

航空发动机单盘转子变加速度过临界特性研究

张佳慧,魏林章,漆文凯

(南京航空航天大学,江苏 南京 210016)

摘要:为研究航空发动机弹性支撑单盘转子的动力特性,利用 Lagrange 能量法建立单盘转子瞬态运动微分方程,结合四阶 Runge-kutta 法进行积分,求解出单盘转子在一阶弯曲下临界转速特性及不同支撑刚度、不同加速速率下过第一阶临界转速的瞬态响应;对单盘转子进行有限元分析,验证数值模型的准确性。研究表明:数值模型与有限元模型结果相似,转子瞬态响应峰值滞后于临界转速,加速速率越大,瞬态响应峰值越靠后;在分段加速过程中,响应峰值对应转速及幅值只随过临界附近时的加速速率变化,与过临界前加速速率无关。

关键词:航空发动机;弹性支撑;瞬态响应;数值仿真;有限元仿真

中图分类号:V231.3 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2023)04-0029-04

Study on Over-critical Characteristics of Aeroengine Single Disk Rotor with Variable Acceleration

ZHANG Jiahui, WEI Linzhang, QI Wenkai

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to study the dynamic characteristics of the elastically supported single disk rotor, the transient motion differential equation of the single disk rotor is established by using the Lagrange energy method. Combined with the fourth-order Runge-kutta method, the critical speed characteristics of the single disk rotor under the first-order bending and the transient response over the first-order critical speed under different support stiffness and different acceleration rates are solved. The finite element analysis of single disk rotor is carried out to verify the accuracy of the numerical model. The results show that the numerical model is similar to the finite element simulation results. The peak value of rotor transient response lags behind the critical speed. The larger the acceleration rate is, the later the transient response peak value is. In the process of piecewise acceleration, the speed and amplitude corresponding to the response peak value only change with the acceleration rate near the critical, and has nothing to do with the acceleration rate before the critical.

Keywords: aircraft engine; elastic support; transient response; numerical simulation; finite element simulation

0 引言

高速旋转的转子结构在航空航天领域广泛应用,为提高效率,对发动机的工作转速、振动响应以及稳定性要求越来越高。虽然可以调整发动机转子系统结构,使得其在工作转速区间不存在临界转速,但是在启动和停止的过程中都要穿过多阶临界转速,转子在亚共振与超共振区间内过渡时的振动响应比稳态响应复杂得多^[1-2]。

国内外许多学者分析了转子穿过临界转速过程的振动幅值特性。方之楚等^[3]研究了单盘转子系统中由于陀螺效应和内阻尼所引起的瞬态响应的影响。岳聪等^[4]从越过临界转速时的瞬态动挠度以及进动角随阻尼系数的变化角度分析转子系统的瞬态响应特征。郑龙席等^[5]运用传递矩阵法建立了双盘转子系统的运动微分方程,分析了不平衡量、加速度、支承刚度、阻尼、支承位置等参数对转子瞬态响应的影响。求解运动方程的数值法包括一阶格式标准解法和直接积分法,运用一阶格式标准解法求解

转子系统时,需对动力学微分方程降阶后,再由一阶格式标准解法求解。当结构单元较少,转子结构简单时宜选用 Runge-kutta 法求解^[6]。黄亚明^[7]应用 Runge-kutta 方法计算了支承松动的转子-轴承系统的动力学响应。刘耀峰等^[8]应用 Runge-kutta 方法计算了转子质量分配对含有故障的轴承-转子系统振动响应的影响。

在处理转子动力学问题时,有限元可以很好地兼顾模型的完整性和计算的效率,RUHL R L 等^[9]最先采用有限元法解决转子动力学问题;NELSON H D 等^[10]提出了考虑剪切影响和陀螺效应的有限元方法来分析转子动力学响应;费钟秀等^[11-12]综合考虑陀螺效应、转动惯量、转轴剪切变形和重力因素建立了四点支承航空发动机双转子系统典型的有限元离散模型,采用数值方法求解了系统的瞬态响应,分析了陀螺力矩对同转和对转工况下系统动力学特性的影响;GENTA G 等^[13]基于有限元法建立了转子系统的瞬态响应模型,并考虑了转子非线性的影响。

