

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2024.01.005

基于渐开线齿轮轮廓修形的疲劳寿命分析

吕建锋, 聂晓根, 盛裕民, 黄汉阳

(福州大学 机械工程及自动化学院, 福建 福州 360108)

摘要:提出一种新的齿轮渐开线齿廓修形方法,通过UG软件对修形前后齿轮进行建模,基于疲劳寿命理论,利用Workbench和Fatigue Tool方法建立齿轮CAE模型,完成齿轮接触动力学和疲劳寿命仿真分析。仿真结果表明:修形前后齿轮的最大等效应力和等效应变都出现在齿轮节线和齿根处,且修形齿轮的数据与结果都优于标准齿轮。

关键词: 齿轮修形;瞬态动力学;疲劳寿命

中图分类号: TH161 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2024)01-0024-05

Fatigue Life Analysis Based on Involute Gear Profile Modification

LYU Jianfeng, NIE Xiaogen, SHENG Yumin, HUANG Hanyang

(School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 360108, China)

Abstract: The paper proposes a new gear involute profile modification method. The gears before and after modification are modeled by UG. Based on the fatigue life theory, the gear CAE model is established by the Workbench and Fatigue Tool methods to complete the gear contact dynamics and fatigue life simulation analysis. The results show that the maximum equivalent stress and equivalent strain of the gear before and after modification appear at the pitch line and the tooth root of the gear, and the data results of the modified gear are better than those of standard one.

Keywords: gear modification; transient dynamics; fatigue life

0 引言

齿轮传动是众多机械设备中应用最广泛的传动方式,因此齿轮失效带来的影响也很大。实际生产中通过齿轮修形可以有效提高齿轮的强度,增加齿轮使用寿命。国内外学者在齿廓修形中做了大量研究。李敦信^[1]指出,任何一种齿廓修形方法都会因为齿轮接触对受载变形产生齿廓平衡变化,并提出了新的平衡条件。

齿轮传动是一个动态过程,这个过程所产生的变形和误差必然会随着齿轮修形而变化,从而改变啮合传动过程的动态特性。因此,为了保证齿轮修形方法的效果,就需要对齿轮啮合进行动力学分析。李学志等^[2]对齿轮动力学性能和修形进行研究,基于不同修形方法得到修形前后啮合动态应力变化图,为齿轮动力学分析提供有效依据。SANKAR等^[3]通过ANSYS软件建立齿轮啮合对,分析前后应力分布,证明了齿廓修形可以提高齿轮强度。

本文介绍一种新的齿廓鼓形方法,在齿廓方向上,从齿根和齿顶开始分别向分度圆位置微量

鼓形,形成一条新的齿廓,按照此齿廓鼓形方法建立渐开线齿轮的齿廓鼓形数学模型,通过UG建立三维模型,使用ANSYS Workbench中的瞬态动力学模块分析齿轮接触啮合过程中的应力和应变,并结合Workbench中的Fatigue Tool模块对修形前后齿轮的寿命进行预测与比较,验证修形方法的有效性。

1 齿廓鼓形数学模型建立

1.1 渐开线轮廓参数方程计算

在平面上,一条动直线(发生线)沿着一个固定的圆(基圆)做滚动的过程中,此直线上任一点的轨迹,就是这个基圆的一条渐开线^[4]。若基圆半径为 r_b ,以基圆圆心为原点建立直角坐标系,则在直角坐标系下渐开线的参数方程为

$$\begin{cases} x_m = r_b \sin \sigma - r_b \cdot \sigma \cos \sigma \\ y_m = r_b \cos \sigma + r_b \cdot \sigma \sin \sigma \end{cases} \quad (1)$$

式中 σ 是定点与圆心连线和 x 轴之间的夹角,是渐开线展角与压力角之和。

渐开线直齿圆柱齿轮的端面截形是渐开线,

基金项目:福建省科技重大专项专题项目(2021HZ021006,2022H6017)

