

# 基于 Cosserat 力学理论的仿生机械臂建模

陈明航,杨晓英

(南阳职业学院,河南 南阳 474500)

**摘要:**针对软体动物运动不确定性导致建模难度大的问题,基于 Cosserat 力学理论构建章鱼仿生机械臂运动学方程和动力学方程,分别采用数值法和 Newton-Euler 迭代法对方程进行求解,得到仿生机械臂的运动轨迹;搭建章鱼仿生机械臂实验平台进行验证。结果表明:章鱼仿生臂末端的运动误差与理论误差坐标相差 7.2 mm,位移误差和速度误差逐步趋近于 0。验证了模型及求解方法的可行性,为解决软体机械臂建模的不确定性提供新的参考。

**关键词:**章鱼仿生臂; Cosserat 力学理论; Newton-Euler 迭代算法; 运动学方程; 动力学模型

**中图分类号:**TH113 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2023)02-0096-05

## Modeling of Biomimetic Manipulator Based on Cosserat Mechanics Theory

CHEN Minghang, YANG Xiaoying

(Nanyang Vocational College, Nanyang 474500, China)

**Abstract:** To overcome the difficulty in modeling caused by the uncertainty of mollusc motion, the kinematics and dynamics equations of Octopus bionic manipulator are constructed based on the discretization characteristics of Cosserat mechanics theory, and numerical method and Newton-Euler iterative method are applied respectively to solve the equations, so as to obtain the motion trajectory of the bionic manipulator. The experimental platform of Octopus bionic manipulator is built for verification. The results show that the motion error of the octopus bionic arm end is 7.2 mm different from the theoretical error coordinate; the displacement error and velocity error of Octopus bionic arm gradually approach zero, which verifies the feasibility of above-mentioned models and equations, and provides new reference for solving the uncertainty of software manipulator modeling.

**Keywords:** octopus bionic arm; Cosserat's mechanical theory; Newton-Euler iterative algorithm; kinematic equation; dynamic model

## 0 引言

软体机器人作为工业机器人的重要组成,凭借其安全性和灵活性,被广泛应用于现代制造技术中。软体机器人主要为柔软性材料制成,其结构可连续变形,具有柔顺性和灵活性的特点<sup>[1]</sup>。凭借该特点,国内外学者进行了大量的实践和学术探索,2018年英国的 ALTHOEFE 提出一种仿章鱼机器人,通过压力空气驱动在水中实现扭转、前进等动作<sup>[2]</sup>;美国的 ZATOPA 等提出一种软体 6 足机器人,该软体 6 足机器人的特点在于可由 3D 打印而成,且以电流变流体作为工作介质<sup>[3]</sup>;2019 年意大利提出仿卷须的软体机器人,该机器人通过控制半透膜两侧的渗透压产生驱动;上海交大的谷国迎等设计了一款软体的爬壁机器人,能以 0.75 倍的身长进行攀爬和转弯<sup>[4]</sup>。以上为软体机器人的研究提供了大量数据,但如何对软体机器人建模一直是难点,这是因为软体材料赋予软体机器人柔顺性和灵活性的同时,运动也存在不确定性。目前,对软体机械臂建模主要有基于实验的半经验模型、分段建模和基于 Cosserat 力学理论建模。其中,基于 Cosserat 力学理论更

