

DOI:10.19344/j. cnki. issn1671-5276.2024.03.042

Stewart 型并联机器人的奇异对其运动精度的影响

陈焱¹, 尤晶晶^{1,2}, 叶鹏达³, 王澍声¹, 黄宁宁¹

(1. 南京林业大学 机械电子工程学院, 江苏 南京 210037;

2. 南京航空航天大学 江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 江苏 南京 210016;

3. 常州大学 机械与轨道交通学院, 江苏 常州 213164)

摘 要:以 9-3 Stewart 型并联机器人作为研究对象, 分析其在机构接近奇异位形时动平台运动精度的情况。通过计算并联机器人速度 Jacobian 矩阵的行列式得到奇异点的坐标。通过虚拟样机实验, 得到动平台参考点位置反解和正解计算的相对误差。用转动 Jacobian 矩阵条件数的倒数来度量机构接近奇异的程度, 并分析该程度与上述相对误差之间的映射关系。研究结果表明: 当指标值大于 7.027×10^{-5} 时, 正、反解的相对误差可忽略不计, 这为奇异规避、路径规划等后续工作提供了理论参考。

关键词:并联机器人; 正解; 反解; 运动精度; 奇异位形; Jacobian 矩阵

中图分类号:TH122; TP242 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2024)03-0195-04

Effect of Singularity on Motion Accuracy of Stewart Parallel Robot

CHEN Yao¹, YOU Jingjing^{1,2}, YE Pengda³, WANG Shusheng¹, HUANG Ningning¹

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China;

2. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 3. School of Mechanical Engineering and Rail Transit, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: Taking 9-3 Stewart parallel robot as the research object, analyzes the motion accuracy of moving platform when mechanism is close to singular configuration. The determinant of velocity Jacobian matrix of the parallel robot is calculated to obtain the coordinates of singular points. The virtual prototype experiment is conducted to gain the relative error of the inverse solution and positive solution of the reference point of the moving platform. The reciprocal of the condition number of the rotating Jacobian matrix is used to measure the degree of the mechanism approaching singularity, and the mapping relationship between this degree and the above relative error is analyzed. The results show that when the index value is greater than 7.027×10^{-5} , the relative error of the positive and negative solutions can be ignored, which provides a theoretical reference for the follow-up work such as singularity avoidance and path planning.

Keywords: parallel robot; positive solution; inverse solution; motion accuracy; singular configuration; Jacobian matrix

0 引言

机器人可以从构型上划分成串联机器人和并联机器人两种。与传统的串联机器人相比, 并联机器人具有输出精度高、承载能力强、累积误差小、结构紧凑等优点^[1]。所以, 并联机器人被广泛地应用于需要高精度的工业生产中, 比如军事领域中的潜艇、坦克驾驶运动模拟器; 食品、电子、化工、包装等行业的分拣、搬运、装箱等。在现有的 6 自由度并联机器人中, 最成功和最具代表性的是 Gough-Stewart 平台, 其移动平台是通过 6 个结构相同的支链连接到固定底座, 形成闭环架构^[2]。

由于人们追求并联机构尽可能地满足更多需求, 具有更好的性能, Stewart 型并联机器人应运而生。对于 Stewart 型并联机器人来说, 安装在动平台上的球副在空间上是任意排列的, 不一定是共面的, 而且支链的数量也允许多于 6 个^[3]。鉴于这些几何特征, Stewart 型并联机器人在工业上的应用将比传统的 Gough-Stewart 平台更广泛。

国内外关于并联机器人的研究主要集中在机构学、运动学、动力学和控制策略等方面, 其中奇异位形是衡量并联机器人运动性能的一个重要指标^[4]。奇异位形是当机构运动进入某种临界状态时所具有的特定位形, 是并联机器人的一项重要

基金项目:国家自然科学基金项目(51405237); 国家留学基金项目(201908320035); 江苏省高等学校大学生创新创业训练计划项目(202210298016Z)

第一作者简介:陈焱(2002—), 女, 福建福州人, 本科, 研究方向为并联机器人奇异位形, yukiochen0517@163.com。

运动学特性。在这种临界状态下,机构的实际自由度不再与其理论自由度相等^[5]。自由度为6的并联机构的奇点轨迹是一个6维超曲面,无法用图形表示。当奇异点出现在工作空间内部或它的边界时,一个并联机构就不能被完全控制,而且它的性能会变得较差,比如静刚度会显著降低。在实际应用中,并联机构会被限制在一个无奇异点的子空间中。因此,对并联机构的奇异性进行分析具有重要意义。

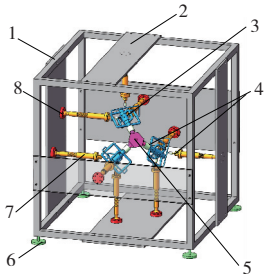
GOSSELIN 等^[6]首先根据末端执行器和驱动器的速度关系式提出了3种类型的奇异位形。HAO、MERLET 和 COLLINS 等^[7-9]分别采用线丛原理和 Clifford 代数对奇异位形存在的条件进行了研究。李虹等^[10]通过3-RRP 平面并联机构的运动学方程求解机构 Jacobian 矩阵,分析该机构的奇异位形。仇鑫等^[11]以一种可重构 Stewart 型并联机器人为研究对象,对其奇异特性进行了理论分析。孙占朋等^[12]研究自由漂浮空间机器人回避奇异的路径规划问题,使得空间机器人在运行过程中能够有效地解决反解问题。