第一作者简介:吕建锋(1997—),男,江西抚州人,硕士研究生,研究方向为数控技术和智能制造,1844061931@qq.com。

如图 1 所示。

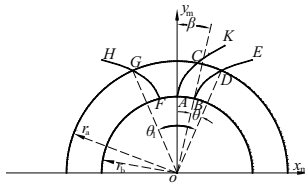


图 1 渐开线齿轮齿廓形成原理图

BE 和 FH 是渐开线齿轮的一对齿廓渐开线,关于 y_m 轴对称,AK 是标准渐开线 AK 绕原点旋转一个 β 角度后形成的,渐开线齿轮的渐开线齿廓 AK 的参数方程可由下式求得:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

因此渐开线直齿圆柱齿轮的渐开线齿廓参数方程为

$$\begin{cases} x = r_b [\sin(\sigma - \beta) - \sigma \cos(\sigma - \beta)] \\ y = r_b [\cos(\sigma - \beta) + \sigma \sin(\sigma - \beta)] \end{cases} \quad (3)$$

由图 1 可知 β 角是 $1/2 \theta_1$ 角与 θ 角之差,其中 θ_1 角是渐开线齿轮的一个齿槽对应分度圆圆弧的圆心角,若齿轮齿数为 Z ,则 $\theta_1 = \pi/Z$ 。 θ 角是渐开线的展角,由渐开线的定义可知 $\theta = \tan \alpha_k - \alpha_k$, α_k 是齿轮压力角,标准安装齿轮压力角为 20° 。因此,标准渐开线绕原点旋转至齿廓渐开线的旋转角度计算公式为

$$\beta = \frac{\pi}{2Z} - \tan \alpha_k + \alpha_k \quad (4)$$

1.2 鼓形计算

本文提出的渐开线齿轮齿廓鼓形修形方法,是在保证原有的渐开线传动性能的前提下提高渐开线齿轮的强度,具体鼓形修形思路如下:上述渐开线齿轮的渐开线参数方程是一个只与参数 σ 相关的方程。因此,每一个 σ 有且只有一个与其一一映射的方程数值,图 2 为齿轮的渐开线齿廓示意图。

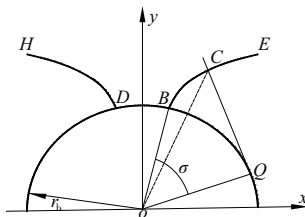


图 2 齿轮的渐开线齿廓示意图

图 2 中 C 点是渐开线上任一点,过 C 点做基圆的切线切基圆于 Q 点,由渐开线的形成原理可知弧 BQ 与弦 CQ 长度相等,设线段 OC 的长度为 r ,则有:

$$\sigma \times r_b = \sqrt{(r^2 - r_b^2)} \quad (5)$$

基于这个原理,将 σ 作为横坐标将渐开线展开,起点是渐开线在齿轮齿根圆半径对应的 σ 值,设为 σ_1 ,终点是齿轮齿顶圆对应的 σ 值,设为 σ_3 ,再取齿轮分度圆半径对应的 σ 值,设为 σ_2 ,如图 3 所示。

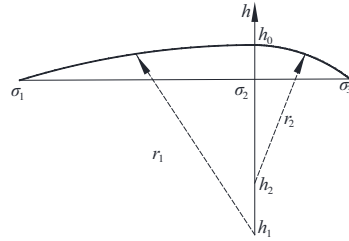


图 3 鼓形原理图

以参数 σ 为横坐标,鼓形量 h 为纵坐标建立坐标系,半径分别为 r_1 和 r_2 的圆弧交横坐标于 σ_1 和 σ_3 并相切于 σ_2 ,给定分度圆处鼓形量 h_0 ,两圆弧的圆心坐标分别为 (σ_2, h_1) 和 (σ_2, h_2) ,则根据已知条件可以通过下列方程组求解两端圆弧的半径以及 h_1, h_2 的值为

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + h_1^2} \\ h_1 = h_0 - r_1 \end{cases} \quad (6)$$

代入已知点坐标以及相切条件可知两圆弧方程为

$$\begin{cases} (\sigma - \sigma_2)^2 + (h - h_1)^2 = r_1^2 \\ (\sigma - \sigma_2)^2 + (h - h_2)^2 = r_2^2 \end{cases} \quad (7)$$