现有文献主要集中于分析固定加速度过临界转速时转子的振动幅值变化,或转子在不同转速下的稳态响应,

对变加速过程研究内容较少,而发动机转子在实际启动加速过程中加速度随时间变化。本文用拉格朗日方程,结合 Runge-kutta 法推导弹性支撑单盘转子瞬态动力学方程,分析过临界过程中加速度变化对转子振幅的影响,并结合有限元分析验证了数值积分结果的准确性。

1 对称弹性支撑单盘转子瞬态涡动模型

当考虑转子瞬态涡动时,将转轴的恒定角速度 Ω 变为随时间变化的角速度 $\dot{\varphi}(t)$,对应的旋转角为 φ 、角加速度为 $\ddot{\varphi}$,其他模型参数与稳态涡动模型相同,转子在运动中任意瞬时的动力学模型如图 1 所示。将转子系统中的轴承简化为弹性支撑,只考虑转子的横向振动,支撑质量分别为 m_A 和 m_B ,在 Oxz 平面内与 Oyz 平面内,左、右两端支撑刚度相同,即 $k_{Ax} = k_{Ay} = k_{Bx} = k_{By}$ 。静止状态下,弹簧长

度为 δ_0 。支点坐标分别位于 $A'(x_A, y_A)$ 、 $B'(x_B, y_B)$;圆盘形心坐标为 $O'(x, y)$,圆盘偏摆角为 θ_x, θ_y ;旋转轴自转角速度为 $\dot{\varphi}$ 。

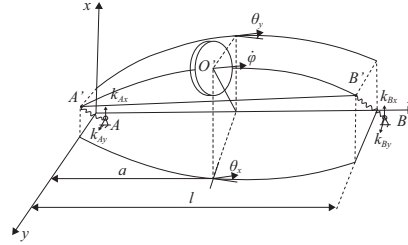
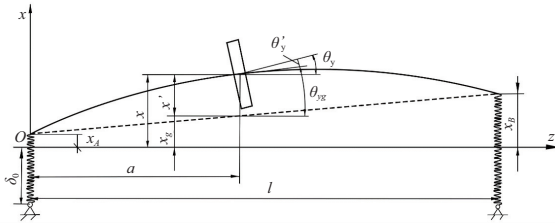
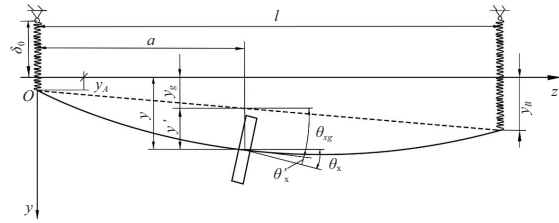


图 1 两端弹性支撑单盘转子动力学模型示意图

圆盘与支撑在 Oxz 和 Oyz 平面的投影如图 2 所示。先分析转子圆盘与弹性支撑的速度和位移,计算转子系统的动能与势能,进而采用 Lagrange 方程建立弹性支撑单盘转子系统的瞬态涡动方程。



(a) 转子在 Oxz 平面内的投影



(b) 转子在 Oyz 平面内的投影

图 2 转子变形在平面上的投影

忽略轴向变形与扭转变形的影响,瞬态涡动圆盘共计 4 个自由度 x, θ_y, y, θ_x , 两端弹性支撑 4 个自由度 x_A, x_B, y_A, y_B , 转子转速变化的自由度 φ 。取广义坐标为 $\mathbf{q} = (x, \theta_y, x_A, x_B, y, \theta_x, y_A, y_B, \varphi)^T$ 。

1) 转子圆盘与支撑的动能

由动力对称刚体的动能表达式,得圆盘的动能为

$$T_d = \frac{1}{2} m_d [(\dot{x} - e \dot{\varphi} \sin \varphi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\varphi} \cos \varphi)^2] + \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + J_p \dot{\varphi} \dot{\theta}_y \theta_x + \frac{1}{2} J_d \dot{\varphi}^2 \quad (1)$$

