

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2024.01.010

# 基于三周期极小曲面的多孔结构力学性能研究

张曦,丁力平,吴沛豪

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

**摘要:**针对设计多孔结构时难以直接预测其力学性能的问题,选取三周期极小曲面中的 Schwarz\_P 曲面,采用选区激光熔化技术制备不同结构参数的 Schwarz\_P 结构;通过压缩试验研究其力学性能,建立 Schwarz\_P 结构的结构参数与力学性能之间的关系模型。试验结果表明:建立的模型拟合优度在 98% 以上,采用该模型预测的力学性能与实测值基本一致,在设计多孔结构时可直观地预估其力学性能。

**关键词:**三周期极小曲面;多孔结构;力学性能;选区激光熔化

**中图分类号:**TN249; TH164 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2024)01-0049-06

## Research on Mechanical Properties of Porous Structures Based on Triply Periodic Minimal Surfaces

ZHANG Xi, DING Liping, WU Peihao

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:**To overcome the difficulty in directly predicting the mechanical properties in porous structure designing, this paper establishes a relationship model between the structural parameters and the mechanical properties of the Schwarz\_P structure, by selecting the Schwarz\_P surface in the triply periodic minimal surfaces, applying selective laser melting technology to manufacture the Schwarz\_P structures with different structural parameters and conducting compression test for the study of Schwarz\_P structures' mechanical properties. The test results show that the goodness of fit for the designed model is more than 98%, the mechanical properties predicted by the model are basically consistent with the measured values, and the mechanical properties can be intuitively predicted when designing porous structure.

**Keywords:**triply periodic minimal surfaces; porous structure; mechanical properties; selective laser melting

### 0 引言

三周期极小曲面 (triply periodic minimal surfaces, TPMS) 是一种基于数学模型表达的隐式曲面,具有三维周期性、零曲率、几何形状多样等特点<sup>[1]</sup>。基于 TPMS 设计的多孔结构相较于传统点阵结构(如体心立方结构)具有高表面积与体积比、表面光滑、孔隙连通性优越、孔隙特征可控等优点<sup>[2]</sup>,在医学植入物、结构轻量化设计等领域得到广泛应用。

在多孔结构实际应用场景中,多孔结构往往需要满足一定的强度要求,Gibson-Ashby 模型是评估多孔结构力学性能最为经典的模型。Gibson-Ashby 模型表达了多孔结构孔隙率与力学性能之间的关系<sup>[3]</sup>,但是除了孔隙率这一影响多孔结构力学性能的主要因素外,孔隙形状、尺寸及空间分布也会对其力学性能产生影响<sup>[4]</sup>,而且由于多孔

结构具有复杂的结构特征,其成形实体与设计模型之间往往存在较大误差<sup>[5]</sup>,在多孔结构的设计阶段难以准确地评估其真实孔隙率,因此采用 Gibson-Ashby 模型预估的力学性能与实际值相差较大,如吴先哲等<sup>[6]</sup>采用 Gibson-Ashby 模型预测的多孔结构弹性模量与实际值相差高达 96%;张国庆等<sup>[7]</sup>采用 Gibson-Ashby 模型预测的正八面体结构的力学性能与实际值相差高达 68.3%。为了解决这一问题,国内外研究人员对 Gibson-Ashby 模型进行了修正。JHA 等<sup>[8]</sup>根据多孔结构的孔隙特征修正了 Gibson-Ashby 模型的系数,并提出了修正后系数的取值规律;阮文超等<sup>[9]</sup>修正了孔隙率的计算方式,进而完成了对 Gibson-Ashby 模型的修正;韩春光<sup>[10]</sup>分析了开孔泡沫材料的变形机制,对 Gibson-Ashby 模型进行了推广;HU 等<sup>[11]</sup>通过分析结构的宏观特征,引入有效相对密度这一概念来修正 Gibson-Ashby 模型。