离散化,更适用于软体机器人建模。因此,基于 Cosserat 力学理论建立仿生软体机械臂模型,并通过搭建样机对机械臂模型进行验证。

## 1 仿生机械臂建模

### 1.1 运动学建模

#### 1) 仿生机械臂的运动学方程

本仿生机械臂以章鱼为对象,具体结构如图 1 所示,由硅胶浇筑而成,通过 4 根柔性线缆驱动,通过向线缆一端施加压力,实现机械臂的变形控制。



图 1 仿生章鱼机械臂

**基金项目:**河南省高校人文社会科学研究一般项目(2022-ZZJH-151);2021 年度南阳市哲学社会科学规划项目(222)

**第一作者简介:**陈明航(1987—),男,河南南阳人,讲师,硕士,研究方向为机械设计。

为描述图 1 中软体机械臂驱动的变形情况,利用 Cosserat 力学离散化的特点,构建仿生机械臂运动学模型。在 Cosserat 力学理论中,材料粒作为一个刚性单元,可平移和旋转。因此,将软体臂中的每个刚性单元看作一组矢量。同时,为计算章鱼截面面积,设弧长为  $s$ 。由此,在局部参考坐标系内,设坐标系内的三矢量分别为  $\mathbf{t}(s)$ 、 $\mathbf{n}(s)$  和  $\mathbf{b}(s)$ 。三矢量存在以下关系:

$$\mathbf{b}(s) = \mathbf{t}(s) \times \mathbf{n}(s) \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{b}(s)$  表示单位矢量;  $\mathbf{n}(s)$  垂直于矢量  $\mathbf{t}(s)$ , 表示位置矢量;  $\mathbf{t}(s)$  与梁的中心线相切。

设  $\mathbf{t}_u = (t, n, b)^T$ ,  $\boldsymbol{\omega} = (\tau, \xi, k)$ , 根据 Cosserat 力学理论, 可得

$$\frac{d\mathbf{t}_u}{ds} = [\boldsymbol{\omega}^*]^T \mathbf{t}_u \text{diag}(1+q(s)) \quad (2)$$

式中  $[\boldsymbol{\omega}^*]$  是  $\boldsymbol{\omega}$  的反对称张量矩阵。

根据式(2), 得软体臂在三维空间中的运动学方程, 具体如式(3)所示。

$$\begin{cases} d\mathbf{t}(s)/ds = k(s)(1+q(s))\mathbf{n}(s) - \xi(s)(1+q(s))\mathbf{b}(s) \\ d\mathbf{n}(s)/ds = \tau(s)(1+q(s))\mathbf{b}(s) - k(s)(1+q(s))\mathbf{t}(s) \\ d\mathbf{b}(s)/ds = \xi(s)(1+q(s))\mathbf{t}(s) - \tau(s)(1+q(s))\mathbf{n}(s) \\ d\mathbf{u}(s)/ds = (1+q(s))\mathbf{t}(s) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\tau(s)$  是对应于  $\mathbf{t}(s)$  的挠率;  $k(s)$ 、 $\xi(s)$  分别为  $\mathbf{b}(s)$ 、 $\mathbf{n}(s)$  轴的曲率;  $q(s)$  为软体臂长度方向上的纵向应变;  $\mathbf{u}(s)$  为质心的位置矢量。

根据运动平衡原理, 结合超弹性材料的本构方程, 可以得到:

$$EA(s)q(s) = l(s) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} GI(s) & 0 & 0 \\ 0 & EJ(s) & 0 \\ 0 & 0 & EJ(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau(s) \\ \xi(s) \\ k(s) \end{bmatrix} = \mathbf{M}(s) \quad (5)$$

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{-\tau(GI + 2y_c \dot{y}_c \sum_{i=1}^4 T_i) - k\xi y_c^2 (T_1 - T_2 + T_3 - T_4) + ky_c (T_2 - T_4) + \xi y_c (T_1 - T_3)}{GI + y_c^2 \sum_{i=1}^4 T_i} \quad (9)$$

$$\frac{d\xi}{ds} = \frac{-\xi[EJ + 2y_c \dot{y}_c (T_2 + T_4)] - \tau ky_c^2 (T_2 + T_4) + \tau y_c (T_3 - T_1) + y_c (T_4 - T_2)}{EJ + y_c^2 (T_2 + T_4)} \quad (10)$$

$$\frac{dk}{ds} = \frac{-k[EJ + 2y_c \dot{y}_c (T_1 + T_3)] - \tau \xi y_c^2 (T_1 + T_3) + \tau a (T_4 - T_2) + y_c (T_1 - T_3)}{EJ + y_c^2 (T_1 + T_3)} \quad (11)$$

$$q(s) = [ky_c (T_1 - T_3) + \xi y_c (T_4 - T_2) - \sum_{i=1}^4 T_i] / EA \quad (12)$$