两端支撑的动能为

$$T_b = \frac{1}{2} m_A (\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2) + \frac{1}{2} m_B (\dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2) \quad (2)$$

2) 转子圆盘与支撑的势能

假设转子在 Oxz 平面与 Oyz 平面内的弹性势能互不耦合,可以分别计算。只考虑弯曲时,圆盘形心的位移和圆盘的转角分别为 x', θ_y' ,称作弹性位移;只考虑支撑引起的位移,圆盘形心的位移和圆盘的转角分别为 x_g, θ_x ,称作刚体位移;在 Oxz 平面内非刚体自由度的广义坐标为 $\mathbf{q}_{cx} = (x, \theta_y)^T$,刚体自由度的广义坐标为 $\mathbf{q}_{ox} = (x_A, x_B)^T$,整个圆盘支撑系统的广义坐标为 $\mathbf{q}_x = [\mathbf{q}_{cx}^T \cdots \mathbf{q}_{ox}^T]^T$ 。

由图 2 可得,任意瞬时,由于两端弹性支撑位移引起的圆盘形心位移和转角与两端支撑位移的几何关系为

$$x_g = \left(1 - \frac{a}{l}\right) x_A + \frac{a}{l} x_B \quad (3)$$

$$\theta_{yg} = \frac{x_A - x_B}{l} = -\frac{1}{l} x_A + \frac{1}{l} x_B \quad (4)$$

将式(3)与式(4)写为矩阵形式

$$\begin{Bmatrix} x_g \\ \theta_{yg} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{a}{l} & \frac{a}{l} \\ -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_A \\ x_B \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式(5)可记为 $\bar{\mathbf{q}}_x = \Phi \mathbf{q}_{ox}$, 其中:

$$\bar{\mathbf{q}}_x = \begin{Bmatrix} x_g \\ \theta_{yg} \end{Bmatrix}, \mathbf{q}_{ox} = \begin{Bmatrix} x_A \\ x_B \end{Bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} 1 - \frac{a}{l} & \frac{a}{l} \\ -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix}$$

排除刚体自由度后的系统称为全约束系统,全约束系统的变形为转子-轴承系统的总变形减去弹性支撑引起的刚体变形:

$$\tilde{\mathbf{q}}_{cx} = \mathbf{q}_{cx} - \Phi \mathbf{q}_{ox} \quad (6)$$

由此可得计入支撑刚度的转子系统势能表达式:

$$V_{dx} = \frac{1}{2} \{\tilde{\mathbf{q}}_{cx}\}^T [\mathbf{K}_c] \{\tilde{\mathbf{q}}_{cx}\} =$$

$$\frac{1}{2} \{\mathbf{q}_{cx} - \Phi \mathbf{q}_{ox}\}^T [\mathbf{K}_c] \{\mathbf{q}_{cx} - \Phi \mathbf{q}_{ox}\} =$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{cx} \\ \mathbf{q}_{ox} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_c & -\mathbf{K}_c \Phi \\ -\Phi^T \mathbf{K}_c & \Phi^T \mathbf{K}_c \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{cx} \\ \mathbf{q}_{ox} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{q}_x^T \mathbf{K}_c \mathbf{q}_x \quad (7)$$

$$\text{式中 } \mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\Phi^T \end{bmatrix}^T [\mathbf{K}_c] [\mathbf{I} \quad -\Phi] = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_c & -\mathbf{K}_c \Phi \\ -\Phi^T \mathbf{K}_c & \Phi^T \mathbf{K}_c \Phi \end{bmatrix}。$$

\mathbf{K}_c 为不计弹性支撑,仅考虑转轴弯曲变形的刚度矩阵, \mathbf{K}_c 可由柔度矩阵的逆求得,即 $[\mathbf{K}_c] = [\boldsymbol{\alpha}]^{-1}$ 。 \mathbf{K}_e 中其余各项均可通过 \mathbf{K}_c 与弹性支撑刚度影响矩阵 Φ 的乘积求出。