第一作者简介:张曦(1997—),男,河南周口人,硕士研究生,研究方向为增材制造技术,1078779336@qq.com

尽管国内外许多研究人员针对 Gibson-Ashby 模型做了一定的修正,但是这些研究主要是通过进行大量的试验和理论计算,依据多孔结构的孔隙特征修正 Gibson-Ashby 模型的系数,修正过程繁琐。此外,由于难以定量地描述多孔结构的结构参数对孔隙特征的影响,因此未能建立多孔结构的结构参数与力学性能之间的关系模型,在设计多孔结构时不能直观地预估其力学性能。针对在多孔结构设计阶段难以直接预测其力学性能的问题,本文以 TPMS 模型中的 Schwarz\_P 结构为研究对象,采用选区激光熔化(selective laser melting, SLM)技术制备了不同结构参数的 Schwarz\_P 结构,进行了压缩试验,研究了其力学性能,建立了力学性能与结构参数之间的关系模型。

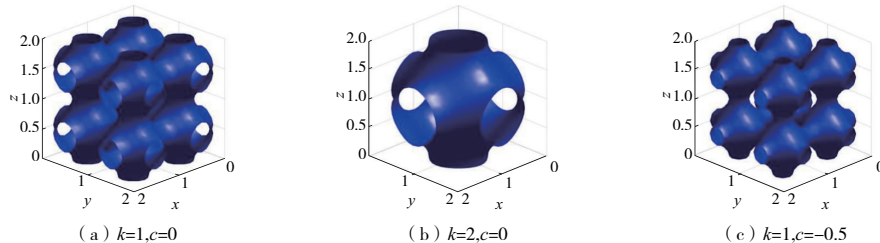


图1 Schwarz\_P 结构图像

需要指出的是,形状因子  $c$  存在阈值,即当  $c$  达到一定值时, Schwarz\_P 结构上下层连接线过细,产生夹断现象,夹断现象的产生导致 Schwarz\_P 结构不连续,因此需要对形状因子的取值做出限制。张明康<sup>[12]</sup>对 Schwarz\_P 结构的夹断行为做了一定研究,研究结果表明当形状因子  $c$  为 1 时, Schwarz\_P 结构会出现夹断现象,因此形状因子  $c$  最大值应小于 1。

## 1.2 基于加工轨迹构造的多孔结构设计方法

本文采用基于加工轨迹构造的多孔结构设计方法完成 Schwarz\_P 结构的设计,该设计方法相较于多孔结构传统设计方法的显著区别是无需构建多孔结构的 CAD 模型,仅仅需要构建为多孔结构的设计提供空间尺寸约束的壳体模型,通过隐式函数方程或者自然规则来完成多孔结构的隐式表达,依据隐式表达构造多孔结构加工轨迹,最后生成打印文件<sup>[13]</sup>。Schwarz\_P 结构设计的主要流程如下:1)对壳体模型切片,在切片得到的二维轮廓内生成点阵区域,将点阵区域划分为二维轮廓内部点、边界点和外部点,舍弃外部点,保留内部

## 1 试验方法、材料及设备

### 1.1 Schwarz\_P 结构

本文以 TPMS 模型中的 Schwarz\_P 曲面为研究对象, Schwarz\_P 曲面方程  $\varphi_P(x, y, z)$  如式(1)所示。

$$\cos \frac{2\pi}{k}x + \cos \frac{2\pi}{k}y + \cos \frac{2\pi}{k}z - c = 0 \quad (1)$$

式中:  $k$  为单元大小;  $c$  为形状因子。

图1为不同结构参数的 Schwarz\_P 结构的图像。由图1可知,改变单元大小  $k$  值, Schwarz\_P 元胞单元大小随之改变, Schwarz\_P 结构的孔隙大小发生改变;改变形状因子  $c$  值, Schwarz\_P 曲面偏移值随之改变, Schwarz\_P 结构的形状进而发生变化。因此通过调控单元大小和形状因子的取值可实现对 Schwarz\_P 结构孔隙特征的精确化控制。

点和边界点;2)依据 Schwarz\_P 曲面方程生成元胞单元轨迹;3)将点阵与元胞单元轨迹求交,边界点和内部点与元胞单元轨迹的求交结果分别为 Schwarz\_P 结构的边界轨迹和内部轨迹;4)合并边界轨迹和内部轨迹,完成一层 Schwarz\_P 结构的轨迹构造;5)重复上述步骤,完成所有二维轮廓的轨迹构造,生成打印文件,即完成 Schwarz\_P 结构的设计。