## 2) 形变微分方程求解

运用式(3)描述软体臂的空间形状, 首先要对以上常微方程进行求解, 得变形参数  $\tau(s)$ 、 $k(s)$ 、 $\xi(s)$ 、 $q(s)$ , 然后根据式(3)前三项来确定软体臂的末端姿态, 通过式(3)末项进行积分计算, 确定软体臂的末端位置。采用数值方法确定软体臂的变形状态。但考虑到对式(9)~式(11)进行积分运算所得的曲率、挠率均是以数值向量表示, 而式(3)中的  $\tau$ 、 $\xi$ 、 $k$  为常数值, 只有获得  $\tau$ 、 $\xi$ 、 $k$  的封闭解析表达式, 才能对式(3)展开求解。为此, 对式(9)~

式(11)进行简化处理, 建立  $\tau(s)$ 、 $k(s)$ 、 $\xi(s)$ 、 $q(s)$  的解析表达式, 从而精确描述软体臂的形变情况。具体则是设  $\tau(s) = 0$ , 且令:

$$d\xi/ds = -\xi EJ / [EJ + a^2 (T_2 + T_4)] \quad (13)$$

$$dk/ds = -k EJ / [EJ + b^2 (T_1 + T_3)] \quad (14)$$

对上式求积分, 确定  $\xi(s)$ 、 $k(s)$  的解析表达式。

把式(13)和式(14)代入式(12)中, 得软体臂纵向应变  $q(s)$  的解析表达式。

对式(5)求导, 得参数  $\tau(s)$ 、 $\xi(s)$ 、 $k(s)$  的微分方程:

$$\begin{bmatrix} GI(s) & 0 & 0 \\ 0 & EJ(s) & 0 \\ 0 & 0 & EJ(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\tau}{ds} \\ \frac{d\xi}{ds} \\ \frac{dk}{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} GI(s) & 0 & 0 \\ 0 & EJ(s) & 0 \\ 0 & 0 & EJ(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau(s) \\ \xi(s) \\ k(s) \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{M}}(s) \quad (6)$$

实践认为, 在忽略线缆驱动产生的摩擦力基础上, 驱动力是引起软体臂变形的的主要原因。对此, 为求解线缆末端的负载, 将其等效为对称分布负载  $\frac{T_i dt_{ci}}{ds}$ , 方向与内接触面垂直。利用分布载荷等效代替点负载, 从而简化受力过程。由此, 软体臂的本构方程为

$$\frac{d\mathbf{M}_i(s)}{ds} = -T_i \mathbf{t}_{ci}(s) \times [1+q(s)] \mathbf{t}(s) - T_i \frac{dt_{ci}}{ds} \times [\mathbf{u}(s) - \mathbf{u}_{ci}(s)] \quad (7)$$

$$l_i(s) = -T_i \mathbf{t}_{ci}(s) \cdot \mathbf{t}(s) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{t}_{ci}(s) = \frac{d\mathbf{u}_{ci}}{ds}$ , 为线缆的切向矢量;  $-T_i \mathbf{t}_{ci}(s)$  为端点的点负载。

将上式代入式(4)和式(6), 得线缆驱动下软体臂形变微分方程:

联合式(9)以及曲率-挠率的关系,最终得到  $\tau(s)$  的近似表达式。

体质量  $m = 142\text{ g}$ , 结构尺寸如图 4 所示。

## 1.2 动力学建模

### 1) 旋量理论的动力学方程

仿生机械臂运动模型如图 2 所示。

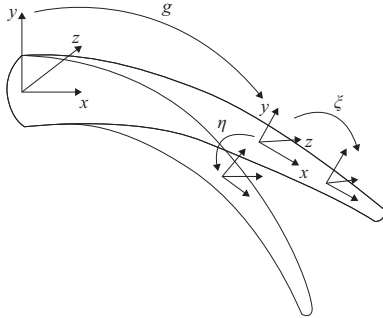


图 2 仿生机械臂运动模型

定义曲线  $g(s, t)$  的切矢量为<sup>[4]</sup>

$$\hat{\xi}(s, t) = g^{-1} \partial g / \partial s = g^{-1} g' \in se(3) \quad (15)$$

