结果进行对比,为进一步提升撒砂装置的可靠性提供一定理论指导。

1 基于 Copula 函数的结构可靠性模型

1.1 Coupla 函数

Copula 函数是 SKLAR A 提出的一种描述多维边缘分布间内在关系的连接模型^[12],其基本思想是在已知 n 维边缘分布的前提下,通过参数估计的方法,量化各个边缘分布间的内在联系,并构建它们之间的联合分布函数。通常情况下,这种联合分布函数可以表示为

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) = C[F_1(X_1), F_2(X_2), \dots, F_n(X_n), \rho] \quad (1)$$

式中: $X_i(i=1, 2, \dots, n)$ 为 n 维随机变量; $F(\cdot)$ 为 n 维随机变量的联合分布函数; $F_i(X_i)$ 为变量 X_i 的边缘分布; $C(\cdot, \rho)$ 为 Copula 函数的一般形式; ρ 为 Copula 函数的相关性参数。

考虑到绝大多数实际机械结构参数服从正态分布的特点,为了确保 Copula 函数拟合前后数据分布的一致性,选取 Gaussian-Copula 作为样本数据联合分布函数构建的基本形式,其函数表达式为

$$C(U, V, \rho) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(U)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(V)} \frac{\exp\left[\frac{-x^2 + 2\rho xy - y^2}{2(1-\rho^2)}\right]}{2\rho \sqrt{(1-\rho^2)}} dx dy \quad (2)$$

式中: U, V 为 $[0, 1]$ 上的均匀分布随机数; x, y 为自变量; $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为函数的逆分布。

1.2 结构可靠性分析模型

结构可靠性理论是以结构功能函数为基础,量化结构在实际服役条件下工作可靠性的方法。其中结构功能函数 Z 通常可表示为

$$Z = \hat{S} - S \quad (3)$$

式中: $\hat{S}$ 为结构广义强度; S 为结构广义应力。当 $Z < 0$ 时,说明结构处于工作失效状态。

通常情况下,受到加工误差的影响, $\hat{S}$ 与 S 均存在一定加工误差,使二者成为影响结构可靠性的不确定性因素。为了衡量不确定性因素对结构工作可靠性的影响,大量的试验仿真数据是确保分析结果准确性的前提。为了缩减实际试验产生的高昂成本,数值仿真手段逐渐被广泛地应用于结构可靠性分析中,其中蒙特卡洛法的计算精度是认可程度最高的方法之一^[13-14],其结构失效概率 P_f 可表述为

$$P_f = \frac{m}{M} \quad (4)$$

式中: m 为功能函数 $Z < 0$ 的次数; M 为抽样次数。

若同时考虑两个失效模式对结构工作可靠性的共同影响,则分别利用蒙特卡洛法,获取两种失效模式在结构实际服役工况下的大量样本数据,计算两种失效模式样本数据的 Pearson 相关系数,其计算式为

$$\rho_{U,V} = \frac{E(UV) - E(U)E(V)}{\sqrt{E(U^2) - E(U)^2} \sqrt{E(V^2) - E(V)^2}} \quad (5)$$