通过上式可知,在 σ_1 至 σ_3 范围内,任意 σ 值都有与其唯一对应的鼓形量 h ,如图 4 所示。按照映射关系,在渐开线的法线方向将鼓形量加上形成鼓形曲线 AB。

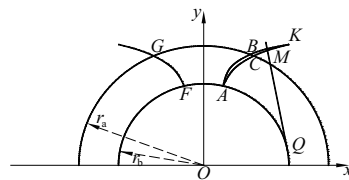


图 4 齿廓鼓形对比图

由渐开线的形成原理,可知线段 MQ 即渐开线法线方向,则渐开线法线的单位向量求解式为

$$\begin{cases} x = \frac{r_b [\sin(\sigma - \beta) - \sigma \cos(\sigma - \beta)] - \sin(\sigma - \beta) r_b}{\sigma r_b} \\ y = \frac{r_b [\cos(\sigma - \beta) + \sigma \sin(\sigma - \beta)] - \cos(\sigma - \beta) r_b}{\sigma r_b} \end{cases} \quad (8)$$

在 MATLAB 仿真软件中对 $\sigma_1 \sim \sigma_3$ 区间取 1 000 个点,分别代入式(7)中可以求得任意 σ 值对应的鼓形量 h ,再将鼓形量 h 与单位向量相乘

可获得横纵坐标的增量,与渐开线上相对应 σ 值的点坐标相加就可获得 $\sigma_1 \sim \sigma_3$ 区间内均匀的点,拟合就可获得鼓形曲线。图5为分度圆鼓形量 h_0 取0.005时的齿根部分鼓形曲线与渐开线对照图。图中右侧是齿廓渐开线,左侧是鼓形线。同理也可以获得抛物线的鼓形曲线,此处不再赘述。

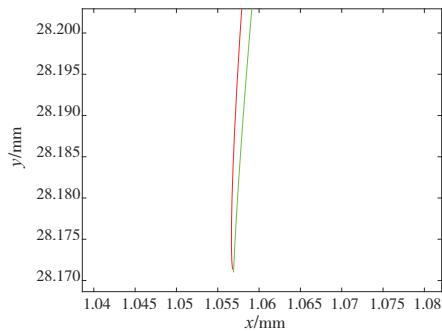


图5 MATLAB仿真的渐开线与鼓形曲线

2 齿廓鼓形齿轮建模

为了充分利用各种软件的优点,经常需要在不同软件之间进行数据的传递。本文通过MATLAB软件对鼓形曲线进行建模,将齿根至齿顶范围内的 σ 值按照0.001的分度取点,按照上述计算方法得到各个 σ 值对应的鼓形量,最后得到鼓形曲线的均匀散列点,将这些散列点保存为dat文件,便于实现MATLAB和UG软件间的数据传递。

在MATLAB中分别建立好圆鼓形曲线和抛物线鼓形曲线的数学模型,按照表1参数输入后获得对应齿轮的鼓形曲线的散列点,将这些均匀散列点输出为dat文件保存。

表1 渐开线齿轮参数表

模数 M/mm	齿数 Z	齿厚 B/mm	压力角 $\alpha/(\circ)$	鼓形量 h_0/mm
2	30	10	20	0.005

在UG10.0中分别导入保存的dat文件,拟合均匀散列点获得拟合曲线。在得到拟合的近似渐开线的鼓形曲线后,按照MATLAB计算结果画好齿根圆、齿顶圆和分度圆,齿根过度圆弧半径按照GB/T 1356—2001标准取 $0.38M$,即 0.76mm ,再经过UG阵列、修剪等命令绘制如图6中所示齿轮的草图轮廓,完成草图绘制。经过拉伸、孔命令等指令后得到图7所示的鼓形齿轮三维模型。

保存零件图,在UG中新建装配图,将两个同样的圆鼓形齿轮按照接触、对齐以及距离约束装配好,按照同样的装配方法将抛物线鼓形齿轮以及UG中通过GC工具箱生成的同参数标准渐开