式中:  $se(3)$  表示李代数, 符号  $\wedge$  表示矢量与李代数之间的同构变换,  $\hat{\xi} = [k(x), q, 0^T, 0] \in se(3)$ , 表示应变旋量的标准  $4 \times 4$  形式;  $\xi = [k, q] \in R^6$ , 表示一般矢量形式<sup>[5]</sup>;  $t$  表示时间;  $g'$  表示机械臂空间位姿关于弧长参数  $s$  的导数<sup>[6]</sup>。

空间配置曲线  $g(s, t)$  关于时间变化速度旋量矢量场  $\hat{\eta}(s, t) \in R^6$  表示为

$$\hat{\eta}(s, t) = g^{-1} \partial g / \partial t = g^{-1} \dot{g} \quad (16)$$

根据混合偏导数等式和时间  $t$  的求导公式, 得仿生臂运动的加速度为

$$\dot{\eta}' = \ddot{\xi} - ad_{\xi}^* - ad_{\xi} \dot{\eta} \quad (17)$$

式中:  $ad_{\xi} = ad^*(\xi)$  表示李代数伴随算子, 同时也表示向量空间的李运算伴随;  $ad_{\xi} = [k(x), 0, q(x), k(x)]$ ;  $ad_{\xi}^*$  表示余伴随。

根据动力学旋量和牛顿力学平衡原理<sup>[7-10]</sup>, 得  $g(s, t)$  关于时间求导的连续性动力学方程为

$$\omega \dot{\eta} + ad_{\eta}^*(\omega \eta) = F' + ad_{\xi}^* F_i + F_a + F_e + F_f \quad (18)$$

式中:  $\omega \in R^6 \otimes R^6$  为惯性旋量矩阵;  $F_i, F_a, F_e, F_f$  分别表示弹性内力、线驱动均布负载、外部环境负载和内部摩擦力。

### 2) 动力学方程求解

考虑到式(18)与拉格朗日方程结构相似, 存在计算量大的问题, 因此采用 Newton-Euler 递归算法对式(18)进行求解。具体则采用 MATLAB 软件实现, 并通过四阶 Runge-Kutta 时间积分法求解微分方程。求解步骤如图 3 所示。

## 2 实验验证

### 2.1 仿生机械臂具体结构

参考成年章鱼大小, 确定本研究的仿生机械臂样机整

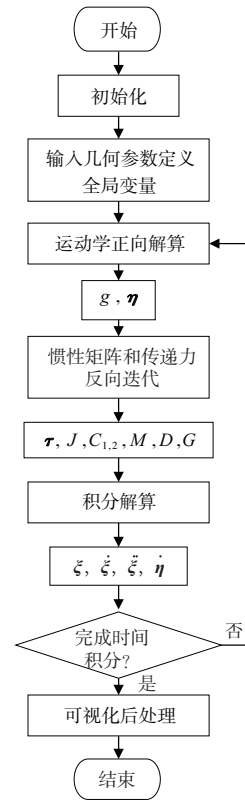


图 3 动力学方程迭代求解流程

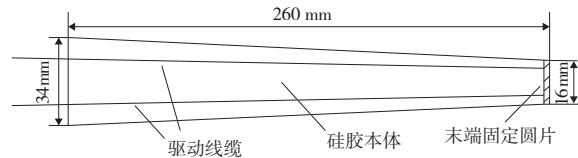


图 4 仿生机械臂样机 1 结构示意图

## 2.2 实验平台搭建

机械臂的驱动力主要依靠舵机带动线缆进行牵引, 具体驱动与控制系统如图 5 所示, 其中舵机型号为 JX6221, 尺寸为  $40.5\text{ cm} \times 20.2\text{ cm} \times 38\text{ cm}$ , 最大旋转角度为  $300^\circ$ , 其速度、电压和转矩最大、最小值如表 1 所示。

