DOI:10.19344/j. cnki. issn1671-5276.2023.06.042

# 基于 RBF 神经网络的柔性机械手反演控制

李正强1,刘益军1,赖建防2,吕伟宏2

(1. 佛山三水供电局,广东 佛山 528199; 2. 宁波天弘电力器具有限公司,浙江 宁波 315722)

摘 要:针对柔性机械手动力学方程复杂、具有高度非线性等特点,在控制律设计中引入反演设计思想,将原复杂的高阶非线性系统分解成低阶简单系统。考虑到动力学模型中存在未知的非线性函数,为了能够对被控对象中未知函数进行有效逼近,设计一种将径向基函数(RBF)神经网络与反演控制思想相融合的控制方法。仿真结果表明:基于 RBF 神经网络反演控制所设计的控制律和自适应律能够实现控制系统稳定.满足期望的动态性能指标。

关键词:柔性机械手;反演控制;非线性函数;RBF神经网络

中图分类号:TP241 文献标志码:A 文章编号:1671-5276(2023)06-0168-05

#### Inversion Control of Flexible Manipulator Based on RBF Neural Network

LI Zhengqiang<sup>1</sup>, LIU Yijun<sup>1</sup>, LAI Jianfang<sup>2</sup>, LYU Weihong<sup>2</sup>

- (1. Foshan Sanshui Power Supply Bureau, Foshan 528199, China;
- 2. Ningbo Tianhong Electric Appliance Co., Ltd., Ningbo 315722, China)

Abstract: With respect to the complexit and high nonlinearity of the dynamic equations of the flexible manipulator, inversion design ideas are introduced in the control law design to decompose the original complex high-order nonlinear system into low-order simple systems. Considering that the existence of unknown nonlinear functions in the dynamic model and in order to effectively approximate the unknown function in the controlled object, proposes a control method integrating radial basis function (RBF) neural network with inversion control ideas. The simulation results show that the control law and adaptive law designed based on the RBF neural network backstepping control can achieve the stability of the control system and abtain the expected dynamic performance indicators.

Keywords: flexible manipulator; backstepping control; nonlinear function; RBF neural network

# 0 引言

近年来机械手的快速发展和应用,推动着整个工业化发展的高效化和智能化<sup>[1]</sup>。柔性机械手具有速度快、耗能低、接触面积小等优点,在机器人领域、海洋工程、航空航天领域受到越来越多的重视<sup>[2]</sup>。

反演控制(backstepping)方法,又称反步法、回推法或者后推法,形成于1990年初,在此后得到迅速发展并在非线性控制设计取得了很大的成功<sup>[3]</sup>。反演控制的思想是通过输入使系统的特性达到李雅普诺夫意义上的稳定,两者推导上有相似之处,但是思想上还是不一样的。文献[4]在拉格朗日动力学基础上,依据反演控制策略设计滑模控制律,仿真结果表明,所提出的控制方法能够实现机械手系统快速稳定。为了改善和提高多自由度机械手移动精准度和控制效果,文献[5]提出了基于自适应滑模的多自由度机械手反演智能控制方法,该方法结合智能感应可以对机械手的期望运动进行轨迹规划,自适应控制律结合滑模控制方法可以对扰动信号进行补偿,进而实现机械手控制系统的稳定。文献[6]针对在机械手关节位置跟踪中传统滑模控制器存在控制输入抖振和模型受限等

问题,提出一种基于新型非线性干扰观测器的机械手自适应反演滑模控制(SMC)算法。首先,设计干扰观测器对系统干扰进行观测和估计,并且在后续滑模控制器设计时进行估计补偿;其次,提出自适应反演控制律可以进一步改善机械手控制系统的跟踪性能。文献[7]针对不确定机械手系统的轨迹跟踪控制问题,提出了一种基于干扰观测器的机械手收缩反步控制算法。采用非线性观测器对机械手系统的模型不确定项和未知外部干扰部分进行观测,将上述提出的控制方法应用于机械手,通过滑模控制方法和反步法的对比仿真,证明其有效性。为解决平台与安装机器人机械手之间的扰动、非线性、非完整约束和动态耦合问题,文献[8]介绍了一种基于反步法的自适应滑模控制器,该控制算法依赖于采用反步法来提高全局极限渐近稳定性和应用滑模控制来获得对不确定性的高响应和不变性,仿真结果证明了其有效性和鲁棒性。

