

一种减小柔性冲击的 NURBS 曲线速度规划算法

冯胜利,赵东标

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

摘要:针对传统 NURBS 曲线插补 7 段 S 型加减速模型存在较大柔性冲击的问题,设计一种柔性冲击较小的四次多项式加减速模型,将其与传统 7 段 S 型进行组合,并引入系数 k 来调整两者各自占比,达到加工效率与柔性冲击均衡的目的。仿真结果表明:该算法能在满足加工效率的条件下减少速度波动,且加工精度较传统 7 段 S 型有所提高。

关键词:NURBS 插补;S 型加/减速;速度波动;速度规划

中图分类号:TP391.9 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2023)06-0010-05

A Speed Planning Algorithm for NURBS Curve to Reduce Flexible Shock

FENG Shengli, ZHAO Dongbiao

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract:To cope with large flexible shock in the traditional NURBS curve interpolation 7-segment S-type acceleration and deceleration model, designs a 4-degree polynomial acceleration and deceleration model with less flexible shock, with which the traditional 7-segment S model is combined, and to which the coefficient k is introduced for respective ratio adjustments, thus achieving the balance between machining efficiency and flexible shock. The simulation results show that the proposed algorithm can reduce the speed fluctuation under the condition of satisfying the machining efficiency, and the machining accuracy is higher than that of the traditional 7-segment S-type.

Keywords:NURBS interpolation; S-type acceleration/deceleration; speed fluctuation; speed planning

0 引言

常见的速度规划模型有 S 型、多项式型、三角函数型、指数型等。从 S 型加减速模型的速度表达式看,它本质上也是一种多项式型加减速模型。三角函数型虽然平滑且无限可微,但是求导积分过程复杂;指数型平滑性较好,但是加减速的起点和终点存在速度突变,且计算也较复杂。因此,对 S 型和多项式型研究更为深入^[1-9]。

传统 7 段 S 型加减速模型加加速度一直保持最大值,因此加工效率高。但其加加速度存在突变,产生较大惯性力,因此会对机床产生较大的柔性冲击。本文设计一种速度表达式是四次多项式的加减速模型,其柔性冲击较小,但加工效率偏低。通过引入系数 k 将其与传统 7 段 S 型加减速模型组合产生一种兼顾柔性冲击和加工效率的加减速模型,系数 k 可以调整 S 型和四次多项式型加工过程中所占比例,以达到协调柔性冲击和加工效率的目的。

1 速度规划预处理

1.1 自适应速度规划

为保证加工质量,NURBS 曲线上任一点的速度应该

满足最大弓高误差 e_{\max} 、最大进给速度 V_{\max} 、最大法向加速度 $A_{N\max}$ 、最大加加速度 J_{\max} 的约束,并将此速度作为后续速度规划的上限^[10-11]。

$$V_{i\max} = \min \left\{ \frac{\sqrt{8\rho_i e_{\max}}}{T}, V_{\max}, \sqrt{A_{N\max}\rho_i}, \sqrt{J_{\max}\rho_i^2} \right\} \quad (1)$$

1.2 基于速度敏感点的 NURBS 曲线分段

由式(1)知,曲率极大值点的速度应减小。速度敏感点是曲率极大值点,但并不是所有的曲率极大值点都是速度敏感点,只有满足式(2)的曲率极大值点才称为速度敏感点^[12]。以速度敏感点为界将 NURBS 曲线分段进行速度规划^[13],其中曲率 $k(u_i)$ 与曲率半径 ρ_i 成反比。

$$k(u_i) > \min \left\{ \frac{8e_{\max}}{V_{\max}^2 T^2}, \frac{A_{N\max}}{V_{\max}^2}, \sqrt{\frac{J_{\max}}{V_{\max}^3}} \right\} \quad (2)$$

2 S 加减速模型的改进与速度规划

2.1 四次多项式型加减速模型设计

首先,设计一种四次多项式型加减速模型,如图 1 所示。

基金项目:国家重点基础研究发展计划项目(2014CB046501)