### 1.3 试验设计

本文以 Schwarz\_P 结构的单元大小  $k$  和形状因子  $c$  为因素,设计两因素五水平的全因子试验, Schwarz\_P 结构的三维尺寸为  $(10 \times 10 \times 20) \text{ mm}^3$ , 并采用 SLM 技术制备,全因子试验参数设置如表1所示。为了保证试验结果的准确性,每组结构参数制造 3 个样品。在制备不同结构参数的 Schwarz\_P 结构时, SLM 工艺参数保持一致, SLM 工艺参数如表2所示。

### 1.4 试验材料及设备

Schwarz\_P 结构成形试验选用的粉末是某公司生产的 Ti6Al4V 粉末,成形设备为某公司研发

的 Ti150 打印机。本文参照《GB/T7314—2017 金属材料室温压缩试验方法》和《GB/T1453—2005 夹层结构或芯子平压性能试验方法》<sup>[14-15]</sup>,在室温下采用 cmt505 电子万能试验机进行压缩试验,同一组结构参数的 Schwarz\_P 结构进行 3 次压缩试验,试验机载荷加载速度为 2 mm/min,载荷加载方向与 Schwarz\_P 结构成形方向一致。

表 1 全因子试验参数设置

参数	水平				
	1	2	3	4	5
单元大小 $k$	1	2	3	4	5
形状因子 $c$	0	0.2	0.4	0.6	0.8

表 2 SLM 工艺参数

工艺参数	参数值
激光功率/W	90
扫描速度/(mm/s)	1 100
切片层厚/mm	0.03
光斑补偿/mm	0.05
轮廓激光功率/W	10
轮廓扫描速度/(mm/s)	1 200

## 2 试验结果与分析

### 2.1 试验结果

图 2 为本文制备的 Schwarz\_P 结构样品。由图 2 可知,本文制备的 Schwarz\_P 结构表面无宏观缺陷,成形效果良好。图 3 为 Schwarz\_P 结构的应力-应变曲线(本刊黑白印刷,相关疑问咨询作者)。由图 3 可知, Schwarz\_P 结构的应力-应变曲线呈现周期性上升和下降的现象,这是由于 Schwarz\_P 结构具有周期性,在压缩过程中多孔单元逐层被压溃,因此其应力-应变曲线为周期性上升和下降的曲线。