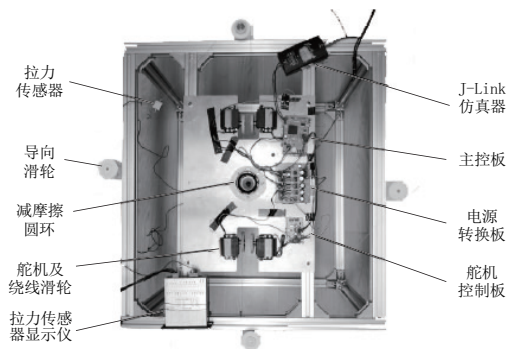


图 5 线驱动控制系统

表 1 舵机参数

参数	最小值	最大值
舵机速度/(s/60°)	0.21	0.25
电压/V	4.8	6
转矩/(kg·cm)	19.9	25.3

### 2.3 结果与分析

#### 1) 自由弯曲实验

为验证设计的仿生机械臂理论模型的可行性,对仿生机械臂进行自由弯曲实验。本次实验采用高速相机捕捉机械臂样机运动,利用 TEMA 视频处理软件对样机位置和速度变化进行记录,得到静态位置时的标记点坐标。采用动力学模型获取仿生机械臂动态弯曲 30s 后稳定位置,结果如图 6 所示。仿生机械臂在最后时刻的位姿,如图 7 所示。

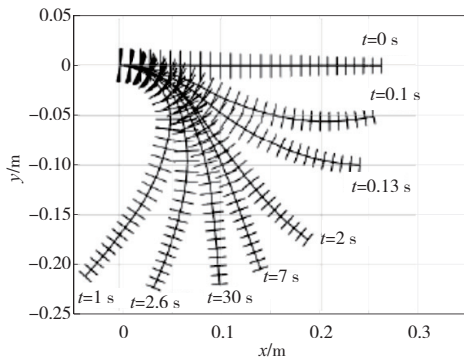


图 6 自由弯曲摆动测试

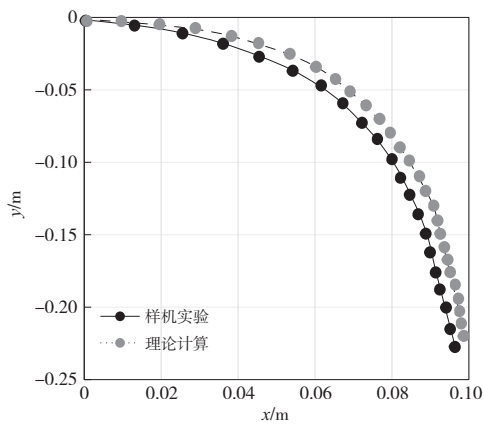
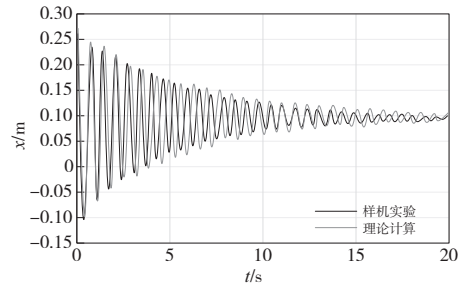


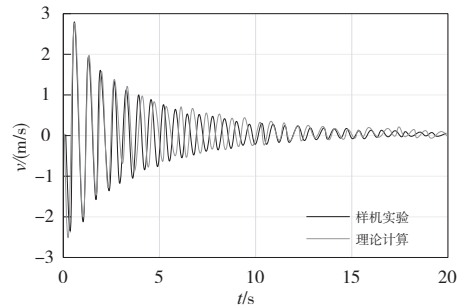
图 7 摆动过程的位置

由图 7 可知,末端位置坐标为(0.096 5 m,-0.225 2 m),理论模型为(0.099 3 m,-0.219 7 m),二者末端误差约为 7.2 mm。

