

# 体育器材用多自由度机械臂运动轨迹控制方法

张晓光

(西安翻译学院, 陕西 西安 710105)

**摘要:**为增加体育训练的实用性和器材耐用程度,减少人力、物力资源消耗,降低受机械冲击产生的影响,提出一种应用在体育器材上的多自由度机械臂运动轨迹控制方法。分析关节转动的弧度,建立机械臂运动轨迹模型,依据模型内参数值求解各关节齐次变换矩阵,从正解和反解两个角度解析末端执行器位姿、固定关节坐标点,建立两者间的映射关系;以“353”多项式插值算法,确定关节速度、加速度和位置,实现最优轨迹控制。仿真分析证明:采用该方法的体育器材用多自由度机械臂运行轨迹更平滑、稳定性更高。

**关键词:**多自由度机械臂;运动学正解和反解;多项式插值;体育器材;齐次变换矩阵

**中图分类号:**TH164 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2023)02-0157-05

## Motion Trajectory Control Method of Multi-degree Freedom Manipulator for Sports Equipments

ZHANG Xiaoguang

(Xi'an Fanyi University, Xi'an 710105, China)

**Abstract:** In order to increase the practicability of sports training and the durability of equipment, reduce the human and material resource consumption and the impact caused by mechanical strike, a motion trajectory control method of multi-degree of freedom manipulator applied to sports equipment is proposed. By analysis of radian of joint rotation, the motion trajectory model of the manipulator is built. The homogeneous transformation matrix of each joint is solved according to the internal parameters of the model. And from the perspective of forward solution and inverse solution, the position and attitude of the end effector and the fixed joint coordinate points are analyzed, between which the mapping relationship is established. With "353" polynomial interpolation algorithm, the joint velocity, acceleration and position are determined to realize the optimal trajectory control. Simulation results show that the running track of the multi-degree of freedom manipulator for sports equipment by the proposed method tends to be smoother and more stable.

**Keywords:** multi-degree of freedom manipulator; forward and inverse kinematics solutions; polynomial interpolation; sports equipment; homogeneous transformation matrix

## 0 引言

随着机器人制造水平不断提高,使机器人具备了高等级的智能性。在日常体育训练中,陪练装置、捡球机器人等机械装置屡见不鲜。机械臂是高精度人工智能整合体,可以模仿人类手臂进行抓取物体和机械吊装,完成高强度作业,辅助运动者进行严格的体育训练,提高运动效率,在增加实用性和自身耐用性、减少人力和物力资源的同时,也更加符合时代潮流。但是在实际应用过程中,机械臂会受到安装误差、外界撞击或者环境湿度等多方面影响,实际运动轨迹不能达到预设位置,降低了体育器材效用。因此对多自由度机械臂运动轨迹的精准控制非常重要。

研究人员根据机械臂关键关节位置信息,结合运动学解析模型,构造有特征的运动轨迹空间,约束好关键位姿,运用恰当算法完成控制。钱前等<sup>[1]</sup>研究了一种机械臂自

适应鲁棒轨迹跟踪控制模型,依据自适应鲁棒轨迹跟踪原理,补偿和修正有误差的抓取路径,结合非线性误差修正运动轨迹,但如果在测量过程中出现很大的误差,会大幅度降低机械臂运动灵敏度;岳雅雯等<sup>[2]</sup>提出一种双起升桥吊双吊具鲁棒自适应滑模同步协调控制法,基于非线性扰动观测误差补偿法,控制机械臂运动角度,完成自适应鲁棒修正,提高准确性,克服灵活性差的问题,但是控制器运行过程中有很大时间滞后现象,规划运动轨迹延时严重;陆佳皓等<sup>[3]</sup>针对机械臂在运动过程中受到的冲击和振动严重,导致执行效率低的问题,对加速度和运动时间两个关键指标进行调节,运用逆运动学原理和样条函数,在关节运动过程中创造插值曲线,控制顶点运行轨迹,然而其步骤繁琐、计算量大,实际实施较为困难。

针对上述问题,提出一种三次多项式与五次多项式插值法相结合的“353”多项式插值法,以七自由度机械臂为例,建立机械臂运动轨迹模型;通过求解参数数值得出各

基金项目:2020年度西安翻译学院教育教学改革研究项目(J20A07)