系统模型参数变化、建模不确定性以及建模误差往往会对控制器设计带来不可忽略的挑战。文献[9]提出基于 FDO 的非线性滑模控制方法,与此同时,不需要提前知道不确定性的大小,使用自适应方法估计并在后续控制器设计中进行了补偿。该方法与其他的非线性 SMC 相

基金项目:中国南方电网科技资助项目(GDKJXM20201943)

第一作者简介:李正强(1985—),男,河北高邑人,高级工程师,研究生,研究方向为控制工程、配电线路及设备安全可靠运行技术, 839145201@qq.com。

比,系统的控制精度和鲁棒性更高。文献[10]针对多关节机械手在建模过程中存在建模误差及建模过程中不确定性等问题,提出将神经网络干扰观测器思想引入滑模控制器设计中,在无需提前知道不确定性干扰的上界先验知识,设计神经网络观测器对不确定性干扰进行逼近,通过李雅普诺夫进行了稳定性证明,通过 MATLAB 仿真结果表明该控制算法能够有效地提高机械手跟踪控制精度。为了降低机械手运动时存在轨迹偏差,文献[11]设计了6自由度机械手模型并对末端执行器进行运动轨迹规划,利用RBF神经网络训练离散点,实验结果表明轨迹优化合理,对机械手生产应用有一定的指导意义。文献[12]针对欠驱动柔性机械手系统动力学方程难以准确建立、系统性能降低的问题,通过自适应神经网络在线对机械手关节进行切换控制,数字仿真验证了所提出控制策略的有效性。

基于以上文献分析,本文针对柔性机械手被控对象模型复杂及具有强非线性等情况,提出了一种将 RBF 神经网络思想引入反演控制器设计中。设计 RBF 神经网络逼近被控对象中模型未知函数,可以对未知函数进行有效地观测和估计,从而进一步提高柔性机械手控制系统的鲁棒性和控制精度。

# 1 问题描述

### 1.1 柔性机械手动力学模型

针对机械手系统模型比较复杂的问题,通过合理假设,柔性机械手动态方程可以改写成

$$\begin{cases} \overset{\cdot \cdot \cdot}{Iq_{1} + MgL \sin q_{1} + K(q_{1} - q_{2})} = 0 \\ \vdots \\ Jq_{2} + K(q_{2} - q_{1}) = u \end{cases}$$
 (1)

式中:柔性力臂和电机的转动角度分别为  $q_1(q_1 \in R^n)$  和  $q_2(q_2 \in R^n)$ ;I 表示力臂的转动惯量;K 表示力臂的刚度;u 表示控制输入;J 为转动惯量;M 为力臂的质量;L 为力臂质心到关节点长度。

定义  $x_1 = q_1$ ,  $x_2 = q_1$ ,  $x_3 = q_2$ ,  $x_4 = q_2$ , 则式(1)可以进一步改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = x_{2} \\ \dot{x}_{2} = -\frac{1}{I} \left[ K(x_{1} - x_{2}) + MgL \sin x_{1} \right] \\ \dot{x}_{3} = x_{4} \\ \dot{x}_{4} = \frac{1}{J} \left[ u - K(x_{3} - x_{1}) \right] \end{cases}$$
(2)

#### 1.2 动力学模型变换

为了实现柔性机械手的反演控制,将式(2)进一步改写成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + g_1(\mathbf{x}) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = g_2(\mathbf{x}) + fu \end{cases}$$
(3)

式中: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$  是柔性机械手系统状态向量: $g_1(\mathbf{x}) = K(x_1 - x_3)/I - x_3 - MgL\sin x_1/I$ ;  $g_2(\mathbf{x}) = K(x_1 - x_3)/J$ ;  $f = 1/J_0$ 

假设式中函数  $g_1(\mathbf{x})$  和  $g_2(\mathbf{x})$  是未知的,f 也是未知的,但是f的下界已知,即 $f \ge ||\mathbf{\eta}||_{\circ}$ 

### 1.3 径向基函数(RBF)神经网络

径向基函数结构简单、训练简洁、学习收敛速度快、能够逼近任意非线性函数,克服局部极小值问题<sup>[13]</sup>。

对于在 $\Omega \in R$ 上的未知非线性函数g(x),可利用RBF神经网络逼近,表示为

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\theta}(\mathbf{x}) + \varepsilon \tag{4}$$