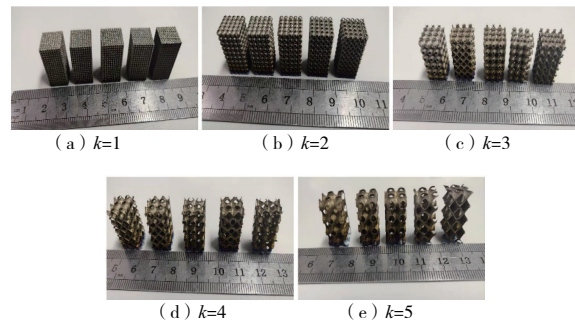


图 2 Schwarz\_P 结构样品

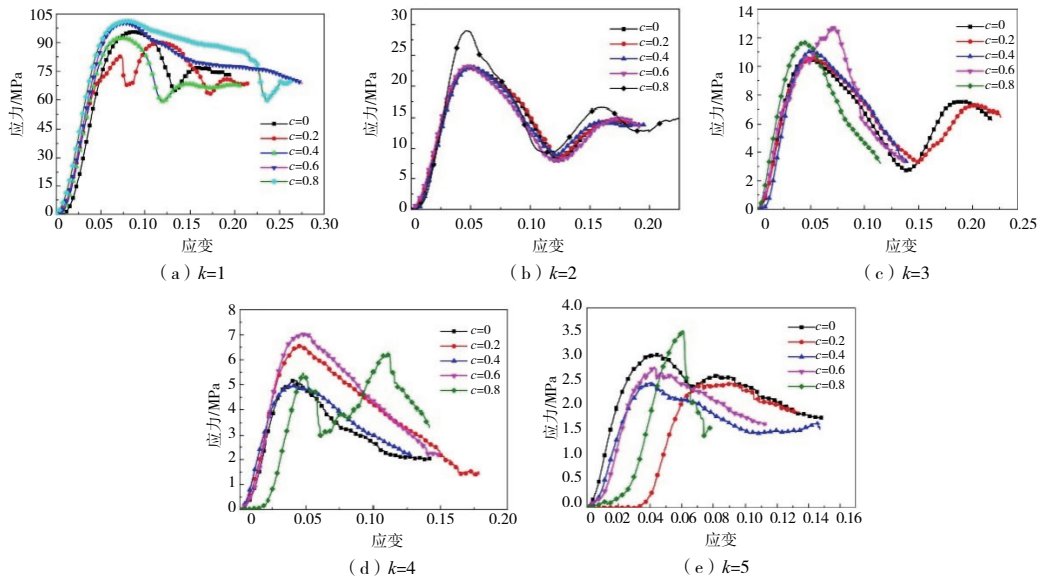


图 3 Schwarz\_P 结构应力-应变曲线

本文对 Schwarz\_P 结构弹性变形阶段的应力-应变曲线进行线性拟合,以拟合直线的斜率作为 Schwarz\_P 结构的弹性模量,以应力-应变曲线中的应力峰值作为 Schwarz\_P 结构的抗压强度, Schwarz\_P 结构的力学性能如图 4 所示。本文取 3 次压缩试验得到的弹性模量和抗压强度的平均值

作为 Schwarz\_P 结构的等效弹性模量和抗压强度,如图 5 所示。由图 5 可知,本文制备的 Schwarz\_P 结构的最大弹性模量为 2.175 GPa( $k=1, c=0.6$ ),最小弹性模量为 0.097 GPa( $k=5, c=0.2$ ),最大抗压强度为 101.663 MPa( $k=1, c=0.6$ ),最小抗压强度为 2.442 MPa( $k=5, c=0.4$ )。

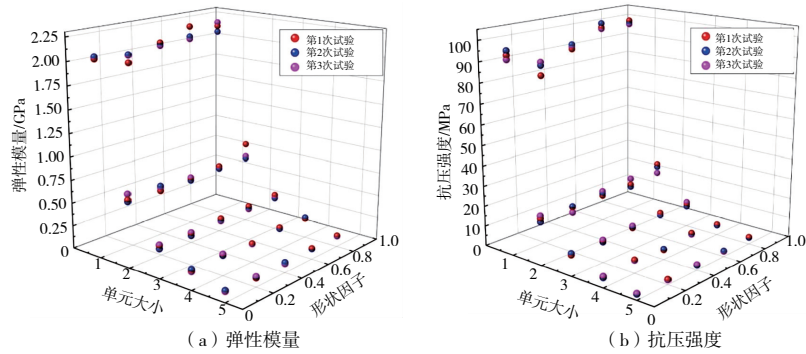


图 4 3次压缩试验得到的力学性能

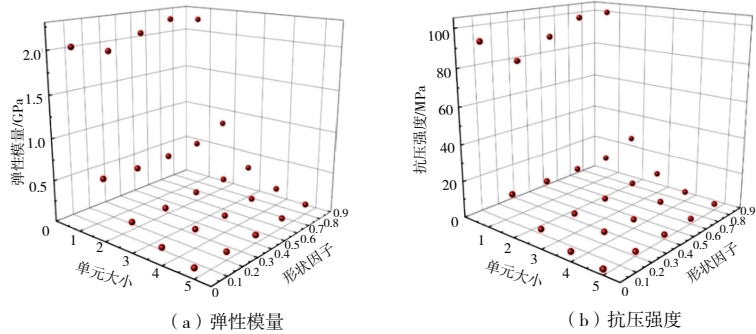
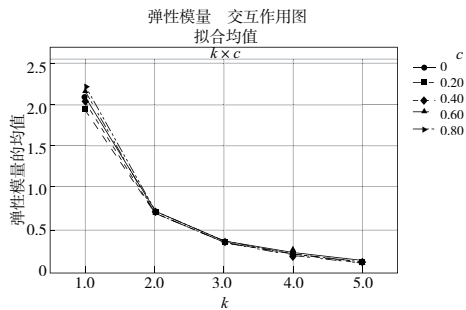