第一作者简介:冯胜利(1998—),男,湖北武汉人,硕士研究生,研究方向为数控技术, fsl-sx@nuaa.edu.cn。

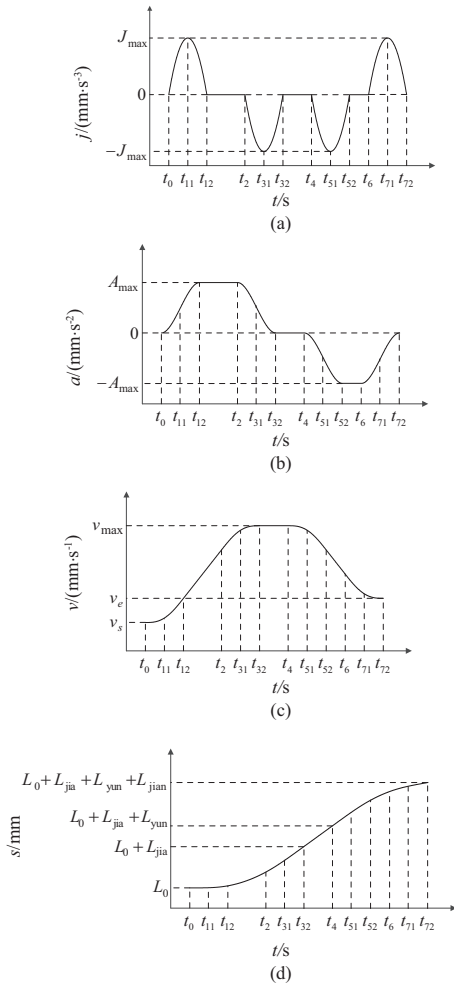


图1 四次多项式型加减速模型

该加减速模型的加加速度二阶可导,因此可以极大地减小柔性冲击。

下面给出该模型加减速公式的推导。

以加速段为例,减速段可视为反向加速。加加速度曲线是关于时间的二次抛物线函数,在加速段加加速度的积分为0。

为简化表达式,令 $t_0=0, T_{i1}=t_{i1}-t_{i-1}$ 。根据 a_{max} 可知: $T_{11}=T_{12}=T_{31}=T_{32}=3a_{max}/4J_{max}$ 。进一步可得到以下加加速度方程:

$$j(t) = \begin{cases} \frac{-J_{max}}{T_{11}^2}(t-t_{11})^2 + J_{max} & 0 \leq t < t_{12} \\ 0 & t_{12} \leq t < t_2 \\ \frac{J_{max}}{T_{31}^2}(t-t_{31})^2 - J_{max} & t_2 \leq t < t_{32} \end{cases} \quad (3)$$

为了避免重复,加速度和速度方程在后面与传统7段S型结合时一起给出。

2.2 四次多项式模型与S型模型结合

只要加加速度达到最值后能以该值持续一段时间,则可以提高上述四次多项式模型的加工效率。因此本文在四次模型的基础上融入7段S型模型,得到一种兼顾柔性冲击和加工效率的新速度模型,如图2所示。