式中: $\rho_{U,V}$ 为两失效模式相关系数; $E(\cdot)$ 为数学期望; U 与 V 为两种失效模式的样本数据。

将式(5)代入 Copula 函数中,得到考虑失效模式相关性条件下的结构可靠度 R 计算公式为

$$R = 1 - P_{U/V} - P_{V/U} + C(U, V, \rho_{U,V}) \quad (6)$$

式中: $P_{U/V}$ 、 $P_{V/U}$ 分别为单独考虑失效模式 U 、 V 条件下的结构失效概率。

综上,本文考虑应力与位移相关性的结构可靠性分析流程如图 1 所示。

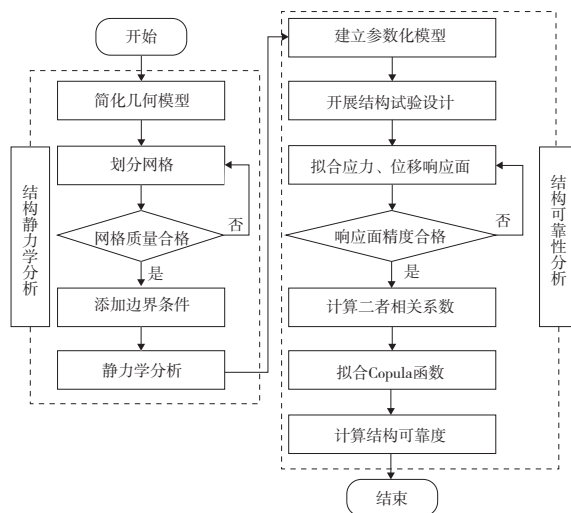


图1 结构可靠性分析技术流程图

2 撒砂装置有限元分析

某型号撒砂装置由支座、出砂导管、连接板等部件构成,为获取该装置在实际工况下的精确力学响应,同时便于后续结构参数化模型的建立,基于有限元理论,利用 HyperMesh 平台建立该装置的有限元模型,并赋予结构实际的材料属性。其中有限元模型共 17 528 个单元、17 391 个节点,如图 2 所示。

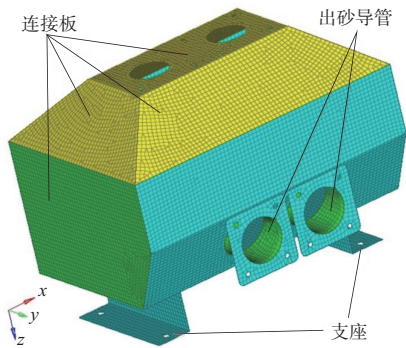


图2 撒砂装置的有限元模型

为了分析该结构在实际运行工况下的具体静力学响应,同时便于直观判断该结构在外部静载作用下的结构安全性,在支座4个圆孔处施加全约束,并在整体模型施加3个方向上的加速度载荷工况,各方向的具体载荷数值见表1。

表1 载荷工况列表 单位: $\text{mm} \cdot \text{s}^{-2}$

载荷方向	载荷数值
x	29 430
y	29 430
z	24 525

根据表1所示载荷工况,利用 ANSYS 有限元分析平台,计算撒砂装置在实际运行工况下的静力学响应,同时获取响应最大值发生位置。得到的结构位移及应力云图分别如图3、图4所示。

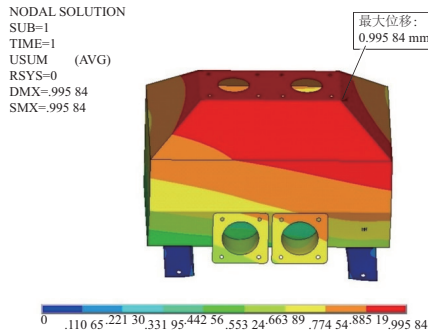


图3 位移云图分布

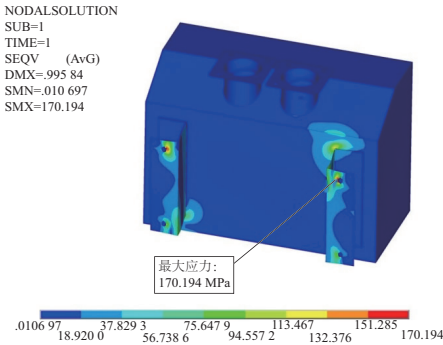


图4 应力云图分布

由图3及图4可知,结构的最大位移响应为0.995 84 mm,其最大位置出现在砂箱3个连接板的交叉处,并且远离支座约束圆孔处;结构的最大应力响应为170.194 MPa,其最大位置出现在砂箱约束圆孔处。该原因在于结构在受到外部载荷的作用下,由于支座圆孔处采用全约束方式,为了保证局部的受力平衡,在其局部产生了较大的反作用力,导致该处所受的局部应力增大,最大值达到170.194 MPa,而根据力学原理,为了维持结构整体的力矩平衡,需在结构约束的远端产生一定的位移,从而平衡结构约束处产生较大内力,因此在远离支座约束圆孔处产生了0.995 84 mm的位移量。

3 撒砂装置响应面函数建立

在实际结构加工制造过程中,由于加工环境、技术等多种因素的限制,导致实际产品的组成参数必然会产生一定波动,引起结构的静态响应发生变化,最终导致产品失效,降低结构工作可靠性。为了衡量结构参数变化对结构可靠性的影响,需先构建出能够合理表征参数与响应二者关系的数学模型,从而利于后续产品可靠性的分析。

以撒砂装置的有限元模型为基础,利用 APDL 语言编写结构参数化分析文件,基于结构参数正态分布假设,以 Workbench 分析平台为依托,对撒砂装置开展试验设计。以获取能够涵盖参数全波动范围下的结构静态响应,确保后续建立的数学模型能够全方面反映结构静态响应的变化情况。