图 5 Schwarz\_P 结构的等效力学性能

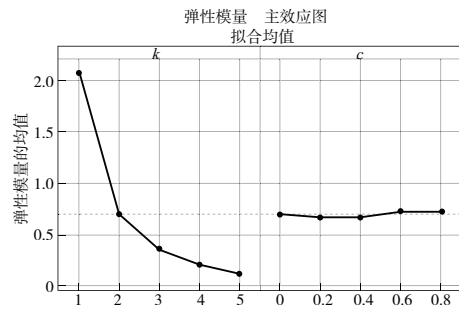
### 2.2 主因子分析

本文采用 Schwarz\_P 结构的结构参数与力学性能的交互作用图和主效应图来分析其结构参数对力学性能的影响,如图 6、图 7 所示。由图 6(a)和图 7(a)可知,交互作用图中的直线近乎重合,单元大小  $k$  和形状因子  $c$  未发生交互作用;由图 6(b)和图 7(b)可知,弹性模量和抗压强度均

随单元大小  $k$  的增加而显著减少,形状因子  $c$  的变化对弹性模量和抗压强度影响甚微,单元大小  $k$  为影响 Schwarz\_P 结构力学性能的主要因素。综合对结构参数与力学性能的交互作用图和主效应图的分析可知,Schwarz\_P 结构的力学性能由单元大小  $k$  决定,与形状因子  $c$  无关。

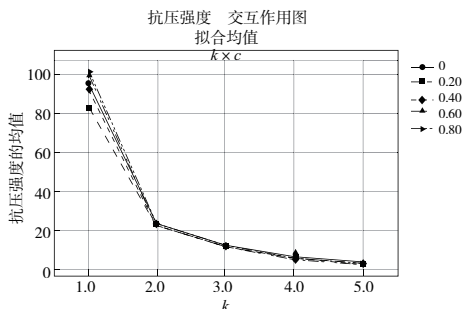


(a) 交互作用图

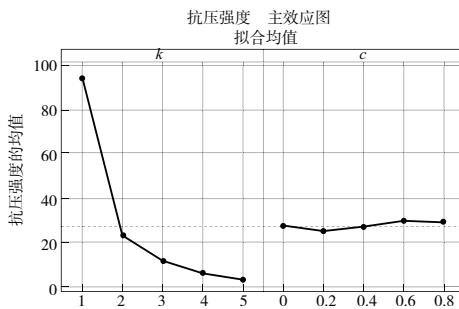


(b) 主效应图

图 6 弹性模量因子图



(a) 交互作用图



(b) 主效应图

图 7 抗压强度因子图

### 2.3 模型拟合

为了对 Schwarz\_P 结构的力学性能进行直观的预测,结合 2.2 节关于 Schwarz\_P 结构参数的主因子分析,本文建立变量为单元大小  $k$  的统计学模型描述结构参数与力学性能之间的关系,分别如式(2)、式(3)所示。

$$E = a + b \times k + c \times k^2 + d \times k^3 \quad (2)$$

$$\sigma = e + f \times k + g \times k^2 + h \times k^3 \quad (3)$$

式中: $E$  为弹性模量; $\sigma$  为抗压强度; $k$  为单元大小; $a, b, c, d, e, f, g, h$  均为待拟合的常数。拟合结

果如图 8 所示。由图 8 可知,弹性模量与单元大小  $k$  之间的关系模型的拟合优度  $R^2$  为 0.996 86,抗压强度与单元大小  $k$  之间的关系模型的拟合优度  $R^2$  为 0.988 14,拟合效果良好。此外,由图 8 可知,存在个别样品(样品结构参数分别为: $k=1, c=0.4; k=2, c=0.8$ )的力学性能明显偏离拟合曲线的情况。这是因为在 SLM 成形过程中,这些样品表面附着了大量未完全熔化的粉末颗粒<sup>[16]</sup>,因此其力学性能与拟合曲线之间存在较大的偏差。