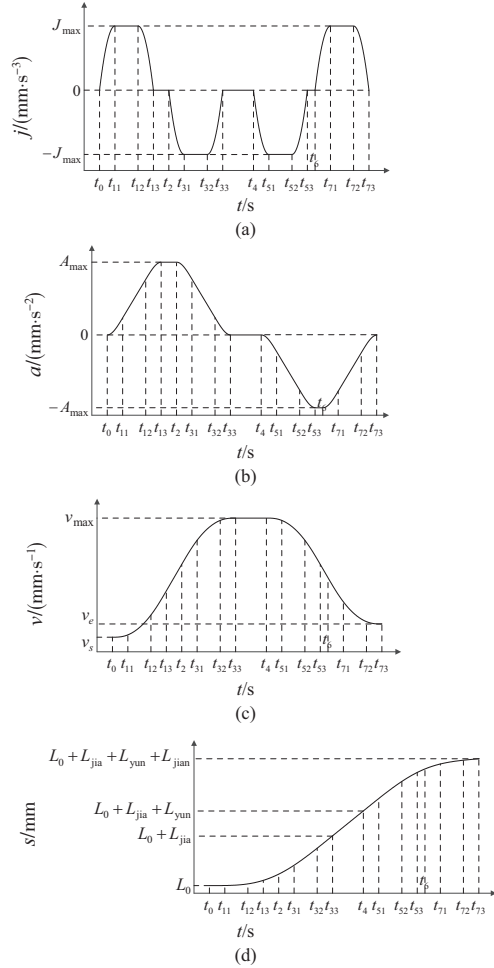


图2 多项式型和S型组合加减速模型

令 $k_i = T_{i1}/T_i, T_{i1} = t_{i1} - t_{i-1}, T_i = T_{i1} + T_{i2} + T_{i3}$, 其中 $k_i \in [0, 0.5]$ 。加加速度曲线在原来二次抛物线的基础上增加了最值的水平线,其余保持不变。因此, $T_{12} = T_{32}, T_{11} = T_{13} = T_{31} = T_{33}$ 。由对称性可得, $k_1 = k_3, k_5 = k_7$ 。为了减少计算量,假设 $k_1 = k_3 = k_5 = k_7 = k_0$ 。根据 k_i 可将 T_{i1}, T_{i2}, T_{i3} 合并为一个 T_i 来处理,图2中细分的15段就可以转化为7段来处理。以加速段为例,减速段可视为反向加速。为简化表达式,令 $t_0=0$,加加速度方程如式(4)所示。对加加速度方程积分并代入边界条件可得加速度方程,同理可由加速度方程推出速度方程。加速度和速度方程每段时间分组同加加速度方程,为了避免冗余,式(5)和式(6)每段方程的时间取值范围省略。

$$j(t) = \begin{cases} \frac{J_{max}}{T_{11}^2}(t-t_{11})^2 + J_{max} & 0 \leq t < t_{11} \\ J_{max} & t_{11} \leq t < t_{12} \\ \frac{J_{max}}{T_{13}^2}(t-t_{12})^2 + J_{max} & t_{12} \leq t < t_{13} \\ 0 & t_{13} \leq t < t_2 \\ \frac{J_{max}}{T_{31}^2}(t-t_{31})^2 - J_{max} & t_2 \leq t < t_{31} \\ -J_{max} & t_{31} \leq t < t_{32} \\ \frac{J_{max}}{T_{33}^2}(t-t_{32}) - J_{max} & t_{32} \leq t < t_{33} \end{cases} \quad (4)$$

$$a(t) = \begin{cases} -\frac{J_{\max}}{3T_{11}^2}(t-t_{11})^3 + J_{\max}t - \frac{J_{\max}}{3}T_{11} \\ a_{11} + J_{\max}(t-t_{11}) \\ a_{12} - \frac{J_{\max}}{3T_{13}^2}(t-t_{12})^3 + J_{\max}(t-t_{12}) \\ a_2 \\ a_2 + \frac{J_{\max}}{3T_{31}^2}(t-t_{31})^2 - J_{\max}(t-t_2) + \frac{J_{\max}}{3}T_{31} \\ a_{31} - J_{\max}(t-t_{31}) \\ a_{32} + \frac{J_{\max}}{3T_{33}^2}(t-t_{32})^3 - J_{\max}(t-t_{32}) \end{cases} \quad (5)$$

$$v(t) = \begin{cases} v_s - \frac{J_{\max}}{12T_{11}^2}(t-t_{11})^4 + \frac{J_{\max}}{2}t^2 - \frac{J_{\max}}{3}T_{11}t + \frac{J_{\max}}{12}T_{11}^2 \\ v_{11} + \frac{J_{\max}}{2}(t-t_{11})^2 + a_{11}(t-t_{11}) \\ v_{12} - \frac{J_{\max}}{12T_{13}^2}(t-t_{12})^4 + \frac{J_{\max}}{2}(t-t_{12})^2 + a_{12}(t-t_{12}) \\ v_{13} + a_2(t-t_{13}) \\ v_2 + \frac{J_{\max}}{12T_{31}^2}(t-t_{31})^4 - \frac{J_{\max}}{2}(t-t_2)^2 + R \\ v_{31} - \frac{J_{\max}}{2}(t-t_{31})^2 + a_{31}(t-t_{31}) \\ v_{32} + \frac{J_{\max}}{12T_{33}^2}(t-t_{32})^4 - \frac{J_{\max}}{2}(t-t_{32})^2 + a_{32}(t-t_{32}) \end{cases} \quad (6)$$

式中 $R = \left(a_2 + \frac{J_{\max}}{3}T_{31}\right)(t-t_2) - \frac{J_{\max}}{12}T_{31}^2$, 式(5)和式(6)中的未知量如表1和表2所示。

表1 加速度方程中的未知量

变量名	数值
a_{11}	$\frac{2}{3}J_{\max}T_{11}$
a_{12}	$a_{11} + J_{\max}T_{12}$
a_2	$a_{12} + \frac{2}{3}J_{\max}T_{13}$
a_{31}	$a_2 - \frac{2}{3}J_{\max}T_{31}$
a_{32}	$a_{31} - J_{\max}T_{32}$