由于转子-轴承系统材料参数对称,转子在 Oyz 平面内的刚度矩阵与 Oxz 平面内相同,将两个平面内的弹性势能叠加,得到整个转轴在不计刚体运动的弹性势能为

$$V_d = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_x \\ \mathbf{q}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_e & \\ & \mathbf{K}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_x \\ \mathbf{q}_y \end{Bmatrix} \quad (8)$$

两端弹性支撑的势能为

$$V_b = \frac{1}{2} (k_{Ax}x_A^2 + k_{Ay}y_A^2 + k_{Bx}x_B^2 + k_{By}y_B^2) \quad (9)$$

转子系统总势能为

$$V = V_d + V_b \quad (10)$$

将动能和势能带入第二类拉格朗日方程 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j$,可以得到两端弹性支撑对称单盘转子系统的涡动微分方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \\ & \mathbf{M}_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_1 \\ \ddot{\mathbf{u}}_2 \end{Bmatrix} + \dot{\boldsymbol{\varphi}} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix} + \dot{\boldsymbol{\varphi}} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \\ \\ -\mathbf{J}_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_1 \\ \dot{\mathbf{u}}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \\ & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式中:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} m_d & \\ & J_d \end{bmatrix}; \mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \\ & J_p \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_{bx} = \begin{bmatrix} [0]_{2 \times 2} & \\ & k_{Ax} \\ & & k_{Bx} \end{bmatrix}; \mathbf{K}_{by} = \begin{bmatrix} [0]_{2 \times 2} & \\ & k_{Ay} \\ & & k_{By} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{bx}; \mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{by}; \mathbf{u}_1 = \{x, \theta, x_A, x_B\}^T; \mathbf{u}_2 = \{y, \theta, y_A, y_B\}^T; \mathbf{P}_1 = \{m_d e \ddot{\varphi} \sin \varphi + m_d e \dot{\varphi}^2 \cos \varphi, 0, 0, 0\}^T;$$

$$\mathbf{P}_2 = \{-m_d e \ddot{\varphi} \cos \varphi + m_d e \dot{\varphi}^2 \sin \varphi, 0, 0, 0\}^T。$$

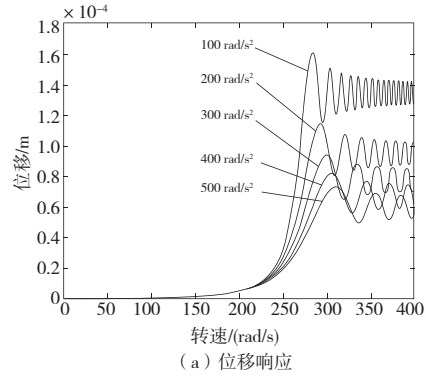
2 对称弹性支撑单盘转子瞬态涡动数值仿真

2.1 恒定加速度过临界过程瞬态位移响应

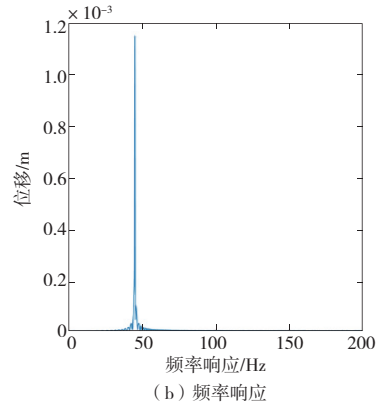
单盘转子模型左右两支点+之间距离 $L = 570 \text{ mm}$,圆盘位于轴中央与两支点等距,转轴直径 $d_1 = 23 \text{ mm}$,圆盘直径 $d_2 = 200 \text{ mm}$,盘厚 $h = 20 \text{ mm}$,盘与轴弹性模量均为 $E = 1.09 \times 10^{11} \text{ Pa}$,密度 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ 。

使用第1节中所推导的瞬态运动方程,使用Runge-kutta积分,首先计算弹性支撑单盘转子以恒定加速度通过第一阶临界转速过程的瞬态响应。圆盘位移在 Oxz 与 Oyz 平面内的位移分量基本相同,加速度分别为 100 rad/s^2 、

200 rad/s^2 、 300 rad/s^2 、 400 rad/s^2 、 500 rad/s^2 时,圆盘 x 方向瞬时位移及位移响应的频响函数如图3所示。