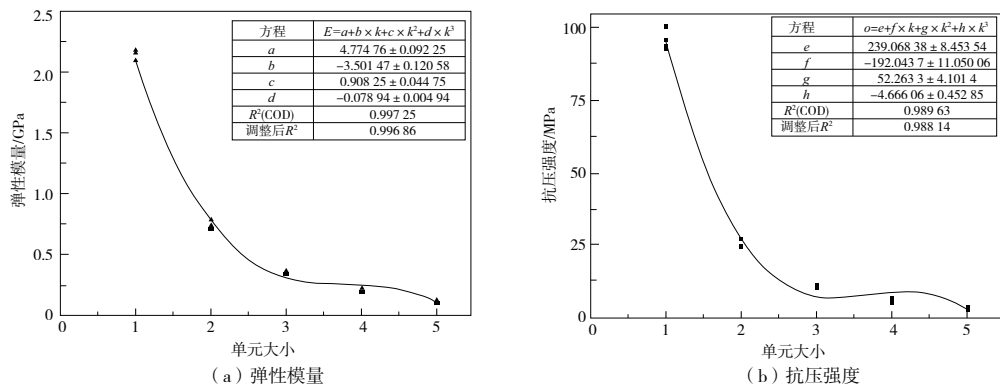


图 8 Schwarz\_P 结构力学性能关系模型拟合结果

### 2.4 模型验证

为了验证本文建立的关系模型的有效性,本文采用相同的设计方法设计了 5 组不同于 1.3 节全因子试验结构参数的 Schwarz\_P 结构,采用 SLM 技术制备,SLM 成形工艺参数与表 2 相同,并在相同的试验条件下测试其力学性能,与采用本文建立的模型预测的力学性能进行对比,对比结果如图 9 所示。由图 9 可知,采用本文建立的模型预测的力学性能与实际力学性能基本保持一

致,弹性模量预测值与实际值的最大误差为 9.5%,最小误差为 3.9%,抗压强度预测值与实际值的最大误差为 7.9%,最小误差为 4.6%。此外,由于本文建立的关系模型直接描述了 Schwarz\_P 结构的结构参数与力学性能之间的关系,因此该模型可在多孔结构设计阶段直观地预测多孔结构的力学性能,能够为 Schwarz\_P 结构的设计提供指导。

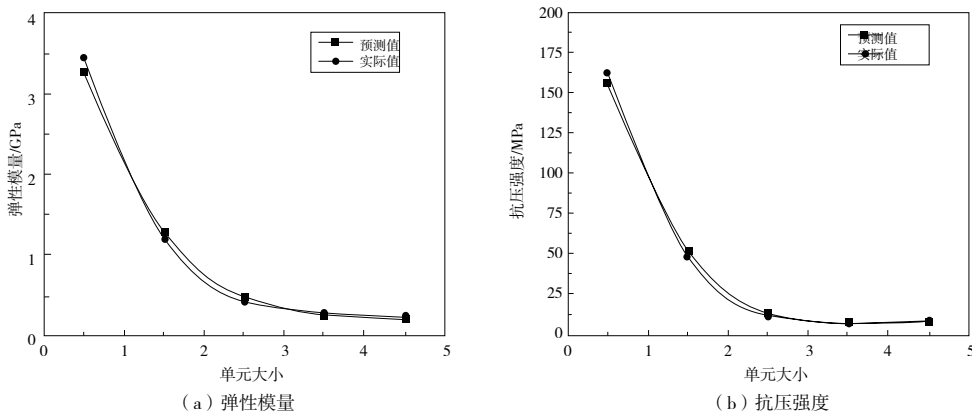


图 9 力学性能验证试验对比结果

### 3 结语

本文选取 TPMS 模型中的 Schwarz\_P 曲面,采用基于加工轨迹构造的多孔结构设计方法设计了不同结构参数的 Schwarz\_P 结构,利用 SLM 技术成功制备,通过压缩试验研究了 Schwarz\_P 结构的力学性能,建立了弹性模量和抗压强度与结构参数之间的关系模型,模型拟合优度分别为 0.996 86 和 0.988 14,力学性能验证试验结果表明本文建立的模型能有效预测 Schwarz\_P 结构的力学性能,可在 Schwarz\_P 结构的设计阶段直观地预估其力学性能。