表2 速度方程中的未知量

变量名	数值
v_{11}	$v_s + J_{\max}T_{11}^2/4$
v_{12}	$v_{11} + J_{\max}T_{12}^2/2 + a_{11}T_{12}$
v_{13}	$v_{12} + 5J_{\max}T_{13}^2/12 + a_{12}T_{13}$
v_2	$v_{13} + a_2T_2$
v_{31}	$v_2 - J_{\max}T_{31}^2/4 + a_2T_{31}$
v_{32}	$v_{31} - J_{\max}T_{32}^2/2 + a_{31}T_{32}$

以加速段为例,该模型存在匀加速段的条件为 $v_{\max} - v_s > \frac{A_{\max}^2}{(1-2k/3)J_{\max}}$ 。当存在匀加速段时,该模型加速

前后速度和位移的变化如下:

$$\Delta V_+ = \frac{A_{\max}^2}{(1-2k/3)J_{\max}} + A_{\max}T_2 \quad (7)$$

$$\Delta S_+ = \left(\frac{v_{\max} + v_s}{2}\right) \left[\frac{v_{\max} - v_s}{A_{\max}} + \frac{A_{\max}}{(1-2k/3)J_{\max}}\right] \quad (8)$$

式中 $T_2 = \frac{v_{\max} - v_s}{A_{\max}} - \frac{A_{\max}}{(1-2k/3)J_{\max}}$ 。

当 $v_{\max} - v_s \leq \frac{A_{\max}^2}{(1-2k/3)J_{\max}}$, 该模型不存在匀加速段。

此时,该模型加速前后速度和位移的变化如下:

$$\Delta V_+ = \frac{a_{+\max}^2}{(1-2k/3)J_{\max}} \quad (9)$$

$$\Delta S_+ = (v_{\max} + v_s) \sqrt{\frac{v_{\max} - v_s}{(1-2k/3)J_{\max}}} \quad (10)$$

式中 $a_{+\max} = \sqrt{(v_{\max} - v_s)(1-2k/3)J_{\max}}$ 。

同理将 v_s 替换为 v_e , T_2 替换为 T_5 , T_1 替换为 T_4 可以得到减速段的速度变化 ΔV_- 和位移变化 ΔS_- 。

2.3 速度规划

基于预处理的结果,NURBS曲线被速度敏感点分成许多曲线段。每一小段曲线的加减速类型分为如下4种:纯加速、纯减速、加速减速、加速匀速减速。

1) 加减速状态判断:根据加减速的位移变化,求得每段曲线加减速状态的判断依据如表3所示。由于本文提出的组合模型考虑了匀加速段和匀减速段,所以需要用上文的判断式进行判断。为书写简便,表3用 ΔS_+ 代表加速段位移,用 ΔS_- 代表减速段位移。

表3 4种加减速状态类型的判断依据

加减速状态类型	判断依据
纯加速型	$v_s < v_e$ 且 $L \leq \Delta S_+$
纯减速型	$v_s > v_e$ 且 $L \leq \Delta S_-$
加速减速型	$L \leq \Delta S_+ + \Delta S_-$
加速匀速减速型	$L > \Delta S_+ + \Delta S_-$

2) 速度修正:根据曲线段不同加减速状态类型对速度进行修正。

a) 纯加速型或纯减速型:若为纯加速型,需要修正 v_e ; 若为纯减速型,需要修正 v_s 。

以纯加速为例,利用 v_s 和 L 可以反求 v_e ,分为以下两种情况:

①存在匀加速时,将位移公式化简为:

$$\begin{cases} v_e^2 + \frac{A_{\max}^2 v_e}{(1-2k/3)J_{\max}} + c = 0 \\ c = \frac{A_{\max}^2 v_s}{(1-2k/3)J_{\max}} - v_s^2 - 2A_{\max}L \end{cases} \quad (11)$$

令: $a = 1; b = \frac{A_{\max}^2}{(1-2k/3)J_{\max}}$ 。

可得修正的 v_e :

$$v_e = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac})/2a \quad (12)$$

②不存在匀加速时,将位移公式化简为

$$(\sqrt{v_e - v_s})^3 + 2v_s \sqrt{v_e - v_s} - L \sqrt{(1-2k/3)J_{\max}} = 0 \quad (13)$$

$$\text{令 } p=2v_s; q=-L\sqrt{(1-2k/3)J_{\max}},$$

根据 Cardan 公式^[14]可得

$$v_e = \left(\sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \right)^2 + v_s \quad (14)$$