(a) 位移响应



(b) 频率响应

图3 不同加速度条件下单盘转子通过临界转速的瞬态响应

比较各加速度计算结果可知,转子临界转速约为 281.34 rad/s ,对应频率都出现在 44.8 Hz ;加速度越大,出现位移响应峰值的转速越大,当加速度达到 500 rad/s^2 时,位移响应峰值对应转速开始趋于稳定(图4),各转速与临界转速相差百分比在 $6\% \sim 18\%$ 之间(图5)。

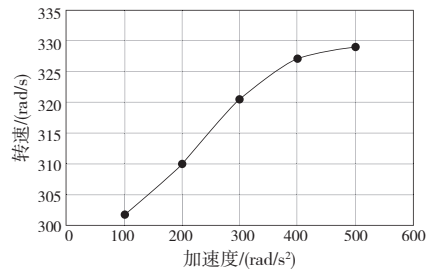


图4 不同加速度下瞬态响应位移峰值出现的转速

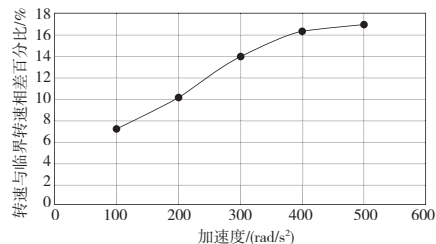


图5 位移响应峰值对应转速与临界转速相差百分比

2.2 变加速度过临界过程瞬态位移响应

分别计算转子以 100 rad/s²、200 rad/s²、300 rad/s²、400 rad/s²加速至转速 200 rad/s,再以恒定加速度 100 rad/s²加速至 500 rad/s 附近,圆盘在 Oxz 平面内的瞬态位移振幅如图 6 所示。

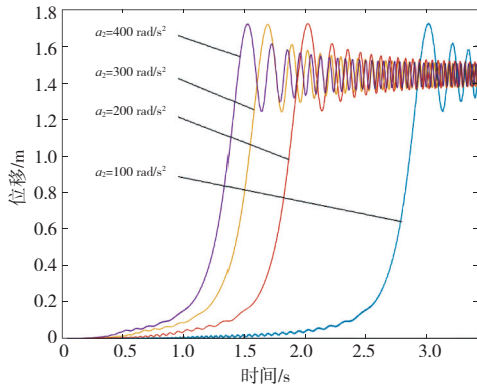


图 6 不同加速度条件下单盘转子通过临界转速的瞬态响应(相同时刻对比)

对比分段加速过临界转速的位移响应结果可以得出,转子系统在加速过临界过程中,过临界转速前的加速度对出现位移响应峰值和峰值对应的转速几乎没有影响,各变加速情况计算结果中位移峰值和对应转速都出现在 302 rad/s 左右,与固定加速度 100 rad/s²转速过临界结果相近,瞬态响应位移峰值取决于出现位置只与过临界转速附近时的加速度。

3 对称弹性支撑单盘转子瞬态涡动有限元仿真

在 UG 中建立单盘转子模型,尺寸与第 2 节中相同;使用 hypermesh 分网,单元数目 29 240,节点数目 33 484 (图 7)。使用有限元分析软件 LS-dyna 进行模拟,左右两端分别使用两个刚性环作为支撑,内环节点与转轴外表面节点共节点,内外环之间施加 x、z 两个方向径向刚度,转子由于偏心质量产生的不平衡力由式(11)中等式右侧计算,以表格形式施加与圆盘形心处节点;第一阶固有频率 44.2 Hz;转速以不同加速度,定加速升至 500 rad/s,积分时间步长 0.000 1 s。

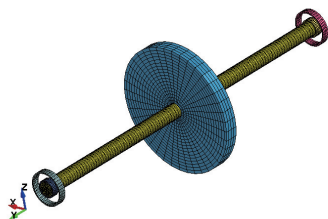


图 7 有限元模型网格划分

转子在位移峰值时刻对应应力云图如图 8 所示。应力最大区域集中在与盘交界附近轴段,加速度越大,位移

最大时刻转子应力越大;圆盘形心处节点在径向平面内的运动轨迹以及位移随时间变化如图 9、图 10 所示,加速度越大出现位移峰值时对应转速越靠后,对应转速和位移趋势与数值积分相似,转速跨过临界转速后位移稳定在一定范围内波动。