作者简介:张晓光(1982—),男,辽宁阜新人,讲师,硕士,研究方向为武术教学训练。

关节齐次变换矩阵<sup>[4]</sup>,从正解和反解两个角度解析机械臂运动轨迹,建立末端执行系统和关节两者间的映射关系,以正解过程调节关节转动弧度和末端执行器位姿,以反解求出的运动路径确定关节矢量角度值,控制机械臂轨迹。正解和反解联合应用下,不用描述两点间形状路径,计算量小、操作方法简便、不会出现关节机构奇异现象,即保证运行轨迹更平滑、稳定性更高。

## 1 体育器材下多自由度机械臂关节描述模型

多自由度机械臂运动程度与关节有很大关联,图1机械臂系统图中,通过控制A点和B点两个关键关节驱动器,让机械臂按照预定弧度进行转动,令执行器末端,即图上C点位置能够运动到固定点位。

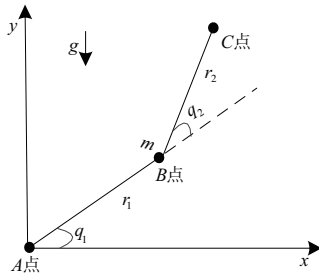


图1 双关节机械臂系统图

在图1双关节机械臂系统描述中,用坐标 $(x_c, y_c)$ 表示执行器末端坐标,则

$$\begin{cases} x_c = r_1 \cos q_1 + r_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y_c = r_1 \sin q_1 + r_2 \sin(q_1 + q_2) \end{cases} \quad (1)$$

指定点坐标确定后,各个关节转动的弧度数值可利用式(1)以逆向思维方式求解。由于求出的解基本是两组,这时就要运用到机械臂运行规律选择最佳值。

若 $q = (q_1, q_2)$ 为双关节机械臂转动弧度数值,可以将机械臂运动轨迹表示为

$$M(q)q + C(q, q)q + G(q) = r \quad (2)$$

式中: $M(q)$ 为机械臂惯性转矩; $G(q)$ 为机械臂重力值; $C(q, q)$ 为机械臂哥氏力和离心力; $r_1, r_2$ 为机械臂每个关节点操控力矩。

式(2)从动力学角度阐述机械臂运动轨迹<sup>[5]</sup>,通过操纵各机械臂电机力矩实现控制每个关节转动角度。因为操纵每个关节的系统出现反馈不确定问题,所以每个关节系统输出函数可以写作

$$p(s) = \frac{k}{s(s+a)} \quad (3)$$

式中: $a = [6, 40]$ ,  $k = [100, 750]$ ,  $a, k$ 为运动过程中角度变化参数; $s$ 为控制特性参数。

## 2 机械臂运动学解析

通过建立末端执行系统和关节两者间的映射关系,记录和矫正目标物体位姿<sup>[6]</sup>、控制机械臂每个关节转动

角度。以七自由度机械臂为例,从正解和反解两个角度解析运动学模型。

### 2.1 机械臂运动学正解

机械臂运动学正解的功能是调节关节转动弧度和末端执行器位姿。依据MDH建模法和参数值求解各关节齐次变换矩阵<sup>[7]</sup>,设连杆长度不变,将其运动学正逆解过程参数标定为0,描述各关节间几何关系,表1为七自由度机械臂MDH参数。

表1 七自由度机械臂MDH参数

关节轴	关节角/(°)	连杆转角/(°)	连杆偏距/mm
1	$\theta_1$	0	$D_1$
2	$-\theta_2$	-90	0
3	$\theta_3$	-90	$D_2$
4	$-\theta_4$	90	0
5	$\theta_5$	-90	$D_4$
6	$-\theta_6$	90	$D_3$
7	$\theta_7$	-90	$D_5$

依据以上参数可求得各关节齐次变换矩阵:

$$\begin{aligned} {}^0_1T &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1_2T &= \begin{bmatrix} -c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & D_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^2_3T &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_2 \\ -s\theta_3 & -c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^3_4T &= \begin{bmatrix} s\theta_4 & -c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ c\theta_4 & s\theta_4 & 0 & D_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^4_5T &= \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_4 \\ -s\theta_5 & -c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^5_6T &= \begin{bmatrix} c\theta_6 & s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^6_7T &= \begin{bmatrix} c\theta_7 & -s\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_7 & -c\theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $s, c$ 为控制特性参数。式(5)中 $p_x, p_y, p_z$ 为坐标轴。可求得七自由度机械臂变换矩阵:

$${}^0_7T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T {}^6_7T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

为了验证运动学正解解析值有效性,令 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7$ 都为 $0^\circ$ ,更便于计算和观察位姿情况,可得

$${}^0_7T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_1 + D_2 + D_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_4 + D_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