由于速度不能突变,修正了本段的 v_e 需更改下一段曲线的 v_s 。同理,纯减速修正本段的 v_s 需更改上一段曲线的 v_e 。上一段的 v_e 被修改了,所以还要回溯到上一段曲线重新规划。

b) 加速减速型: 由于加速减速距离受到曲线段长度的限制,最大速度达不到自适应预处理的 v_{\max} 。修正的 v'_{\max} 在 $[\max\{v_s, v_e\}, v_{\max}]$ 内通过二分迭代进行求解。

c) 加速匀速减速型: 因为存在匀速段,所以可以达到自适应速度规划中的最大速度 v_{\max} , 匀速段时间为

$$T_4 = \frac{L - \Delta S_+ - \Delta S_-}{v_{\max}} \quad (15)$$

总体速度规划流程图如图 3 所示。

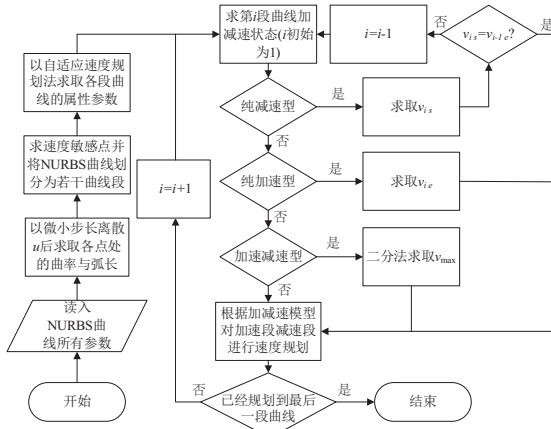


图 3 速度规划流程图

2.4 k 的取值依据与作用

k 值的数学意义是四次多项式模型在组合模型中所占的比列。 k 值越大,速度和加速度曲线越平滑,加工效率越低; k 值越小,速度和加速度曲线波动越大,加工效率越高。当 $k=0$,组合模型就是传统的 7 段式 S 型;当 $k=0.5$,组合模型就是四次多项式模型。经反复试验, k 不能取值过小。因为 k 过小,会导致组合模型中的加加速度曲线从 0 加到 J_{\max} 的时间过小,二次抛物线部分接近竖直线,斜率过大,对减少柔性冲击的效果不显著。所以考虑运动的平滑性,建议 k 值不小于 0.3。

k 起到比例控制作用,让四次多项式部分与传统 S 型部分始终共存,保证了加加速度的连续性,减少了柔性冲击,而且加加速度能够达到最大值并持续一段时间,保证了加工的效率。此外,系数 k 的引入增加了进给速度控制的灵活性。

2.5 仿真与实验

为了验证上述 NURBS 曲线加减速算法的有效性,选取图 4 中一个二维三叉戟型 NURBS 曲线进行仿真,其曲

率曲线如图 5 所示。该 NURBS 曲线参数如表 4 所示。其中插补周期为 1 ms,最大速度 240 mm/s,最大法向加速度 4 900 mm/s²,最大加加速度 48 000 mm/s³,最大弓高误差 0.001 mm,最大速度波动率 0.001。

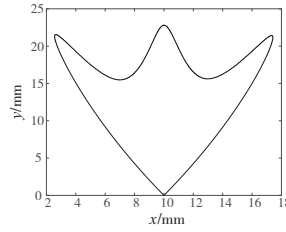


图 4 三叉戟型 NURBS 曲线

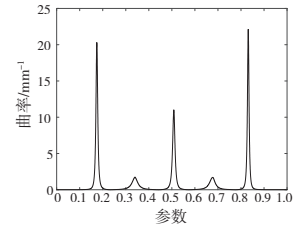


图 5 三叉戟型 NURBS 曲线曲率

表 4 三叉戟 NURBS 曲线参数

参数	数值
控制点 d/mm	(10,0), (15,10), (20,30), (12,8), (10,30), (8,8), (0,30), (5,10), (10,0)
节点矢量 U	(0,0,0,0,0.15,0.34,0.51,0.68,0.85, 1.00,1.00,1.00,1.00)
权因子 ω	(1,1,1,1,1,1,1,1,1)

对该曲线进行仿真加工得到参数 k 与加工时间 t 的关系如图 6 所示。从图 6 可看出,系数 k 越大加工时间越长,但是柔性冲击减小。因此本文取 $k=0.3$ 这个中间值得到的模型和传统 7 段 S 型模型进行仿真比较,结果如图 7 所示。