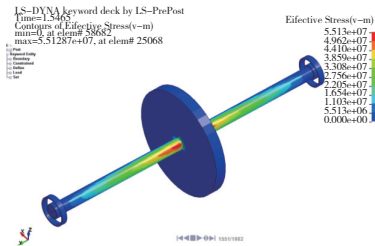


图 8 过临界转速时应变云图(a=200 rad/s²)

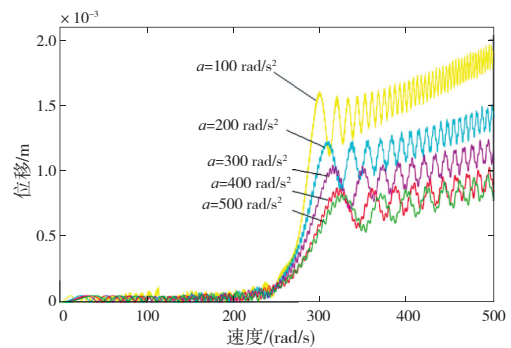


图 9 单盘转子不同加速度过临界有限元仿真结果对比

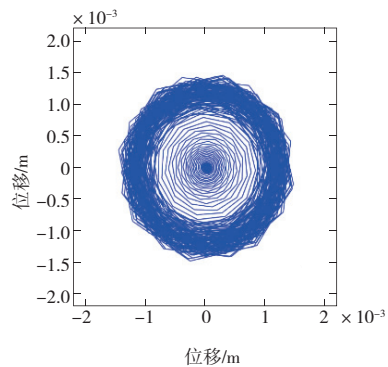


图 10 圆盘形心轴心轨迹(a=200 rad/s²)

4 结语

1) 转子在分段加速过程中,转子出现位移峰值和对应频率只与过跨越临界转速时的瞬时加速度有关,与之前的加速度无关。

2) 转子瞬态响应位移峰值滞后于临界转速,加速度越大,出现峰值的频率相对于临界转速越滞后,位移峰值越小,加速度达到一定范围后位移峰值趋于稳定,滞后转速不超过临界转速 20%。由此,可将转子临界转速限制在最低工作转速的 80%之内。

(下转第 47 页)

总体来说,利用通过将扩压段出口面积减小、喉道面积增大、减小扩压比的方法,有效提高了3个状态下总压恢复系数。采用调整喉道位置及交叉使用调整喉道位置与减小扩压比的方法则效果不够明显。

从图9(a)可以看出在 Ma 为0.2条件下,初始方案的总压畸变指数比优化后的方案要低,A方案出口畸变参数优于B方案和C方案。从图9(c)中可以看出在 Ma 为0.8的设计工况下,流量系数较小的和较大的部分,A方案总压畸变指数较小,中间部分几个方案相差不大。 Ma 为0.9工况下,4个方案相差不大。

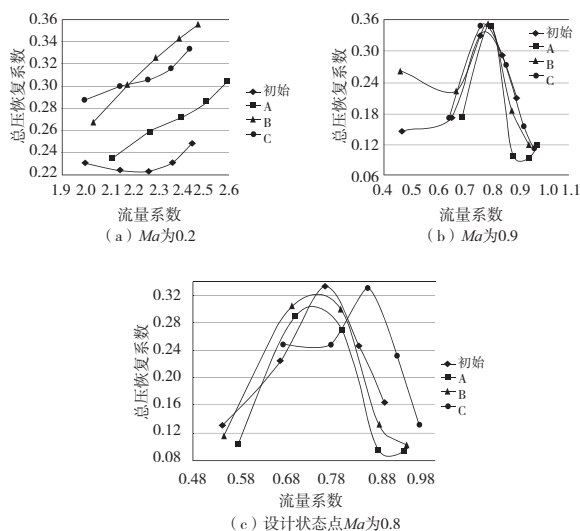


图9 不同马赫数下总压畸变指数随流量系数变化折线图

(上接第32页)