式中: $x \in \Omega \in R$  是输入向量; $W \in R^l$  是最优权重向量;l > 1;  $\varepsilon$  是固有逼近误差,满足 $|\varepsilon| \le \varepsilon_m$ ,其中  $\varepsilon_m > 0$  为神经网络逼近误差的上界; $\theta(x) = [\theta_l(x), \theta_2(x), \cdots, \theta_l(x)]^T$  为平滑向量。径向基函数一般选择高斯函数,表达式为

$$\theta_{j}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \,\bar{\delta}_{j}}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{u}_{j})^{\mathrm{T}} (\mathbf{x} - \mathbf{u}_{j})}{2 \,\bar{\delta}_{j}^{2}} \right]$$
 (5)

式中: $j=1,\dots,l$ ; $\mathbf{u}_{j}=[u_{j1},u_{j2},\dots,u_{jD}]^{\mathsf{T}}$  是吸引域中心; $\bar{\delta}_{j}$  是高斯函数的标准差。

# 2 反演控制器设计

### 2.1 基本反演控制器的设计

定义位置误差  $e_1 = x_1 - x_{1d}$ , 位置指令  $x_{1d} = y_{do}$ 

$$\stackrel{\cdot}{e}_{1} = \stackrel{\cdot}{x}_{1} - \stackrel{\cdot}{x}_{1d} = \stackrel{\cdot}{x}_{2} - \stackrel{\cdot}{x}_{1d}$$
(6)

定义

$$e_2 = x_2 - x_{2d} \tag{7}$$

式中 x<sub>2d</sub>为虚拟控制量。

设计虚拟控制量  $x_{2d}$ :

$$\dot{x}_{2d} = \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 \tag{8}$$

式中 $k_1>0$ 。

由式(6)和式(8)可得:

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \tag{10}$$

对 V<sub>1</sub> 进行求导可得

$$\dot{V}_1 = e_1 e_2 - k_1 e_1^2 \tag{11}$$

若  $e_2 = 0$ ,则 $\dot{V}_1 \leq 0$ 。

由式(7)可得

定义

$$e_3 = x_3 - x_{3d}$$

取虚拟控制量x3d为

$$x_{3d} = -g_1 + \dot{x}_{2d} - k_2 e_2 - e_1 \tag{13}$$

式中: $k_2 > 0$ ;  $g_1$  为非线性函数  $g_1$  的估计。由式(8)可得

$$\dot{x}_{2d} = \ddot{x}_{1d} - \dot{k}_1 \dot{e}_1 = \ddot{x}_{1d} - \dot{k}_1 (x_2 - \dot{x}_{1d})$$
 (14)

由式(12)和式(13)可得

$$\dot{e}_{2} = e_{3} + x_{3d} + g_{1} - \dot{x}_{2d} = e_{3} - \dot{g}_{1} + \dot{x}_{2d} - k_{2}e_{2} - e_{1} + g_{1} - \dot{x}_{2d} = g_{1} - \dot{g}_{1} - k_{2}e_{2} - e_{1} + e_{3}$$
(15)

设计 Lyapunov 函数如下:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2)$$
 (16)

对 V, 进行求导可得

$$\dot{V}_{2} = -k_{1}e_{1}^{2} + e_{1}e_{2} + e_{2}\dot{e}_{2} = -k_{1}e_{1}^{2} - k_{2}e_{2}^{2} + (g_{1} - g_{1}^{\wedge})e_{2} + e_{2}e_{3}$$

$$\tag{17}$$

当  $e_3 = 0$ ,  $g_1 = g$  时, 此时 $\dot{V}_2 \leq 0$ 。 定义

$$\stackrel{\cdot}{e}_{3} = \stackrel{\cdot}{x}_{3} - \stackrel{\cdot}{x}_{3d} = \stackrel{\cdot}{x}_{4} - \stackrel{\cdot}{x}_{3d}$$
(18)