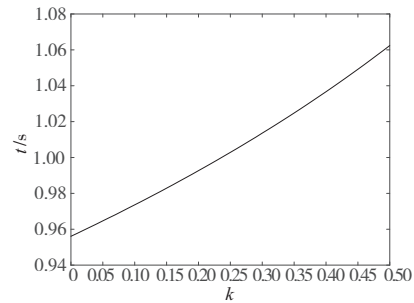


图 6 加工时间 t 与系数 k 关系

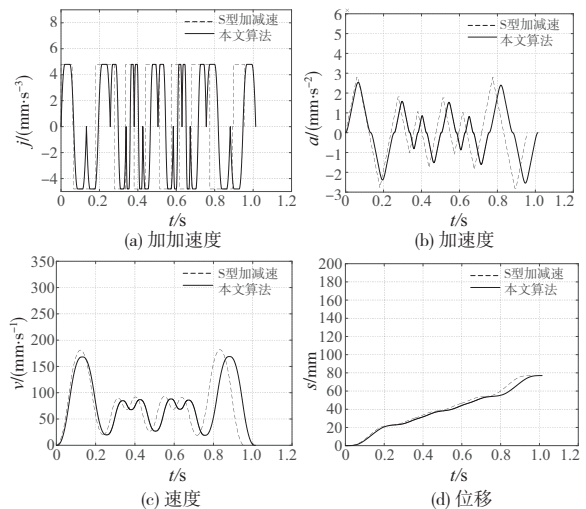


图 7 三叉戟型曲线仿真结果

从仿真图对比可以明显看出,相比总以最大加加速度进行加减速且柔性冲击大的 S 型加减速,本文加减速算法实现了加加速度连续且平滑,加速度曲线更加平滑,在满足最大加加速度、加速度、进给速度等限制的同时,本文算法加速度最大值更小,柔性冲击更小。从时间上看,7 段 S 型加减速用时 0.956 3 s,本文算法在 $k=0.3$ 时用时 1.013 6 s,相比 7 段 S 型加减速增加了 5.99% 的时间,属于可以接受的以少量加工时间换取更好的加工柔性。

除了加工效率,加工精度也是评价速度规划算法好坏的重要指标。由于实际 NURBS 曲线插补时是以微小直线段代替曲线,所以存在弓高误差。此外,由于速度规划的速度只能作为理想的速度进行插补点参数预估,使得理想步长与实际步长存在偏差,用速度波动率来表示。因此本文采用文献[15]里的插补算法,对速度波动和弓高误差这两个精度指标进行插补实验比较。此外统计本文速度规划算法和传统 7 段 S 型速度规划算法单次插补计算时间。

通常在加工曲线的拐角处,电机换向,引起柔性冲击,造成拐角附近的加工误差偏大,也会引起实际步长与理想步长相差较大,即速度波动率变大。由图 8 可知,本文算法的弓高误差与传统 7 段 S 型算法变化趋势相似但处处小于传统 7 段 S 型算法,特别是在曲线曲率极大值点附近减小了弓高误差。由图 9 可知,S 型算法的速度波动率在曲线曲率极大值点附近超过了上限值 0.001,本文算法速度波动率的幅值明显小于传统 7 段 S 型算法,且波动次数减少,幅值也没有超出速度波动率的上限值。由图 10 可知,两种速度规划算法单次插补计算时间都没有超过插补周期 1 ms,满足插补实时性要求。由于都是采用文献[15]里的插补算法,所以插补计算效率上相差不多。