根据撒砂装置结构参数的组成情况并考虑后续表述问题的便捷性,以 T_1 、 T_2 、 T_3 表示结构的不确定参数,即3种板件厚度,以 S_{tress} 表示结构最大应力响应,以 D_{isp} 表示结构最大位移响应,通过 Workbench 开展的实验设计过程及其对应结果见表2。

表2 撒砂装置试验设计过程及结果

序号	T_1/mm	T_2/mm	T_3/mm	S_{tress}/MPa	D_{isp}/mm
1	3.00	5.00	10.00	170.19	0.99
2	2.53	5.00	10.00	167.82	0.98
3	3.46	5.00	10.00	172.56	1.01
4	3.00	4.22	10.00	228.98	1.50
5	3.00	5.77	10.00	132.90	0.70
6	3.00	5.00	8.45	152.59	0.90
7	3.00	5.00	11.54	187.80	1.09
8	2.62	4.37	8.74	194.49	1.25
9	3.37	4.37	8.74	199.50	1.28
10	2.62	5.62	8.74	125.69	0.68
11	3.37	5.62	8.74	128.74	0.70
12	2.62	4.37	11.25	231.88	1.48
13	3.37	4.37	11.25	236.89	1.50
14	2.62	5.62	11.25	148.30	0.79
15	3.37	5.62	11.25	151.36	0.81

基于表2得到的撒砂装置试验结果,以最小二乘法原理为基础,分别拟合结构应力、位移与不确定性因素间的数学模型,得到的拟合结果分别为

$$S_{\text{tress}_1} = 515.42 + 17.51T_1 - 185.10T_2 + 35.73T_3 - 2.07T_1T_2 + 0.01T_1T_3 - 4.63T_2T_3 - 0.32T_1^2 + 17.64T_2^2 - 0.03T_3^2 \quad (7)$$

$$D_{\text{isp}_1} = 4.98 + 0.10T_1 - 1.82T_2 + 0.26T_3 - 0.01T_1T_2 - 0.01T_1T_3 - 0.04T_2T_3 - 0.01T_1^2 + 0.17T_2^2 - 0.01T_3^2 \quad (8)$$

式中: S_{tress_1} 为结构应力数学模型; D_{isp_1} 为结构位移数学模型。

为了检验模型的拟合精度,以确保后续分析结果的合理性,将表2中不确定性参数组合的样本数据分别代入式(7)与式(8),得到基于数学模型的结构静态响应计算结果,进而计算应力与位移数学模型的决定系数 R^2 值,其计算公式为

$$R_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2}{\sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2 + \sum_{i=1}^n (\bar{y}_j - \bar{y}_j)^2} \quad (j = S_{\text{tress}} \text{ 或 } D_{\text{isp}}) \quad (9)$$

式中: n 为样本数据个数; R_j^2 为应力或位移数学模型的决定系数,其值越接近1说明模型拟合精度越佳; y_{ij} 为数学模型计算的应力或位移值; $\bar{y}_j$ 为试验设计计算的应力或位移值; $\bar{y}_j$ 为确定性分析下结构应力或位移均值。

通过计算,得到结构应力及位移数学模型的决定系数分别为0.9987及0.9998,且皆趋近于1,说明二者拟合精度已达到要求,可用于后续分析。同时为了更加直观显示模型拟合结果的优越性,将数学模型及试验设计所获结果分别进行对比,得到结果如图5及图6所示。

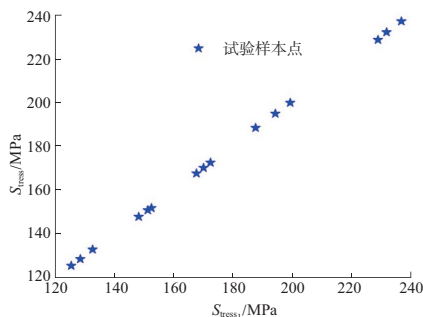


图5 应力结果对比

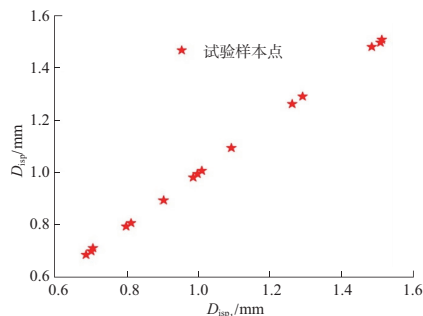


图6 位移结果对比

由图5及图6可知,所获试验样本点皆分布在45°斜

线附近,该结果反映了试验设计与数学模型计算结果的一致性,进一步印证了数学模型拟合的精确性。

4 撒砂装置结构可靠性分析

为了分析撒砂装置受不确定性参数的影响,获取结构在实际工作条件下的可靠度,以式(7)及式(8)展示的数学模型为基础,分别赋予3种不确定性变量符合实际条件的概率分布特征,具体参数特征值见表3。