3) 转子加速度达到一定范围后,加速速率对减小过临界转速时位移峰值影响不大;转子加速度越大,最大应力越大。因此,发动机在加速过程中跨过临界转速时存在最佳加速度,需将在控制位移峰值最小的同时对最大应力进行限制。

参考文献:

- [1] 傅超,任兴民,杨永锋,等. 考虑参数不确定性的转子系统瞬态平衡研究[J]. 动力学与控制学报,2017,15(5):453-458.
- [2] ZHANG Y Y, WANG X L, ZHANG X Q, et al. Dynamic analysis of a high-speed rotor-ball bearing system under elastohydrodynamic lubrication [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2014, 136(6):061003.
- [3] 方之楚,骆振黄. 单盘转子系统过临界点时的瞬态响应[J]. 上海交通大学学报,1987,21(3):23-35,141.
- [4] 岳聪,任兴民,邓旺群. 柔性转子加速过临界瞬态响应特征分析[J]. 机械科学与技术,2013,32(3):395-398.
- [5] 郑龙席,李晓丰,秦卫阳. 双盘转子系统各参数对转子瞬态响应影响的研究[J]. 机械科学与技术,2010,29(9):1257-1262,1267.
- [6] 缪红燕,高金吉,徐鸿. 转子系统瞬态不平衡响应的有限元分

4 结语

本文通过中心线法设计了进气道扩压段,探究调整喉道出口面积及喉道面积,改变喉道位置对进气道性能的影响。

1) 通过中心线法设计出的扩压段性能参数较好,设计工作点($Ma=0.8$)下,出口总压恢复系数大于0.945,总压畸变指数小于0.34,但其仍有进一步优化的空间。

2) 调整喉道出口面积及喉道面积改变扩压比,调整喉道位置两种方法都可以有效改善进气道马赫数出口分离问题。

3) 调整喉道出口面积及喉道面积的方法相比初始方案显然更好,而通过调整喉道位置或者两种方法交叉得到的结果不理想。

参考文献:

- [1] 张亮. 亚声速无人机S弯进气道优化设计及流动控制研究[D]. 杭州:浙江大学,2020.
- [2] 王云飞,沈天荣,宁啸天,等. 几何参数对S弯进气道气动特性的影响研究[J]. 机械制造与自动化,2020,49(4):128-132.
- [3] 安平,卢杰,任志文,等. 亚声速隐身巡航导弹无隔道S形进气道设计[C] //第九届中国航空学会青年科技论坛论文集1. 北京:中航出版传媒有限责任公司,2020:21-26.
- [4] 王昌盛,额日其太,丁文豪. 高超声速轴对称进气道多目标优化设计[J]. 航空动力学报,2020,35(7):1392-1401.

收稿日期:2022-02-07

析[J]. 振动与冲击,2004,23(3):1-4,20.

- [7] 黄亚明. 含支撑部件故障的航空发动机转子动力学问题研究[D]. 天津:天津大学,2017.
- [8] 刘耀峰,高象宏,张鑫,等. 轴承-转子系统动力学建模与振动响应分析[J]. 机械设计与制造工程,2021,50(11):25-30.
- [9] RUHL R L, BOOKER J F. A finite element model for distributed parameter turborotor systems [J]. Journal of Engineering for Industry, 1972, 94(1):126-132.
- [10] NELSON H D. A finite element model for distributed parameter turbo rotor systems [J]. Journal of Engineering for Industry, 1980, 102(4):793-803.
- [11] 费钟秀. 复杂转子耦合系统有限元建模及其动力特性研究[D]. 杭州:浙江大学,2013.
- [12] FEI Z X, TONG S G, WEI C. Investigation of the dynamic characteristics of a dual rotor system and its start-up simulation based on finite element method [J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2013, 14(4):268-280.
- [13] GENTA G, DELPRETE C. Acceleration through critical speeds of an anisotropic, non-linear, torsionally stiff rotor with many degrees of freedom [J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 180(3):369-386.

收稿日期:2021-12-10