线齿轮装配好。图8为通过上述建模及装配方法得到的抛物线鼓形齿轮的装配图。

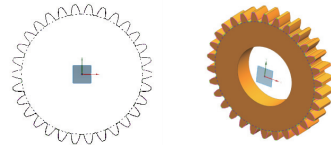


图6 齿轮模型草图

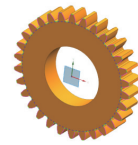


图7 齿轮三维模型

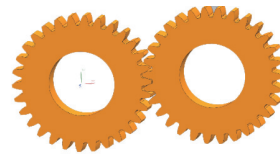


图8 一对啮合的抛物线鼓形齿轮

3 有限元实验结果分析

基于上述疲劳分析理论,在Workbench平台对齿轮对做瞬态动力学分析,将建立好的齿轮啮合模型分别导入Workbench中,添加合适的约束以及边界条件,并最终对Fatigue Tool模块计算结果进行齿轮寿命分析。

3.1 瞬态动力学分析过程

在进行瞬态动力学分析之前,需要设置齿轮本身的属性,常用的齿轮材料有钢、铸铁和非金属材料以及一些性能好的合金材料,本文使用的材料是40Cr,齿轮材料特性如表2所示。

表2 齿轮材料特性表

材料名称	密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	泊松比	弹性模量/ MPa	屈服极限/ MPa	拉伸极限/ MPa
40Cr	7.87×10^3	0.28	2.06×10^5	785	980

借助Workbench的Transient Structural瞬态动力学求解模块,将建立好的模型分别导入到Workbench中,使用Named Selection方法设置主动轮和从动轮的接触面为齿轮所有轮齿的两个侧面,采取轮齿上的网格进行加密而齿轮中心部分网格稀疏的方法,将接触面区域网格划分为 2mm ,其余部分采用 5mm 网格,选择六面体为主的单元划分方法,得到节点数为52 260,单元数为29 752^[5],如图9所示。

齿轮瞬态动力学分析的关键是初始载荷步长和加载约束的设置。为了便于结果收敛,设置计算时间为 1s ,将 1s 按步数分成25~250个子步,初始子步设置为20步,最小子步设置为25步,最大子步设置为250步,其他保持默认设置;接触设置中选择设置好的齿轮接触对,接触方式为有摩

擦接触 Frictional,摩擦因数设置为 0.2,法向刚度系数设置为 1,设置每次迭代以及自动二分,打开大变形 Large Deflection,关闭弱弹簧 Weak Springs,其余保持默认;根据齿轮副运动状况,对主动轮和从动轮均设置为绕 z 轴旋转的转动副,其余自由度均约束为 0,主动轮施加 5 rad/s 的转速,从动轮施加 12 000 Nmm 的转矩^[6]。