由式(13)—式(16)可得

$$\dot{x}_{3d} = -\dot{g}_1 + \dot{x}_{2d} - \dot{k}_2 \dot{e}_2 - \dot{e}_1 = -\dot{g}_1 + \dot{x}_{1d} - \dot{k}_1 (\dot{x}_2 - \dot{x}_{1d}) - \dot{k}_2 (\dot{x}_3 + \dot{g}_1 - \dot{x}_{2d}) - (\dot{x}_2 - \dot{x}_{1d}) = -\dot{g}_1 + \dot{x}_{1d} - \dot{k}_1 (\dot{x}_3 + \dot{g}_1 - \dot{x}_{1d}) - \dot{k}_2 (\dot{x}_3 + \dot{g}_1 - \dot{x}_{2d}) - (\dot{x}_2 - \dot{x}_{1d}) = -\dot{g}_1 + \dot{x}_{1d} - \dot{k}_1 (\dot{x}_3 + \dot{g}_1 - \dot{x}_{1d}) - \dot{k}_2 (\dot{x}_3 + \dot{g}_1 - \dot{x}_{2d}) - \dot{k}_3 (\dot{x}_3 + \dot{x}_{2d}) - \dot{k}_3 (\dot{x}_3 + \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d}) - \dot{k}_3 (\dot{x}_3 + \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d}) - \dot{k}_3 (\dot{x}_3 + \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d} - \dot{x}_{2d}) - \dot{k}_3 (\dot{x}_3 + \dot{x}_{2d} - \dot{x}_$$

$$k_{2}(x_{3}+g_{1}-x_{2d}) - (x_{2}-x_{1d}) = -g_{1}+x_{1d}-k_{1}(x_{3}+g_{1}-x_{1d}) - k_{2}(x_{3}+g_{1}-x_{2d}) - x_{2}+x_{1d}$$
(19)

将x21分解成已知和未知两个部分:

$$\dot{x}_{3d} = \dot{x}'_{3d} - \dot{x}_{3d} \tag{20}$$

式中:

$$\dot{x}'_{3d} = \ddot{x}_{1d} - k_1(x_3 - \ddot{x}_{1d}) - k_2(x_3 - \ddot{x}_{2d}) - x_2 + \ddot{x}_{1d}$$
 (21)

$$\bar{x}_{3d} = \dot{g}_1 + k_1 g_1 + k_2 g_1 \tag{22}$$

式中: $x'_{3d}$ 为已知部分; $x_{3d}$ 为未知部分;取  $d=x_{3d}$ 。 定义  $e_4=x_4-x_{4d}$ ,虚拟控制量  $x_{4d}$ 设计为

$$x_{4d} = \dot{x}'_{3d} - \dot{d} - k_3 e_3 - e_2 \tag{23}$$

式中 $k_3>0$ 。

将式(20)—式(23)代入式(18)可得

$$\dot{e}_3 = x_4 - \dot{x}_{3d} = x_4 - \dot{x}_{3d}' + \dot{x}_{3d} = -k_3 e_3 - e_2 + e_4 + (d - d)$$
 (24)  
选择 Lyapunov 函数如下:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}e_3^2 \tag{25}$$

对 V, 求导可得

$$\dot{V}_{3} = \dot{V}_{2} + e_{3}\dot{e}_{3} = -k_{1}e_{1}^{2} - k_{2}e_{2}^{2} - k_{3}e_{3}^{2} + (g_{1} - g_{1}^{\wedge})e_{2} + (d - d)e_{3} + e_{3}e_{4}$$
(26)

当  $e_4 = 0$ ,  $g_1 = g$ , d = d时,  $\dot{V}_3 \le 0$ 。 将控制输入信号引入可得

$$\stackrel{\cdot}{e}_{4} = \stackrel{\cdot}{x}_{4} - \stackrel{\cdot}{x}_{4d} = g_{2} + fu - \stackrel{\cdot}{x}_{4d}$$
(27)

则

$$\begin{array}{ccc} \cdot & \overline{\phantom{a}} \\ x'_{4d} + x_{4d} \end{array} \tag{28}$$

将 $x_{4d}$ 分解成两个部分,即 $x_{4d}$ = $x'_{4d}$ + $x_{4d}$ , $x'_{4d}$ 为已知部

分, $x_{4d}$ 为未知部分。

$$\begin{bmatrix}
\dot{x}'_{4d} = \ddot{x}_{1d} - k_1(x_4 - \ddot{x}_{1d}) - k_2[x_4 - \ddot{x}_{1d} + k_1(x_3 - \ddot{x}_{1d})] + \\
\ddot{x}_{1d} - x_3 - k_3(x_4 - \dot{x}'_{3d}) - (x_3 - \dot{x}_{2d}) \\
- & \ddot{x}_{4d} = -k_1k_2g - g_1 - \dot{d} - k_3\dot{x}_{3d} - g_1
\end{bmatrix}$$
(29)