#### 参考文献:

- [1] ATAEE A, LI Y C, FRASER D, et al. Anisotropic Ti-6Al-4V gyroid scaffolds manufactured by electron beam melting (EBM) for bone implant applications [J]. Materials & Design, 2018, 137:345-354.
- [2] 李展硕. 三重周期最小曲面结构的力学性能研究[D]. 广州:广州大学,2019.
- [3] ASHBY M F. The properties of foams and lattices[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2006, 364(特刊 1838):15-30.
- [4] 刘培生. 泡沫金属的经典性模型——Gibson-Ashby 模型浅析[J]. 有色金属, 2005, 57(2):55-57.
- [5] ECHETA I, FENG X B, DUTTON B, et al. Review of defects in lattice structures manufactured by powder bed fusion [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106(5/6):2649-2668.
- [6] 吴先哲,刘红旗,王富友,等. 激光选区熔化成形多孔钽金属构件力学性能研究[J]. 激光杂志, 2019, 40(11):154-160.

- [7] 张国庆,杨永强,宋长辉,等. 激光选区熔化成型 CoCrMo 多孔结构的设计与性能研究[J]. 中国激光, 2015, 42(11):59-68.
- [8] JHA N, MONDAL D P, MAJUMDAR D J, et al. Highly porous open cell Ti-foam using NaCl as temporary space holder through powder metallurgy route [J]. Materials & Design, 2013, 47:810-819.
- [9] 阮文超,李烈军,倪东惠,等. 尿素含量对泡沫不锈钢孔隙率和力学性能的影响[J]. 材料热处理学报, 2020, 41(7):87-97.
- [10] 韩春光. 拉伸条件下泡沫金属的细观统计分析模型及统计特性研究[D]. 广州:华南理工大学,2011.
- [11] HU L L, HUANG X Q, TANG L Q. Constitutive relation of open-celled metal foams based on the mesoscopic behavior of random cells [J]. Key Engineering Materials, 2007, 63(340/341):403-408.
- [12] 张明康. 隐式曲面梯度多孔结构优化设计及激光选区熔化成形力学性能研究[D]. 广州:华南理工大学,2020.
- [13] ZHANG Y C, TAN S J, DING L P, et al. A toolpath-based layer construction method for designing & printing porous structure [J]. CIRP Annals, 2021, 70(1):123-126.
- [14] GB/T 7314—2017 金属材料室温压缩试验方法[S].
- [15] GB/T 1453—2005 夹层结构或芯子平压性能试验方法[S].
- [16] TAN S J, ZHANG X, WANG Z Y, et al. Characterization of triply periodic minimal surface structures obtained using toolpath-based construction design [J]. Materials Science in Additive Manufacturing, 2020, 1(3):17.

收稿日期:2022-09-19

(上接第 32 页)

- [7] WANG T T, LEE C H, YANG M Z. Influence of enlarged section parameters on pressure transients of high-speed train passing through a tunnel [J]. Journal of Central South University, 2018, 25(11):2831-2840.
- [8] 刘小燕,陈春俊,王亚南. 高速列车单车通过隧道压力波的研究[J]. 机械, 2014, 41(12):1-4, 58.
- [9] 史宪明,吴剑,梅元贵,等. 内置开孔隔墙高速铁路隧道列车车体压力波动特征[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(34):355-360.
- [10] LI W H, LIU T H, CHEN Z W, et al. Comparative study on the unsteady slipstream induced by a single train and two trains passing each other in a tunnel [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2020, 198:104095.

- [11] 陶泽平,杨志刚,陈羽. 侧风风场特征对高速列车交会的影响研究[J]. 力学与实践, 2013, 35(2):22-28.
- [12] 李艳,魏德豪,秦登,等. 时速 400 km+ 高速列车交会压力波特性的研究[J]. 铁道工程学报, 2021, 38(8):25-29, 35.
- [13] 崔涛,张卫华,王琰. 侧风环境下列车高速交会流固耦合振动安全性分析[J]. 振动与冲击, 2013, 32(11):75-79.
- [14] 杨婧. 侧风下高速列车运行安全性分析[J]. 机械工程与自动化, 2016(5):19-20, 24.
- [15] 罗仁,石怀龙. 高速列车系统动力学[M]. 成都:西南交通大学出版社,2019.

收稿日期:2022-08-12