通过计算,得出运动学正解解析值,以此调节关节转动弧度。

## 2.2 机械臂运动学反解

目标物体位姿值和机械臂各关节转角<sup>[8]</sup>,可由机械臂运动学反解求得,依据余弦定理得

$$\theta_4 = \arccos\left\{\frac{(D_2+D_3)^2+D_4^2-[{}^0p_x^2+{}^0p_y^2+({}^0p_z-D_1)^2]^2}{2(D_2+D_3)D_4}\right\} \quad (7)$$

由式(7)可以得出第1轴解是唯一的,对第1个轴进行求解,已知

$${}^0T = {}^0T_1 T_2 T_3 T_4 = \begin{bmatrix} {}^0eR_{11} & {}^0eR_{12} & {}^0eR_{13} & {}^0eP_x \\ {}^0eR_{21} & {}^0eR_{22} & {}^0eR_{23} & {}^0eP_y \\ {}^0eR_{31} & {}^0eR_{32} & {}^0eR_{33} & {}^0eP_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$\tan\theta_1 = -\tan\alpha = -\frac{EF}{FO} = -\frac{{}^0eP_x}{{}^0eP_y}$ ,式中 $EF/FO$ 为与 $\theta_1$ 相对应的对边与邻边的比值。判断 ${}^0eP_x$ 为正数或是负数,进而判断 $\theta_1$ 所在位置:

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan\left(\frac{{}^0eP_x}{{}^0eP_y}\right) + 180^\circ, & {}^0eP_x < 0 \\ \theta_1 = \arctan\left(\frac{{}^0eP_x}{{}^0eP_y}\right) - 180^\circ, & {}^0eP_x > 0 \end{cases} \quad (8)$$

对第2个轴进行求解,得

$$\tan\theta_2 = -\frac{\sqrt{{}^0eP_x^2+{}^0eP_y^2}}{{}^0eP_z} \quad (9)$$

对第3个轴进行求解,已知

$${}^4T = {}^4T_6 T_7 T_8 = \begin{bmatrix} c_5c_7-s_5c_6c_7 & s_5s_6 & c_5c_7+s_5c_6c_7 & 0 \\ s_6s_7 & c_6 & -s_6c_7 & D_4 \\ -s_5c_7-c_5c_6s_7 & c_5s_6 & -s_5s_7+s_5c_6s_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

两边元素为

$$\begin{cases} (c_1c_3-s_1c_2s_3){}^0eP_x+(s_1c_3+c_1c_2s_3){}^0eP_y+ \\ (s_2s_3){}^0eP_z-D_1s_2s_3=0 \\ (-c_1c_3-s_1c_2s_3){}^0eP_x+(-s_1c_3-c_1c_2s_3){}^0eP_y+ \\ (s_2c_3){}^0eP_z-D_1s_2c_3=0 \end{cases} \quad (10)$$

将常量设置为

$$\begin{cases} (c_1eP_x+s_1eP_y)=\beta_1 \\ (-s_1c_2eP_x+c_1c_2eP_y+s_2p_z-D_1s_2)=\beta_2 \\ (-D_1s_2-s_1c_2eP_x-c_1c_2eP_y+s_2p_z)=\beta_3 \\ (-c_1eP_x-s_1eP_y)=\beta_4 \end{cases} \quad (11)$$

可以得出

$$\begin{cases} s_3 = (\beta_3D_4c_4 - \beta_1D_4c_4) / (\beta_2\beta_3 - \beta_1\beta_4) \\ c_3 = (D_4\beta_3c_4 - \beta_2D_4c_4) / (\beta_1\beta_4 - \beta_2\beta_3) \end{cases} \quad (12)$$

依据 $\arctan2$ 可得出三轴解算的结果是唯一的: $\theta_3 = \arctan2(s_3, c_3)$ 。

最后,进行三轴解算,依据 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5$ 可以求出:

$${}^4T = \begin{bmatrix} c_5c_7-s_5c_6c_7 & s_5s_6 & c_5c_7+s_5c_6c_7 & 0 \\ s_6s_7 & c_6 & -s_6c_7 & D_4 \\ -s_5c_7-c_5c_6s_7 & c_5s_6 & -s_5s_7+c_5c_6s_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \theta_5 = \text{atan2}({}^{wr}r_{13}, {}^{wr}r_{33}) = \text{atan2}(s_5s_6, c_5s_6) \\ \theta_6 = \text{atan2}(s_5s_6, c_5s_6) = \text{atan2}({}^{wr}r_{12} - {}^{wr}r_{11}s_7 + r_{13}c\theta_7) \\ \theta_7 = \text{atan2}(s_6s_7, s_6c_7) = \text{atan2}({}^{wr}r_{21} - {}^{wr}r_{23}) \end{cases} \quad (13)$$