式中f为f的估计值。

控制律设计为

$$u = \frac{1}{h} \left( -\frac{h}{g_2} + \dot{x}'_{4d} - k_4 e_4 - e_3 \right)$$
 (31)

式中: $g_2$  为 $g_2$  的估计;常数  $k_4>0$ 。

将式(31)代入式(30),可得

$$\dot{e}_{4} = (\dot{g}_{2} - \dot{g}_{2}) + (f - \dot{f}) u - k_{4} e_{4} - e_{3}$$
 (32)

选择 Lyapunov 函数如下。

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}e_4^2 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2)$$
 (33)

厠

$$\dot{V}_4 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + (f - f) u e_4 +$$

$$(g_1 - g_1) e_2 + (d - d) e_3 + (g_2 - g_2) e_4$$
 (34)

如果
$$\hat{g}_1 = g_1, \hat{d} = d, \hat{g}_2 = \hat{g}_2, \hat{f} = f, 则\dot{V}_4 \leq 0$$
。

# 2.2 RBF 神经网络反演控制器设计

针对未知的非线性函数  $g_1$ 、d、 $g_2$ ,设计 RBF 神经网络如下:

$$\begin{cases} g_1 = \mathbf{W}_1^{\mathrm{T}} \, \boldsymbol{\varphi}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ d = \mathbf{W}_2^{\mathrm{T}} \, \boldsymbol{\varphi}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ g_2 = \mathbf{W}_3^{\mathrm{T}} \, \boldsymbol{\varphi}_3 + \boldsymbol{\varepsilon}_3 \end{cases}$$
(35)

式中: $W_i(i=1,2,3)$ 为理想权值; $\varphi_i(i=1,2,3)$ 为高斯基函数; $\|\varepsilon\| < \varepsilon_N$ ; $\|\psi_i\|_F \le W_M \circ$ 

定义

$$\begin{cases} \stackrel{\wedge}{g}_{1} = \stackrel{\wedge}{W}_{1}^{T} \boldsymbol{\varphi}_{1} \\ \stackrel{\wedge}{d} = \stackrel{\wedge}{W}_{2}^{T} \boldsymbol{\varphi}_{2} \\ \stackrel{\wedge}{g}_{2} = \stackrel{\wedge}{W}_{3}^{T} \boldsymbol{\varphi}_{3} \end{cases}$$
(36)

式中 $\hat{\pmb{W}}_i^{\! {\scriptscriptstyle T}}$ 作为非线性函数神经网络估计权值。

定义

$$\boldsymbol{\Xi} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & \boldsymbol{W}_1 & & & \\ & & \boldsymbol{W}_2 & & \\ & & & \boldsymbol{W}_3 \end{bmatrix}; \quad \|\boldsymbol{\Xi}\|_{F} \leqslant \boldsymbol{\Xi}_{M} \qquad (37)$$

$$\stackrel{\wedge}{\Xi} = \begin{bmatrix}
0 & & & \\ & \hat{W}_1 & & \\ & & \hat{W}_2 & \\ & & & \hat{W}_3
\end{bmatrix}; \quad \stackrel{\sim}{\Xi} = \Xi - \stackrel{\wedge}{\Xi} \tag{38}$$

选择 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\xi} + \frac{1}{2} \mathrm{tr} (\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{Q}^{-1} \widetilde{\boldsymbol{\Xi}}) + \frac{1}{2} \eta \tilde{J}^{2}$$
 (39)

式中:

$$V_4 = \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\xi}; \boldsymbol{\eta} > 0; \boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \boldsymbol{\Gamma}_1 & & \\ & & \boldsymbol{\Gamma}_2 & \\ & & & \boldsymbol{\Gamma}_3 \end{bmatrix};$$

 $\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}; \tilde{f} = f - \hat{f}_{\circ}$ 

设计 RBF 神经网络自适应律为

$$\dot{\vec{\Xi}} = Q \Phi \xi^{\mathsf{T}} - n Q \| \xi \| \dot{\vec{\Xi}}$$
 (40)

式中: $\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\varphi}_1 & \boldsymbol{\varphi}_2 & \boldsymbol{\varphi}_3 \end{bmatrix}^\mathsf{T}; n$  为正常数(n>0);  $\hat{f}(0) \ge f>0$ ; 系统式(3)稳定有界。

证明:

由式(34)和式(39)可得:

$$\dot{V} = \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \stackrel{\wedge}{\boldsymbol{\xi}} + \boldsymbol{\eta} \tilde{f} \stackrel{\cdot}{f} + \operatorname{tr}(\stackrel{\sim}{\boldsymbol{\Xi}} {}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}^{-1} \stackrel{\cdot}{\boldsymbol{\Xi}}) = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + (\tilde{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varphi}_1 + \varepsilon_1) e_2 + (\tilde{\boldsymbol{W}}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varphi}_2 + \varepsilon_2) e_3 + (\tilde{\boldsymbol{W}}_3^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varphi}_3 + \varepsilon_3) e_4 + \operatorname{tr}(\stackrel{\sim}{\boldsymbol{\Xi}} {}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}^{-1} \stackrel{\cdot}{\boldsymbol{\Xi}}) + \tilde{f} e_4 u + \boldsymbol{\eta} \tilde{f} \stackrel{\cdot}{f}$$

$$(41)$$

式中 $\tilde{\boldsymbol{W}}_{i}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{W}_{i}^{\mathrm{T}} - \stackrel{\wedge}{\boldsymbol{W}}_{i}^{\mathrm{T}}, i = 1, 2, 3$ 。代人式(41)可得

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{K}_{e} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \widetilde{\boldsymbol{\Xi}} \boldsymbol{\Phi} + \operatorname{tr}(\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{Q}^{-1} \dot{\boldsymbol{\Xi}}) +$$

$$\tilde{f} e_{4} u + \eta \, \tilde{f} \, \tilde{f} = -\boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{K}_{e} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\varepsilon} + \operatorname{tr}(\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{Q}^{-1} \dot{\boldsymbol{\Xi}} + \widetilde{\boldsymbol{\Xi}} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\xi}^{\mathsf{T}}) +$$

$$\tilde{f} e_{4} u + \eta \, \tilde{f} \, \tilde{f}$$

$$\boldsymbol{\xi} \dot{\boldsymbol{\Psi}} : \boldsymbol{K}_{e} = \begin{bmatrix} k_{1} & k_{2} & k_{3} & k_{4} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} ; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{1} & \varepsilon_{2} & \varepsilon_{3} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} ,$$

$$(42)$$

 $\mathcal{H}: \mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix}$  ;  $\mathbf{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{\varepsilon}_1 & \mathbf{\varepsilon}_2 & \mathbf{\varepsilon}_3 \end{bmatrix}$  引入自适应律式(40).可得

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{e} \boldsymbol{\xi} + n \| \boldsymbol{\xi} \| \mathrm{tr} [\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\Xi} - \widetilde{\boldsymbol{\Xi}})] + M + \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}$$
(43)

式中 $M = \tilde{f}e_4 u - \eta \tilde{f}\tilde{f}_{\circ}$ 

为了保证 M≤0,不妨设计自适应律为

$$\dot{f} = \begin{cases}
\eta^{-1} e_4 u, & e_4 u > 0 \\
\eta^{-1} e_4 u, & e_4 u \leq 0, & f > f \\
\eta^{-1}, & e_4 u \leq 0, & f \leq f
\end{cases}$$
(44)

将式(44) 代入 M,为保证  $M \le 0$ ,需满足如下 3 种情况:

1)  $\leq e_4 u > 0, M = 0$ ;

2) 
$$e_4 u \leq 0$$
,  $f > f$   $\forall f$   $M = 0$ ;

3) 
$$e_4 u \le 0$$
,  $\hat{f} \le f$ ,  $\tilde{f} = f - \hat{f} > 0$ ,  $M \le 0_\circ$ 

根据 Schwarz 不等式,有

$$\operatorname{tr} \big[ \overset{\sim}{\boldsymbol{\mathcal{Z}}}^T (\boldsymbol{\mathcal{Z}} - \overset{\sim}{\boldsymbol{\mathcal{Z}}}) \, \big] \leqslant \|\boldsymbol{\mathcal{Z}}\|_F \, \|\boldsymbol{\mathcal{Z}}\|_F - \|\boldsymbol{\mathcal{Z}}\|_F^2$$

由于

$$K_{\min} \|\boldsymbol{\xi}\|^2 \leqslant \boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}} K \boldsymbol{\xi}$$