为进一步验证以上结果,对机械臂末端的速度进行统计,得图 8 沿 x 轴速度结果。从图 8 中看出,动力学方程计算的位移和速度与实验测量基本一致,在中间部分时二者的结果存在一定的偏差,但不影响结果,这就证明机械臂动力学模型的准确性。



(a) 位移

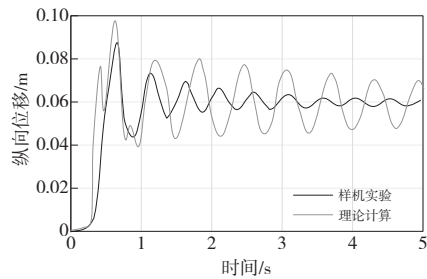


(b) 速度

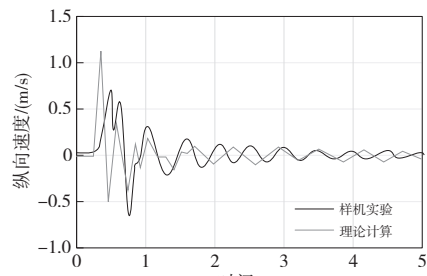
图 8 x 方向位移和速度的时间曲线

#### 2) 空气中的动态实验

机械臂置于空气中时,产生的内部摩擦力小,且动态效果明显,因此将样机模型参数输入动力学模型中,将其分为 3 段进行处理,计算机械臂样机的位移和速度,其变化情况如图 9 所示。将实验结果与理论计算结果进行对比,发现二者基本一致。



(a) 位移



(b) 速度

图 9 样机纵向位移、速度变化

图 10 为机械臂横向、纵向的速度变化示意图。从图 10 可以看出,机械臂后半部分的波动变化较大,阶跃上升到最大值后,速度逐渐降低,这与实验结果相符合。

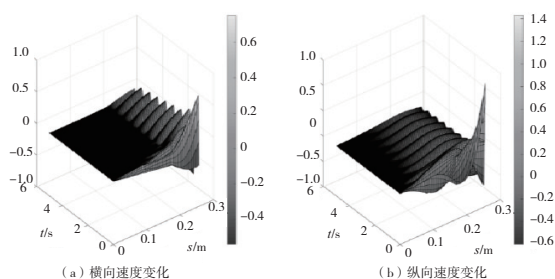


图 10 章鱼仿生臂横向、纵向速度变化

### 3 结语

通过力学理论和 Newton-Euler 迭代算法实现了仿生机械臂力学模型的构建和求解,并根据章鱼仿生原理设计和制作了仿生机械臂样机,最后通过实验平台对仿生机械臂动力学模型进行了试验验证。试验表明:本文构建的仿生机械臂力学模型准确性高,计算误差较小,为仿生机械臂的建模提供了一种新的建模参考。

#### 参考文献:

- [1] 鲍官军,张亚琪,许宗贵,等. 软体机器人气压驱动结构研究综述[J]. 高技术通讯,2019,29(5):467-479.

- [2] 闵剑,刘朝雨,王江北,等. 模块化软体机器人多模式运动分析[J]. 西安交通大学学报,2020,54(3):126-133.
- [3] 李博,孙文杰,姜磊,等. 电话性双稳态机构及其在软体机器人中应用的研究进展[J]. 机械工程学报,2020,56(19):43-52.
- [4] 陈刚,邹元富,李伟,等. 面向结肠镜软体机器人设计与建模仿真[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2020,34(12):157-162.
- [5] 林用满,管卫华,甘莉莉. 六自由度水果采摘机械臂结构设计与试验[J]. 中国农机化学报,2019,40(2):62-71.
- [6] 尹顺禹,许艺,岑诺,等. 软体智能机器人的系统设计与力学建模[J]. 力学进展,2020,50(0):195-220.
- [7] 董虎,林苗,顾苏程,等. 多向气动驱动器软体仿生舌弯曲状态的研究[J]. 北京航空航天大学学报,2019,45(9):1882-1893.
- [8] 郭亚星,郑继贵,侍威,等. 基于绳索欠驱动连续型机械臂设计及仿真[J]. 导弹与航天运载技术,2021(2):92-96.
- [9] 吴扬,吴胜同,裘旭冬,等. 基于 Simcenter3D 的舱门刚柔耦合动力学仿真分析[J]. 机械制造与自动化,2021,50(5):129-131.
- [10] 李冰玉,阚子云,彭海军,等. 基于张拉整体结构的连续型弯曲机械臂设计与研究[J]. 机器人,2020,42(6):686-696.