式中 $a$ 为角系数。

因为机械臂关节可以进行翻转,所以可以求出另一组解:

$$\begin{cases} \theta'_5 = \theta_5 + 180^\circ \\ \theta'_6 = -\theta_6 \\ \theta'_7 = \theta_7 + 180^\circ \end{cases} \quad (14)$$

上述公式推导、计算过程为机械臂运动学反解求取过程。

## 3 基于关节空间轨迹插值的轨迹运动控制

依据关节空间轨迹插值法计算角度函数<sup>[9]</sup>,求出机械臂运动轨迹,根据反解求出的运动路径确定关节矢量角度值,控制机械臂轨迹。使其从起始点开始,经过每个既定路径点,最后抵达目标点,构建关节光滑函数。确保各关节同时抵达目标点,保证每段路程运行时间相同,且函数具有独立性。在直角坐标系内,这个方法不用描述两点间形状路径,因此计算量小、操作简便、不会出现关节机构奇异现象。

### 3.1 三次多项式插值

为了使每个关节在运动过程中都能够平稳运行,让起始点速度、目标点速度都为0。已知时间为 $t$ ,关节起始角为 $\theta_0$ ,根据运动学反解求解出终点 $\theta_f$ ,便可以通过关节起始点和终点的速度值、角度值4个量确定三次多项式 $\theta(t)$ :

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (15)$$

式中一、二阶的速度 $\theta'(t), \theta''(t)$ 为

$$\begin{cases} \theta'(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \\ \theta''(t) = 2a_2 + 6a_3t \end{cases} \quad (16)$$

有4个约束性条件为

$$\begin{cases} \theta(t_0) = \theta_0 \\ \theta(t_f) = \theta_f \\ \theta'(0) = 0 \\ \theta''(t) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中: $t_0$ 是关节运动起点时间; $t_f$ 是关节运动终点时间,令 $t_0=0$ ,通过式(17)得

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = \frac{3(\theta_f - \theta_0)}{t_f^2} \\ a_3 = -\frac{2(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} \end{cases} \quad (18)$$

将三次多项式系数代入式(15)、式(16)中,能够得到此时时间点的角速度、加速度和关节速度。

在实际应用过程中,规划的轨迹需要经过路径点,机

机械臂末端会有两种状态:1)机械臂从起始点经过路径点有短暂停留,此时速度是0,这种情况可以运用上面描述的三次多项式插值法<sup>[10]</sup>;2)机械臂从起始点经过路径点不停留,速度非0,而抵达到目标点无法运用上面描述的三次多项式插值,所以必须计算两种状态下都能够应用的三次多项式插值算法。

机械臂运动轨迹中,可以将所有经过的点当作起始点或目标点,运用运动学反解求出各关节矢量值,应用三次多项式插值函数连接起每个路径点,使整个运动过程平滑进行。这种情况下,起始点和目标点速度值 $\neq 0$ 。这与上述方法整体相同,仅仅改变了经过目标点坐标时的速度值,即

$$\begin{cases} \theta''(0) = \theta_0'' \\ \theta''(t_f) = \theta_f'' \end{cases} \quad (19)$$

此时,通过式(19)得出三次多项式系数值为

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = \theta_0'' \\ a_2 = \frac{3(\theta_f - \theta_0)}{t_f^2} - \frac{2}{t_f} \theta_0'' - \frac{1}{t_f} \theta_f'' \\ a_3 = -\frac{2(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} + \frac{1}{t_f^2} (\theta_0'' + \theta_f'') \end{cases} \quad (20)$$

运用平均值法确定机械臂运动过程中经过关节的速度,令经过各路径上各点时间相同。

### 3.2 五次多项式插值

高阶多项式插值法会增加控制精度,但是在计算过程中会产生龙格现象,导致插值结果会出现偏离原函数情况,所以根据实际控制需求,对应选择三次、五次多项式插值法,以便获得最佳效果。