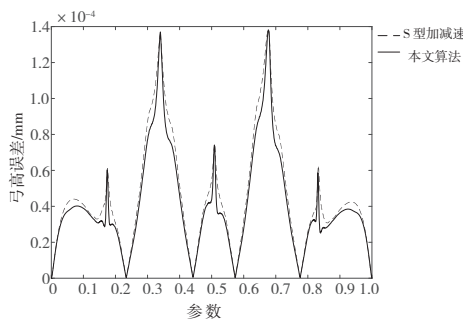


图 8 弓高误差图

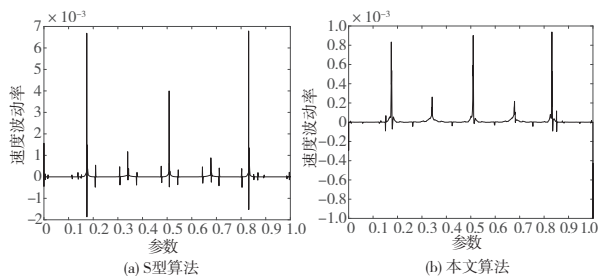


图 9 速度波动率

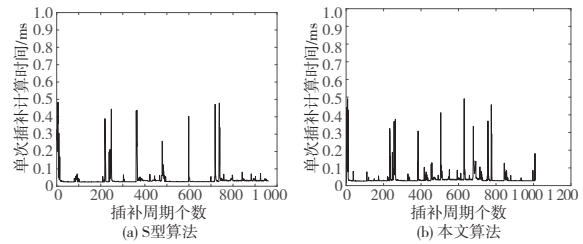


图 10 插补算法计算时间

将相关参数进行统计处理得表 5,通过对比可知本文算法在加工精度上要明显优于传统 7 段 S 型算法。

表 5 弓高误差和速度波动率统计表

项目	7 段 S 型算法	本文算法
平均弓高误差/mm	4.272×10^{-5}	3.784×10^{-5}
最大弓高误差/mm	1.383×10^{-4}	1.381×10^{-4}
平均速度波动率	3.541×10^{-5}	8.264×10^{-6}
最大速度波动率	6.800×10^{-3}	9.383×10^{-4}
平均插补计算时间/ms	3.990×10^{-2}	4.242×10^{-2}

总体上看,本文速度规划算法能在加工中全程保持加加速度连续且平滑。相比于传统 7 段 S 型加减速,本文速度规划算法速度波动更小,减少了柔性冲击,提高了加工精度。

3 结语

本文为解决传统 7 段 S 型柔性冲击大的问题,设计了一种加加速度曲线为二次抛物线形式的四次多项式型加减速模型。为了兼顾加工效率,将四次多项式型加减速模型与传统 7 段 S 型加减速模型组合,并引入系数 k 来调整两种模型的占比,达到加工效率与柔性冲击兼顾的目的,提高了进给速度控制的灵活性,并通过仿真验证了本文算法相比于 S 型算法能够有效地减少速度波动,减少机床运行时的柔性冲击,提高加工精度,也满足插补实时性要求。

参考文献:

- [1] WANG T Y, ZHANG Y B, DONG J C, et al. NURBS interpolator with adaptive smooth feedrate scheduling and minimal feedrate fluctuation[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2020, 21(2): 273-290.
- [2] 潘海鸿, 杨增启, 陈琳, 等. 一种适用于前瞻的高精度 7 段式非对称 S 曲线加减速控制[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(7): 1024-1030.
- [3] 唐潍. 实时前瞻的 NURBS 曲线插补算法研究[D]. 湘潭: 湘潭大学, 2015.
- [4] 罗福源, 游有鹏, 尹涓. NURBS 曲线 S 形加减速双向寻优插补算法研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(5): 147-156.
- [5] 彭俊泉. NURBS 曲线前瞻插补技术研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2017.
- [6] 王允森, 盖荣丽, 孙一兰, 等. 面向高质量加工的 NURBS 曲线插补算法[J]. 计算机辅助设计与图形学报, 2013, 25(10): 1549-1556.

(下转第 39 页)

将理论结果与试验结果进行对比,从表 8 可以发现最大相对偏差为 4.24%,平均相对偏差为 2.10%,这个结果可以接受,验证了理论计算方法的可靠性,为双剪搭接结构 DFR 值测定提供了参考。

3.4 带板厚度对两种连接方式疲劳性能影响

根据上述理论与试验数据对比,可以得知有限元结合理论方法误差小,所以计算其他板厚下结构 DFR 值,进而研究板厚对两种连接方式疲劳性能的影响。

计算得到了以下 5 个厚度下两种连接方式结构 DFR 值,如表 9 所示。

表 9 不同带板厚度 DFR 值

带板厚度/mm	平头结构 D_{FR}/MPa	沉头结构 D_{FR}/MPa
1.2	135.47	88.03
1.5	127.62	94.69
1.8	120.43	95.65
2.0	116.53	95.20
2.5	108.05	92.77

从表 9 中可以得出,对于平头结构,带板厚度增加,结构 DFR 值有所下降;对于沉头结构,在带板厚度和埋头深度与带板厚度比值同时作用下,沉头结构 DFR 值在 1.5~2.0 mm 板厚下相对较大,带板厚度太大或太小均会降低结构 DFR 值。此数据为进一步工作提供了参考依据。

4 结语

1) 针对机身蒙皮双剪搭接结构,分别进行了不同厚度下连接方式的疲劳试验,可以得知,沉头导致结构 DFR 值降低了约 22%。

2) 针对机身蒙皮双剪搭接结构,分别采用试验测定和理论计算两种方法确定结构 DFR 值,两种方法测定 DFR 值结果平均误差为 2.10%,误差较小,验证了理论计算的可靠性,为蒙皮双剪搭接结构 DFR 测定提供了参考依据。