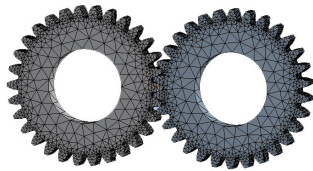


图 9 啮合齿轮网格划分

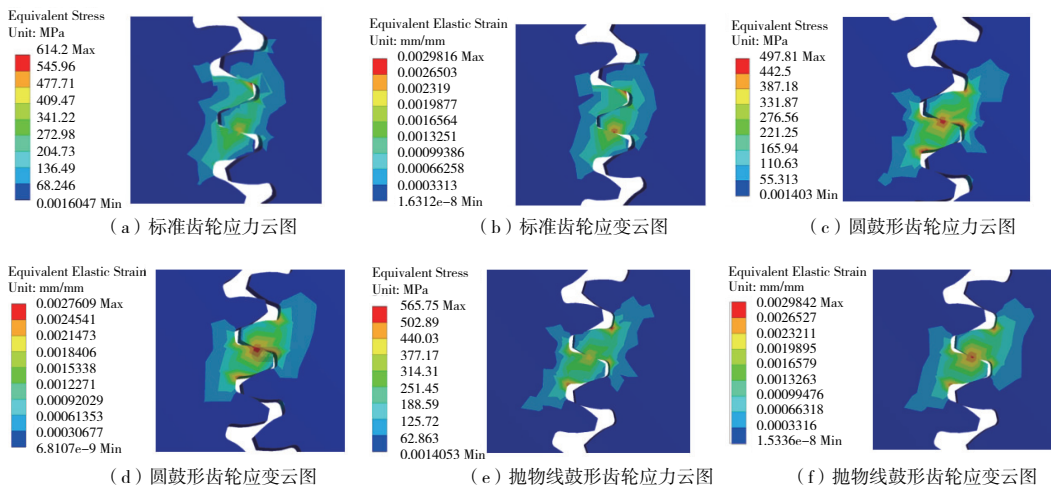


图 10 齿轮瞬态动力学分析结果

3.3 齿轮寿命分析

本文使用 Workbench 自带的寿命分析模块 Fatigue Tool 对 3 对啮合齿轮做寿命分析。图 11 是齿轮寿命分析流程图,本文主要论证渐开线齿轮两种曲线鼓形方法的可行性,选用默认的循环载荷类型 Fully Reversed,选择古德曼修正理论。材料的特性主要包括材料的屈服强度以及 S-N 曲线等参数,40Cr 的材料 S-N 曲线如图 12 所示^[7]。

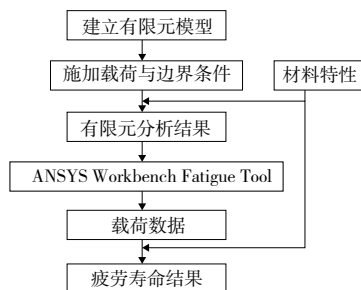


图 11 疲劳寿命分析流程图

由于疲劳的载荷数据为瞬态动力学分析计算

3.2 瞬态动力学结果分析

通过对鼓形齿轮副以及标准齿轮副进行瞬态动力学分析,得出如图 10 所示的齿轮啮合过程中的等效应力云图、等效应变云图。从图中可以看出,啮合过程中的最大等效应力分布主要集中在齿轮节线以及齿轮的齿根处,这与实际情况相符合。齿轮齿根部的应力集中将导致齿轮齿根处裂纹和断裂的发生。当安全系数取 1.2 时,许用应力 $[\sigma] = 654 \text{ MPa}$,由图 10 可知齿轮所受最大应力小于许用应力,满足强度要求。且圆鼓形齿轮的最大应力和应变在 3 组齿轮副中最小,抛物线鼓形齿轮稍大,标准齿轮的最大应力应变最大。

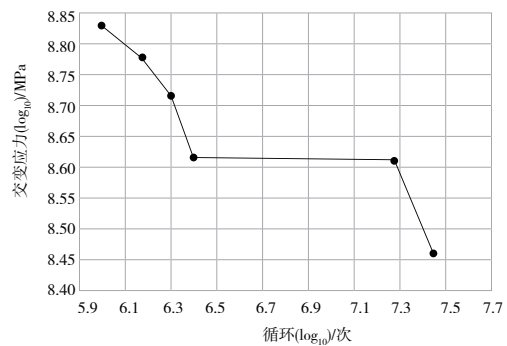


图 12 材料的 S-N 曲线

所得,将疲劳因子和载荷应力因子设为 1,选择分析类型为 stress life,得到如图 13 所示疲劳寿命云图。由图可知齿轮对的最低寿命都集中在齿轮节线和齿根部,与应力、应变云图相对应,符合实际,且标准齿轮最低寿命最小仅 1.3839×10^6 次,抛物线鼓形齿轮最低寿命 1.6881×10^6 次,圆鼓形齿轮最低寿命 2.2216×10^6 次为最高。由此可见通过本文提出的齿廓鼓形修形可以有效提高齿轮的使用寿命。