6个约束值可以确定一个五次多项式,即从起始点到目标点规划了关节速度、加速度和位置,运用指标规划机械臂运动轨迹,即

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = \theta_0'' \\ a_2 = \frac{\theta_0}{2} \\ a_3 = \frac{20\theta_f - 20\theta_0 - (8\theta_f'' + 12\theta_0'')t_f - (3\theta_0 - \theta_f)t_f^2}{2t_f^3} \\ a_4 = \frac{30\theta_0 - 30\theta_f + (14\theta_f'' + 16\theta_0'') + (3\theta_0 - \theta_f)t_f^2}{2t_f^4} \\ a_5 = \frac{12\theta_f - 12\theta_0 - (6\theta_f'' + 6\theta_0'')t_f - (\theta_0 - \theta_f)t_f^2}{2t_f^5} \end{cases} \quad (21)$$

## 4 仿真实验

为了更清晰地观察所提方法运动轨迹控制效果,以某杠铃片夹取设备为仿真对象,其配备 Kinova 超轻型机械臂,全长 108 cm,固定底座为 42 cm,机械臂和夹取结构共 66 cm。可持续负载,支持 MATLAB 仿真控制软件,用以夹取杠铃片,如图 2 所示。



图 2 杠铃片夹取设备

在图 2 中,运用 Adams/PostProcessor 模块绘制多自由度机械臂的任意关节的角速度、角加速度和角位移曲线图。

给定固定转角值,将各角度值代入机械臂的运动学方程进行求解,生成末端执行器轨迹图,如图 3 所示。

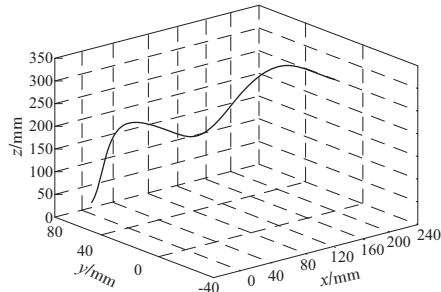


图 3 末端执行器轨迹图

基于图 3,通过式(21)可以得到过渡区间五次多项式插值函数表达式,因为在五次多项式运动轨迹曲线中变化量  $t$  取值区间为  $(0, 1)$ ,实验中所对应的时间区间为  $(0, 10)$ ,对数据进行变化处理使两者相对应。首先,通过映射将  $(0, 10)$  对应到  $(0, 1)$  区间内<sup>[11]</sup>,求导角度函数,观察到角速度是变化前的  $1/10$ ,角加速度是变化前的  $1/100$ 。依据同样原理,运用映射对其他时间区间的五次多项式曲线进行变化,通过 IF 语句把这个函数代入到分析软件中,对关节展开驱动处理<sup>[12]</sup>。最后,在 MATLAB 软件中,仿真分析关节运动轨迹,杠铃片夹取设备关节仿真效果如图 4 所示。



图 4 杠铃片夹取设备关节仿真

应用图 4,在仿真软件中将检测到的角速度恢复到原来的 10 倍,角加速度恢复到原来的 100 倍,此时就可以获得准确数值。

运用对比实验,将所提方法控制下真实值与理想状态下预设值的角速度、角加速度、角位移和力矩进行比较。



由图5可知,实验时间为0s~30s,真实值的峰值点多,曲线有较快变化,但是每个拐点处变化都非常平稳,不会受到外界干扰。真实值与预设值的运行曲线相差较小,说明在所提方法控制下,机械臂的运动轨迹与理想效果非常接近。

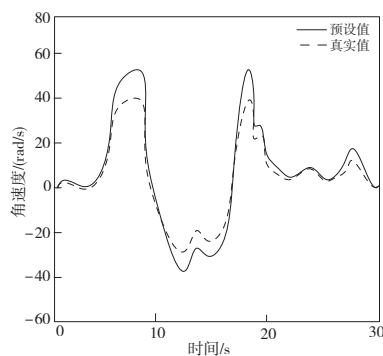


图5 关节的角速度图

由图6可知,所提方法和预设角加速度运动曲线的起始点和终点都是0。整个运行轨迹平滑、稳定,没有出现巨大的突变情况,整个运行过程中有两个加速度峰值,虽然加速度改变极快易产生突变现象,但是在终点处的加速度为0。整个过程受到机械冲击非常小,表明运动停止时不会出现角加速度突变情况。