表3 不确定性参数概率分布特征值

不确定性参数	均值/mm	变异系数	分布类型
T_1	3.00	0.05	正态分布
T_2	5.00	0.05	正态分布
T_3	10.00	0.05	正态分布

根据表3中参数的概率分布特征值,利用蒙特卡洛仿真方法对不确定性参数进行抽样处理,以便利用其基本原理获取结构的可靠度。但蒙特卡洛仿真结果与抽样样本量的多少存在直接关系,为了确保结构可靠度计算结果的准确程度,利用MATLAB软件编写相关程序,得到结构可靠度结果随样本量的变化趋势如图7所示。在计算应力可靠度的过程中,其广义强度为结构材料屈服强度235 MPa,在计算位移可靠度的过程中,其广义强度取避免结构产生干涉的位移量1.35 mm。

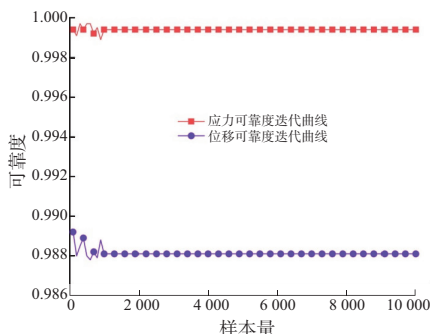


图7 可靠度迭代曲线

由图7可知,当样本量达到1000次时,应力及位移可靠度的迭代曲线分别达到0.9991及0.9880,且随着样本量的不断递增,可靠度结果不再产生明显的波动,可认为计算结果已能够合理反映结构的实际可靠度。产生该现象的原因为不确定性参数取值具有一定的波动范围,当抽取的样本量较少时,所获取的符合不确定参数分布特征值的样本较少,无法保证抽取的样本能够充分反映参数的波动效应。随着抽取样本数量的增多,所获取的参数样本点数量亦随之增加,此时在参数的全波动范围内,均能抽取一定数量的样本点参与计算,使得可靠度计算结果逐渐趋于稳定。

为了进一步分析撒砂装置在考虑应力及位移相关性条件下的结构可靠性,以为撒砂装置的结构性能评估提供更深层次的指导价值。基于蒙特卡洛抽样获取的应力及位移样本数据,探究二者之间的相关性,从而为后续确

定 Copula 函数系数做铺垫。位移-应力二者的抽样数据如图 8 所示。

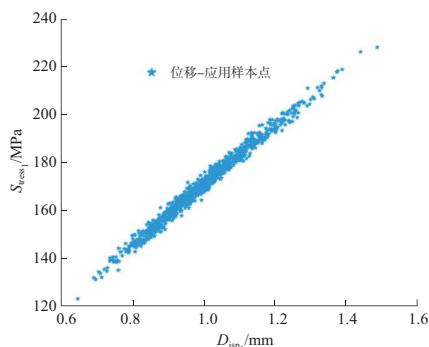


图 8 位移-应力样本数据

由图 8 可知,位移-应力二者的样本数据皆集中分布在 45°斜线两侧的狭小区域内,表明两种因素存在极高的相关性,单独考虑一种因素对结构工作可靠性的影响不足以全面反映撒砂装置在实际工况下的工作性能。因此,以该组抽样数据为接触,利用式(5)计算两种因素间的相关系数为 0.993 1,并将其代入式(2)中,获取两种因素的联合分布函数,其图像如图 9 所示。