收稿日期:2021-10-08

#### (上接第 80 页)

- [8] 秦旭达,唐心凯,葛恩德,等. CFRP 三维铣削仿真模型的建立及层间损伤分析[J]. 宇航材料工艺,2020,50(1):22-29.
- [9] 张韩斌,任成祖,张立峰,等. C/SiC 复合材料纳米压痕有限元仿真[J]. 材料科学与工程学报,2016,34(1):49-53,74.
- [10] 杜翔宇. 2.5 维编织 C/SiC 复合材料含孔连接结构破坏的多尺度模拟[D]. 南京:南京航空航天大学,2019.
- [11] YUAN S M, FAN H T, AMIN M, et al. A cutting force prediction dynamic model for side milling of ceramic matrix composites C/SiC based on rotary ultrasonic machining[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016,86(1/2/3/4):37-48.
- [12] ZHANG X W, YU T B, ZHAO J. An analytical approach on

stochastic model for cutting force prediction in milling ceramic matrix composites [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020,168:105314.

- [13] CEPERO-MEJÍAS F, CURIEL-SOSA J L, BLÁZQUEZ A, et al. Review of recent developments and induced damage assessment in the modelling of the machining of long fibre reinforced polymer composites[J]. Composite Structures, 2020,240:112006.
- [14] 张勋,陈燕,徐九华,等. 大直径碳纤维复合材料三维铣削有限元仿真及试验研究[J]. 金刚石与磨料磨具工程,2020,40(2):53-60.

收稿日期:2021-10-29

#### (上接第 95 页)

### 7 结语

通过对工业机器人实训平台模块化可重构软件系统的研究,构建了各模块间的知识库和知识表达形式,完成所有模块的参数化定义。同时,研究并构建了功能模块快速重构的流程和算法,并在 Visual Studio 平台上完成了重构算法程序的运行测试,积累了实训平台软件系统的设计和实测数据。针对实训平台模块化可重构软件系统的设计不足之处,明确了后续优化方向,为实现工业机器人实训平台的快速重构功能提供技术基础。

#### 参考文献:

- [1] 周杰,孙可儿,江源,等. 可重构模块化机器人与教育产业的融合发展探索[J]. 中国市场,2020(31):71-72.
- [2] ZADEH L A. Similarity relations and fuzzy orderings [J].

Information Sciences, 1971,3(2):177-200.

- [3] 张尧,吴成茂,白鹭. 基于特征选取的局部模糊聚类算法研究[J]. 光电技术应用,2021,36(3):35-42.
- [4] 黄康,陈祥,朱晓慧,等. 基于知识重用的模块化快速重组方法[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2016,39(7):880-886.
- [5] 王晓兵. 机械产品模块化设计策略[J]. 内燃机与配件,2021(7):194-195.
- [6] 安燕霞,曲秀秀,吕天波. 军用航空发动机 IETM 数据模块编码规则研究[J]. 航空维修与工程,2021(5):26-29.
- [7] SU X Y, MAHADEVAN S, XU P D, et al. Dependence assessment in human reliability analysis using evidence theory and AHP [J]. Risk Analysis: an Official Publication of the Society for Risk Analysis, 2015,35(7):1296-1316.
- [8] 朱二周,孙悦,张远翔,等. 一种采用新型聚类方法的最佳类簇数确定算法[J]. 软件学报,2021,32(10):3085-3103.

收稿日期:2021-11-03