当满足如下方程

$$K_{\min} \| \boldsymbol{\xi} \| - \boldsymbol{\varepsilon}_{N} + n(\| \widetilde{\boldsymbol{\Xi}} \|_{F}^{2} - \| \widetilde{\boldsymbol{\Xi}} \|_{F} \boldsymbol{\Xi}_{M}) =$$

$$K_{\min} \| \boldsymbol{\xi} \| - \boldsymbol{\varepsilon}_{N} + n(\| \widetilde{\boldsymbol{\Xi}} \|_{F} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}_{M})^{2} - \frac{n}{4} \boldsymbol{\Xi}_{M}^{2} \geqslant 0 \qquad (45)$$

式(43)可进一步改写为

$$\dot{V} \leqslant -K_{\min} \|\boldsymbol{\xi}\|^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_N \|\boldsymbol{\xi}\| + M +$$

$$n \|\boldsymbol{\xi}\| (\|\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}\|_F \|\boldsymbol{\Xi}\|_F - \|\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}\|_F^2) \leq n \|\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}\|_F (\|\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}\|_F - \boldsymbol{\Xi}_M)] + M - \|\boldsymbol{\xi}\| [\boldsymbol{K}_{\min} \|\boldsymbol{\xi}\| - \boldsymbol{\varepsilon}_N$$

$$(46)$$

当满足式(47)一式(49)时, $\|\boldsymbol{\xi}\|$ 和  $\boldsymbol{\Xi}$  最终一致有界,并且 $\dot{V} \leq 0$ 。

$$K_{\min} \|\boldsymbol{\xi}\| - \boldsymbol{\varepsilon}_{N} + n(\|\boldsymbol{\widetilde{\Xi}}\|_{F}^{2} - \|\boldsymbol{\widetilde{\Xi}}\|_{F}^{2} \boldsymbol{\Xi}_{M}) = K_{\min} \|\boldsymbol{\xi}\| - \boldsymbol{\varepsilon}_{N} + n(\|\boldsymbol{\widetilde{\Xi}}\|_{F} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\Xi}_{M})^{2} - \frac{n}{4}\boldsymbol{\Xi}_{M}^{2} \geqslant 0$$

$$(47)$$

$$\|\widetilde{\boldsymbol{z}}\|_{F} \ge \frac{1}{2}\boldsymbol{\Xi}_{M} + \sqrt{\frac{\boldsymbol{\Xi}_{M}^{2} + \boldsymbol{\varepsilon}_{N}}{4} + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{N}}{n}}$$
 (48)

$$\|\boldsymbol{\xi}\| \geqslant \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{N} + \frac{n}{4}\boldsymbol{\Xi}_{M}^{2}}{K}.$$
 (49)

# 3 数字仿真分析

本文仿真基于 MATLAB Simulink, 仿真步长设置为 0.01~s,仿真周期设置为 150~s。选择被控对象为式 (1) 所示,取 L=0.02,M=0.22, $J=1.3\times10^{-3}$ ,K=7.5,J=0.216,g=9.80。系统初始值设为 x(0)=0,位置指令  $y_d=\sin t$ 。设置控制器参数  $k_1=k_2=k_3=k_4=0.35$ 。采用 RBF 神经网络对  $g_1$ 、 $g_2$  和  $g_3$  进行逼近,选择神经网络的输入为  $g_1$ 0、 $g_2$  和  $g_3$ 0 进行逼近,选择神经网络的输入为  $g_1$ 0、 $g_2$ 0 和  $g_3$ 0 是  $g_$ 

系统初始状态为  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ , RBF 神经网络输入向量  $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}$ , 理想跟踪指令  $y_d = \sin t_\circ$ 

选择参数 
$$c$$
 和  $b_i$  为  $:$   $c = \begin{bmatrix} -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 \\ -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 \\ -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 \\ -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 \end{bmatrix};$ 

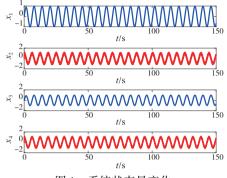
 $b_i = 8$ ; 网络的初始权值为 0。

在神经网络自适应控制律式(40)中,选取 n=0.01,

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = 250, f = 1.0, Q = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 0.004 & & \\ & & & 0.004 \\ & & & & 0.004 \end{bmatrix}$$

J = 0.216

在仿真中,结合实际经验对f(0)的大小进行选择,若 f值选择太小,控制输入u会变得很大,从而自适应律中f会很大;若选择的f太大,u会变得很小,自适应律f 小,控制输入 u 会失去作用。为了避免这些情况,结合实 际情况和调参经验.f的值选择可以适当大一点.f(0)= 300,部分仿真结果如图 1—图 4 所示。