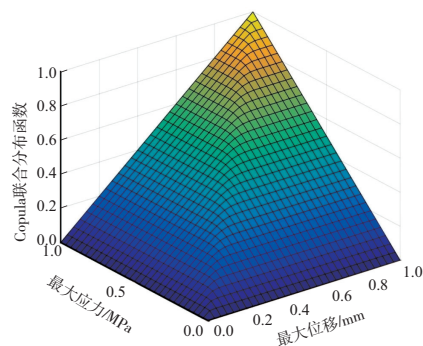


图 9 Copula 联合分布函数图

基于此,利用式(6)展示的结构可靠性模型,计算考虑两因素相关性条件下的结构可靠度,并将结果与单独考虑各个因素作用下的结果进行对比,得到对比结果见表 4。

表 4 结构可靠度结果对比

计算条件	可靠度
仅考虑应力	0.999 1
仅考虑位移	0.988 0
考虑应力-位移相关性	0.977 1

由表 4 可知,在考虑应力-位移相关性条件下,撒砂装置的结构可靠度为 0.977 1,皆低于单独考虑应力、位移条件下的结构可靠度,误差分别为 2.25% 及 1.12%。

5 结语

1) 建立撒砂装置有限元模型,分析该装置在实际运行工况下的静态响应,得到其最大应力响应为 170.194 MPa,小于屈服强度 235 MPa;最大位移响应为 0.995 84 mm,小于

设计极限值 1.35 mm,表明该装置在确定性参数条件下能够安全运行。

2) 构建了未考虑目标相关性条件下的结构可靠性模型,利用蒙特卡洛计算原理,得到结构在仅考虑应力条件下的可靠度为 0.999 1,在仅考虑位移条件下的可靠度为 0.988 0,表明参数的不确定性对结构工作可靠性产生了不容忽视的影响。

3) 建立了考虑应力-位移相关性条件下的结构可靠性模型,得到在该条件下结构可靠度为 0.977 1,均低于仅考虑各目标单独作用下的计算结果,且与仅考虑应力、位移条件下的结果误差分别为 2.25% 及 1.12%,表明考虑目标关联性对最终可靠度评价结果产生了影响。该结论可为其他机械结构工作可靠性的评估提供一定参考。

参考文献:

- [1] 王爽. 某型动车组转向架撒砂装置螺纹连接系统安全可靠性研究[J]. 铁道学报, 2019, 41(11): 36-41.
- [2] 邹洪伟, 杨中林, 杨凯, 等. 不同边界条件撒砂装置可靠性试验研究[J]. 机械设计与制造, 2017(11): 209-211.
- [3] 金聪鹤, 钱永久, 徐望喜, 等. 考虑关联荷载验证时变抗力的桥梁结构可靠度评估方法[J]. 振动与冲击, 2021, 40(15): 146-155.
- [4] DONG Z Q, LI G, LU G H, et al. Copula-based joint probabilistic model of earthquakes and rain for the failure assessment of masonry-adobe structures[J]. Journal of Building Engineering, 2021, 42: 102821.
- [5] ANDRADE B B, NASCIMENTO A R, RATHIE P N. Parametric and nonparametric inference for the reliability of copula-based stress-strength models[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2020, 36(7): 2249-2267.
- [6] FANG G Q, PAN R. On multivariate copula modeling of dependent degradation processes[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 159: 107450.
- [7] 胡启国, 周松. 基于 Vine Copula 模型的失效相关机械零件可靠性分析[J]. 机械强度, 2019, 41(6): 1365-1371.
- [8] 祁辉, 魏毅. 基于多元 copula 函数的串联系统应力-强度模型可靠度的非参数估计[J]. 武汉大学学报(理学版), 2018, 64(3): 269-277.
- [9] 姜潮, 张旺, 韩旭. 基于 Copula 函数的证据理论相关性分析模型及结构可靠性计算方法[J]. 机械工程学报, 2017, 53(16): 199-209.
- [10] 唐小松, 李典庆, 周创兵, 等. 联合分布函数构造的 Copula 函数方法及结构可靠度分析[J]. 工程力学, 2013, 30(12): 8-17, 42.
- [11] TANG J Y, HE P, CHENG S J. Copula reliability calculation model for K/N (F) systems considering failure correlation[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 446/447: 1045-1051.
- [12] SKLAR A. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges[J]. Publications de l'Institut de statistique de l'Université de Paris, 1959, 8: 229-231.
- [13] 智鹏鹏, 王悦东, 汪忠来, 等. 基于 IDEPSO-SS 的多工况转向架构架可靠性分析[J]. 中国铁道科学, 2021, 42(2): 134-143.
- [14] 王晶, 周燕飞, 陈海松, 等. 重型货物空投偏摆式脱离锁可靠度仿真分析[J]. 机械制造与自动化, 2021, 50(5): 91-94, 102.

收稿日期: 2021-10-12