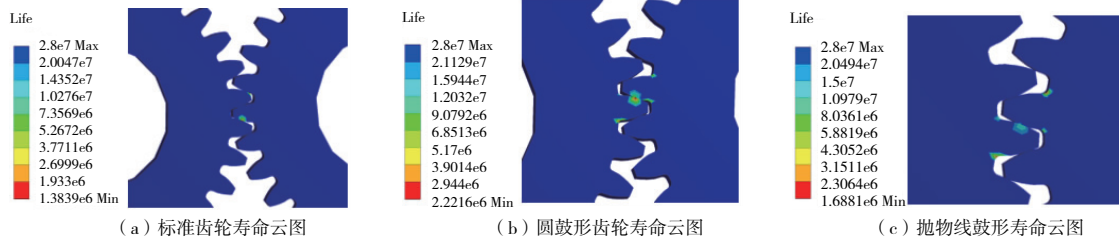


图 13 齿轮疲劳寿命分析结果

4 结语

1) 本文利用 Workbench 和 Fatigue Tool 对 40Cr 材料的直齿轮进行了疲劳建模和寿命预测。

2) 按本文所提轮齿修形方法,修形后齿轮的应力、应变集中位置并未改变,仍然集中在齿轮节线以及齿根处,且没有超过许用应力,符合实际标准。

3) 研究表明圆鼓形齿轮的疲劳寿命要比抛物线鼓形齿轮的疲劳寿命高,且都高于标准齿轮。研究方法为提高齿轮性能提供了一种可借鉴的优化设计方法。

参考文献:

- [1] 李敦信. 高速齿轮的修形[J]. 齿轮,1982(3): 25-35.
 [2] 李学志,陈蒙,陈绍康,等. 变位斜齿轮静力学分析和修形研究[J]. 机械,2019,46(1):12-15,20.

- [3] SANKAR S, NATARAJ M. Profile modification—a design approach for increasing the tooth strength in spur gear [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, 55(1): 1-10.
 [4] 孔杰,蒋宏婉. 通用机床变速箱齿轮组的修形设计与研究[J]. 现代机械,2015(3):1-4,28.
 [5] 陈炳文. 基于瞬态动力学的船用斜齿轮疲劳寿命分析[D]. 武汉:武汉理工大学,2017:4-7.
 [6] 周子杰. 基于齿轮接触疲劳试验与有限元仿真寿命预测[D]. 太原:太原理工大学,2020:3-5.
 [7] 韩威,杨杏,李刚,等. 基于 PCA 和威布尔分布的滚动轴承剩余寿命预测方法研究[J]. 机械制造与自动化,2022,51(4):61-64,77.

收稿日期:2022-08-19

(上接第 23 页)

摊,从而使得滚道处的接触应力分布更加均匀,减少了应力集中;对比未考虑润滑下的滚珠丝杠副,其滚道承受的接触应力减少了 18%。同时,考虑润滑脂下的仿真分析更能反映实际工况下滚珠丝杠副的接触变形情况,为航天用滚珠丝杠副的设计与选型提供了一定的可靠性准则。

参考文献:

- [1] 刘明辉,范元勋. 矩阵式返向器与扁圆形返向器的动力学分析[J]. 机械制造与自动化,2020,49(5):53-56.
 [2] 沈晓燕,范元勋. 高速精密滚珠丝杠副的动力学分析[J]. 机械设计与制造工程,2017,46(4):46-50.
 [3] 王晓晓. 基于 ADAMS 滚珠丝杠副动力学的分析与研究[J]. 机床与液压,2018,46(13):152-155.
 [4] 付振彪,王太勇,张雷,等. 滚珠丝杠进给系统动力学建模与动态特性分析[J]. 振动与冲击,2019,38(16):56-63.
 [5] 王晓辉,李鹏,孙士明,等. 基于 CEL 方法的射弹高速入水数值研究[J]. 船舶力学,2022,26(1):11-17.
 [6] FOUCARD L, ARYAL A, DUDDU R, et al. A coupled Eulerian-Lagrangian extended finite element formulation

for simulating large deformations in hyperelastic media with moving free boundaries [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2015, 283: 280-302.

- [7] DIGGS A, BALACHANDAR S. Evaluation of methods for calculating volume fraction in Eulerian-Lagrangian multiphase flow simulations [J]. Journal of Computational Physics, 2016, 313: 775-798.
 [8] 朱智,王敏,张会杰,等. 基于 CEL 方法搅拌摩擦焊材料流动及缺陷的模拟[J]. 中国有色金属学报,2018,28(2):294-299.
 [9] VUJANOVIĆ M, PETRANOVIĆ Z, EDELBAUER W, et al. Modelling spray and combustion processes in diesel engine by using the coupled Eulerian-Eulerian and Eulerian-Lagrangian method [J]. Energy Conversion and Management, 2016, 125: 15-25.
 [10] HAO D, YU J. Numerical investigation on water-entry impact load of TMA based on CEL algorithm [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2012(1): 012055.

收稿日期:2022-08-31