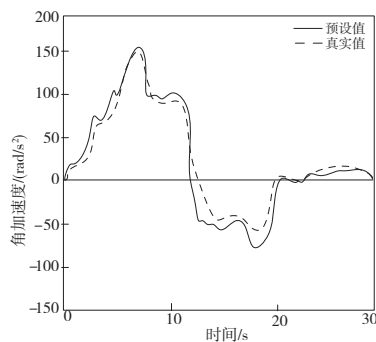


图6 关节的角加速度图

由图7可知,真实值和预设值的机械臂运动轨迹曲线起始点和终点角度相同,虽然在所提方法控制下,曲线每次上升和下降运动起伏较大,但在每一次下降后都会上升,全过程运行很平稳,轨迹非常平滑,不会受到机械冲击干扰,且整个运行轨迹与预设值相差较小,说明所提方法可以很好地控制机械臂的运行轨迹。

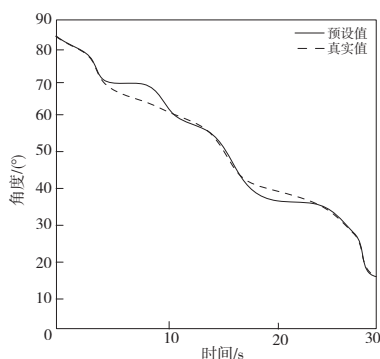


图7 关节的角位移图

由图8可知,所提方法和预设值相比,力矩的起始点和终点位置相同,在实验过程中,考虑到重力影响,所以起始点处力不为0,整个曲线呈下降趋势,不容易受到力矩冲击,并且在曲线运行后半段,运动轨迹变化起伏非常小,与预设曲线基本相同。机械臂运动轨迹控制过程中,关节运行平稳,稳定性高。

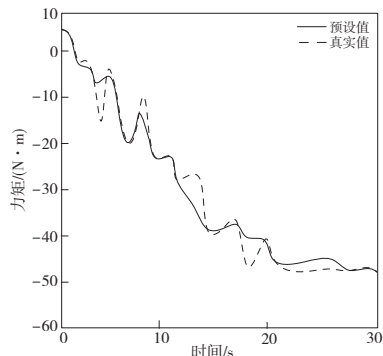


图8 关节的力矩图

## 5 结语

为了克服安装误差、外界撞击、环境湿度等多方面影响,提升体育器材用多自由度机械臂运动轨迹精确性,提出一种“353”多项式插值法,通过分析关节转动的弧度建立机械臂运动轨迹模型,依据模型内参数值求出各关节齐次变换矩阵,从正解和反解两个角度解析末端执行器位姿、固定关节坐标点,建立两者间映射关系,将三次多项式插值法与五次多项式插值法相结合,保证体育器材中多自由度机械臂运行轨迹控制精确度高、稳定性强、应用效果好。

### 参考文献:

- [1] 钱前,张爱华,孙艺瑕. 事件驱动多关节机械臂轨迹跟踪自适应鲁棒控制[J]. 兵工学报,2019,40(8):1732-1739.
- [2] 岳雅雯,徐为民,陈天宇,等. 基于观测器的双吊具桥吊时变滑模同步控制[J]. 控制工程,2020,27(1):49-56.
- [3] 陆佳皓,平雪良. 一种机械臂最优时间-冲击轨迹优化算法[J]. 机械科学与技术,2019,38(10):1548-1554.
- [4] 刘文彩,许勇,陈佳丽,等. 6-SPU 并联机器人的轨迹规划与仿真[J]. 机械传动,2019,43(6):75-82.
- [5] 段书用,李昌洛,韩旭,等. 机械臂动力学分析及关节非线性摩擦模型建立[J]. 机械工程学报,2020,56(9):18-28.
- [6] 苏杰,张云洲,房立金,等. 基于多重几何约束的未知物体抓取位姿估计[J]. 机器人,2020,42(2):129-138.
- [7] 冯旭刚,朱嘉齐,章家岩. 关节臂式坐标测量机的数学建模及参数标定[J]. 仪器仪表学报,2019,40(2):190-197.
- [8] 余震,霍同乾,赵昊坤,等. 双足磁吸附五自由度爬行机器人运动学模型构建及求解[J]. 机床与液压,2019,47(3):14-20,125.
- [9] 李克纳,张增,王温鑫. 基于伪逆的导轨机械臂关节速度纠偏运动规划方案[J]. 计算机应用,2020,40(12):3695-3700.
- [10] 郑涛,刘满禄. 一种机械臂分段插值轨迹规划方法[J]. 机械设计与制造,2020(3):261-264.
- [11] 于树友,孟凌宇,许芳,等. 基于三步法的机械臂轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用,2020,37(5):1034-1044.
- [12] 黄佳杰,袁朝龙,吴任东,等. 索驱动堆内检测机械臂设计及控制分析[J]. 现代制造工程,2019(12):42-48.