3) 带板厚度增加,平头结构 DFR 值逐渐下降;对于沉头结构,带板厚度在 1.5~2.0 mm 时,DFR 值较大,带板厚度太大或太小均会降低结构 DFR 值。

参考文献:

- [1] 郑晓玲. 民机结构耐久性与损伤容限设计手册·上册,疲劳设计与分析[M]. 航空工业出版社,2003:1-15.
- [2] 张增焕,陶汪,张溪龙,等. 机身壁板 LBW 结构 DFR 值试验测定及理论计算[J]. 哈尔滨工业大学学报,2018,50(11):17-22.
- [3] 宋欣,沈华,陈龙宝,等. Weibull 分布参数估计值对细节疲劳额定强度的影响[J]. 航空学报,2021,42(3):224759.
- [4] 鲍蕊,张建宇,陈勃,等. 试验测定 DFR 的升降法方法[J]. 北京航空航天大学学报,2004,30(1):47-50.
- [5] 飞机设计手册总编委会. 飞机设计手册:第 2 册 标准与标准件(上)[M]. 北京:航空工业出版社,2005.
- [6] 李鹏,薛应举. 连接板厚度对沉头铆钉连接强度的影响分析[J]. 航空科学技术,2019,30(8):35-40.
- [7] 陶雪菲,王瑞,高玉魁,等. 基于 DFR 法的螺栓连接件疲劳性能研究[J]. 民用飞机设计与研究,2021(4):28-36.
- [8] 张志楠,王新波,谭申刚. 机翼壁板斜搭接结构 DFR 值试验测定及理论计算[J]. 工程力学,2016,33(6):230-233.
- [9] 陈滨琦,曾建江,王一丁,等. DFR 法在结构疲劳优化设计中的应用[J]. 航空学报,2013,34(5):1122-1128.
- [10] HUANG W, WANG T J, GARBATOV Y, et al. Fatigue reliability assessment of riveted lap joint of aircraft structures [J]. International Journal of Fatigue,2012,43:54-61.
- [11] DI - CICCO F, FANELLI P, VIVIO F. Fatigue reliability evaluation of riveted lap joints using a new rivet element and DFR[J]. International Journal of Fatigue,2017,101:430-438.
- [12] 袁伟,孙秦. DFR 法结构细节疲劳强度分析[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版),2007,23(1):9-11.
- [13] 郭翔,刘建中,胡本润,等. 细节疲劳额定强度形状参数取值[J]. 航空材料学报,2014,34(2):77-83.
- [14] 董彦民,刘文珽. 典型壁板连接件 DFR 值试验测定[J]. 工程力学,2012,29(11):355-359.

收稿日期:2022-07-01

(上接第 14 页)

- [7] LIU X H, PENG J Q, SI L, et al. A novel approach for NURBS interpolation through the integration of acc-jerk-continuous-based control method and look-ahead algorithm [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017,88(1):961-969.
- [8] XU R Z, XIE L, LI C X, et al. Adaptive parametric interpolation scheme with limited acceleration and jerk values for NC machining [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008,36(3):343-354.
- [9] JI S J, LEI L G, ZHAO J, et al. An adaptive real-time NURBS curve interpolation for 4-axis polishing machine tool [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 67: 102025.
- [10] YEH S S, HSU P L. Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error[J]. Computer-Aided Design,2002,34(3):229-237.

- [11] JIA Z Y, SONG D N, MA J W, et al. A NURBS interpolator with constant speed at feedrate-sensitive regions under drive and contour-error constraints [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture,2017,116:1-17.
- [12] 林峰,张正红,陈胜. 基于进给速度敏感点识别的 NURBS 曲线平滑插补算法研究[J]. 中国机械工程,2012,23(9):1060-1064.
- [13] SEKAR M, NARAYANAN V N, YAMG S H. Design of jerk bounded feedrate with ripple effect for adaptive NURBS interpolator [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008,37(5/6):545-552.
- [14] 邢富冲. 一元三次方程求解新探[J]. 中央民族大学学报(自然科学版),2003,12(3):207-218.
- [15] 贾庆祥,徐知行,刘新山. 基于阿当姆斯算法的 NURBS 曲线插补[J]. 吉林大学学报(工学版),2009,39(增刊 1):215-218.

收稿日期:2022-05-18