系统状态量变化

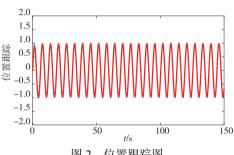


图 2 位置跟踪图

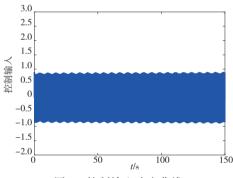


图 3 控制输入响应曲线

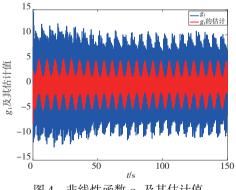


图 4 非线性函数  $g_1$  及其估计值

图 1 表示系统的 4 个状态变化量  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 。图 2 为 位置跟踪图,实线表示给定的指令,虚线代表位置的跟踪。 由图 1 和图 2 可以看出,系统状态量稳定且可以很好地跟 踪到给定的指令位置。图 3 仿真结果可以看出系统的控制 输入稳定在一定范围内。由图 4 仿真结果不难看出.RBF 神经网络对未知的非线性函数具有很好的逼近效果。

### 结语

本文针对被控对象柔性机械手模型复杂及具有强非 线性等情况,提出了一种将 RBF 神经网络思想引入反演 控制器设计中。主要研究内容如下:

- 1)基于反演控制理论,将原复杂的高阶非线性系统 分解成低阶简单系统,极大简化了控制器直接设计的
- 2)针对被控对象模型中存在的未知非线性函数,设 计 RBF 神经网络能够对未知的非线性函数进行很好的逼 近,可以有效地提高控制器的性能和鲁棒性。

本文选择合适的仿真参数确保了控制输入在一定合 理范围,但在实际工程中,控制器输入往往会存在饱和情 况,而在本文控制输入饱和特性并未考虑进去,在未来的 研究中会进一步考虑控制输入饱和特性,以提高机械手控 制系统的鲁棒性。

#### 参考文献:

- [1] 陆邦亮, 张浩. 基于扰动补偿的机械臂 ADLRNN 跟踪控 制[J]. 工业控制计算机,2021,34(9):103-106,109.
- [2] 刘满禄,汪双,张静,等. 无力传感器的机械手爪力控制研 究[J]. 传感器与微系统,2019,38(10):36-39,43.
- [3] RAHBAR F, KALAT A A. An observer-based robust adaptive fuzzy back-stepping control of ball and beam system[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2020, 45(3): 1397-1409.
- [4] 宋齐,王远彬,于潇雁. 漂浮基空间机械臂的反演滑模容错控 制[J]. 动力学与控制学报,2021,19(2):78-84.
- [5] 郭海全,刘烨,周秋坤. 多自由度机械臂反演自适应滑模智能 控制方法设计[J]. 智能计算机与应用,2020,10(12):16-17.
- [6] 邹思凡,吴国庆,茅靖峰,等. 改进非线性干扰观测器的机械 臂自适应反演滑模控制[J]. 计算机应用, 2018, 38(10): 2827-2832.
- [7] 孟宪洋,尤海荣,何平,等. 基于收缩反步的不确定机械臂轨 迹跟踪控制[J/OL]. 控制理论与应用,2021:1-9. (2021-11-18). https://kns. cnki. net/kcms/detail/44. 1240. TP. 20211117.1436.002. html.
- [8] CHEN N, SONG F, LI G, et al. An adaptive sliding mode backstepping control for the mobile manipulator with nonholonomic constraints [ J ]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(10):2885-2899.
- [9] 刘云飞,胡盛斌,李洋,等. 基于模糊干扰观测器的机械臂滑 模控制[J]. 计算机时代,2019(1):1-4.
- [10] 李正楠,殷玉枫,张锦,等. 多关节机械臂反演滑模神经网络 干扰观测器控制[J]. 机械设计,2021,38(3):126-131.
- [11] 柘龙炫,李少波,张星星,等. 基于 RBF 神经网络的六自由度 机械臂轨迹优化[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2021(6):17-20.
- [12] 郭婷. 基于神经网络的欠驱动柔性机械臂的控制与仿 真[J]. 电子设计工程,2021,29(9):71-74,79.
- [13] 徐桂新,宋齐,于潇雁,等. 漂浮基空间机械臂鲁棒自适应滑 模神经网络控制[J]. 机械设计与制造工程,2021,50(12): 23-28.