为进一步减少或消除奇异性的影响、扩大并联机器人的实用化和产品化规模,本文以9-3(其中9、3分别表示静平台、动平台上球副的数量)Stewart 型并联机器人为研究对象,分析其奇异特性对运动精度的影响,研究结果将对后续奇异位形的规避以及路径规划等工作具有指导意义。

1 奇异点计算及虚拟样机实验

1.1 计算奇异点

9-3 Stewart 型并联机器人由1个动平台、1个静平台以及9条具有完全相同结构的支链组成。其中,每条支链都是由1个一般球面副、1个复合虎克铰链和1个移动副组成。其结构模型和机构简图分别如图1、图2所示。当其 Jacobian 矩阵的行列式等于0时,机构发生奇异。



1—静平台;2—副板;3—三重复合虎克铰链;4—联轴;
5—动平台;6—底座;7—变胞移动副;8—一般球铰链。

图1 9-3 Stewart 型并联机器人结构模型

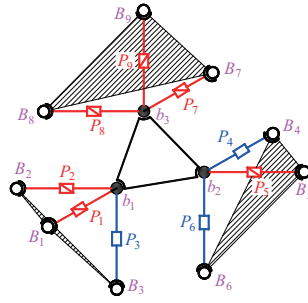


图2 9-3 Stewart 型并联机器人机构简图

在动平台上任选一点 P 为参考点,基于速度基点法,每条支链的速度可以表示为

$$v_{b_j} = v_p + \omega_p \times (b_j - p^o) \quad (j=1,2,3) \quad (1)$$

式中: v_p 和 ω_p 分别表示点 P 的线速度和动平台的角速度; b_j 、 p^o 分别表示动平台上的点 b_j 和点 P 的位置矢量。

将上式的等号两端同时点乘支链的单位方向向量,整理后可得第 i 条支链的速度为

$$\dot{l}_i = v_{b_j} \cdot h_i = h_i^T \cdot v_p + [(b_j - p^o) \cdot h_i] \times \omega_p \quad (2)$$

式中 h_i 表示支链 i 的单位方向向量。

将式(2)写为矩阵的形式: $\dot{l} = J\dot{x}$ 。其中, $\dot{l}$ 为支链的速度矢量, $\dot{x}$ 为动平台的广义速度矢量。

根据移动副的工作模式,9-3 Stewart 并联机器人可以重构为3-2-1构型和2-2-2构型,前、中、后3个数字各代表一条混合单开链支路中驱动副的个数。可以得到2-2-2和3-2-1构型并联机构的速度 Jacobian 矩阵 J_1 、 J_2 分别为:

$$J_1 = \begin{bmatrix} h_1^T & [(b_1^o - p^o) \cdot h_1]^T \\ h_2^T & [(b_1^o - p^o) \cdot h_2]^T \\ h_5^T & [(b_2^o - p^o) \cdot h_5]^T \\ h_6^T & [(b_2^o - p^o) \cdot h_6]^T \\ h_7^T & [(b_3^o - p^o) \cdot h_7]^T \\ h_8^T & [(b_3^o - p^o) \cdot h_8]^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} h_1^T & [(b_1^o - p^o) \cdot h_1]^T \\ h_2^T & [(b_1^o - p^o) \cdot h_2]^T \\ h_5^T & [(b_2^o - p^o) \cdot h_5]^T \\ h_7^T & [(b_3^o - p^o) \cdot h_7]^T \\ h_8^T & [(b_3^o - p^o) \cdot h_8]^T \\ h_9^T & [(b_3^o - p^o) \cdot h_9]^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

基于式(3)和式(4),计算速度 Jacobian 矩阵行列式为0时 P 点的坐标,所求出的坐标即为相应构型的奇异点的坐标。由此可得到:

1) 当 9-3 Stewart 型并联机器人 2-2-2 构型时所求得的奇异点坐标为

$$\begin{cases} S_1(x=23, y=1, z=0) \\ S_2(x=21, y=1, z=2) \\ S_3(x=16, y=5, z=3) \end{cases} \quad (5)$$

2) 当 9-3 Stewart 型并联机器人 3-2-1 构型时所求得的奇异点坐标为

$$\begin{cases} S_4(x=-14, y=-10, z=0) \\ S_5(x=2, y=19, z=7) \\ S_6(x=7, y=21, z=10) \end{cases} \quad (6)$$

考虑到速度 Jacobian 矩阵量纲不统一会导致其条件数无意义,令 $J^{-1}=G$, 则

$$\begin{cases} v_p = G_1 i \\ \omega_p = G_2 i \end{cases} \quad (7)$$

式中: G_1 为移动 Jacobian 矩阵; G_2 为转动 Jacobian 矩阵。 G_1 与参考点的选取有关, 而 G_2 与参考点的选取无关, 本文仅考虑后者。

1.2 虚拟样机实验

在 ADAMS 软件中建立机器人的虚拟样机并进行运动学仿真, 流程图如图 3 所示。

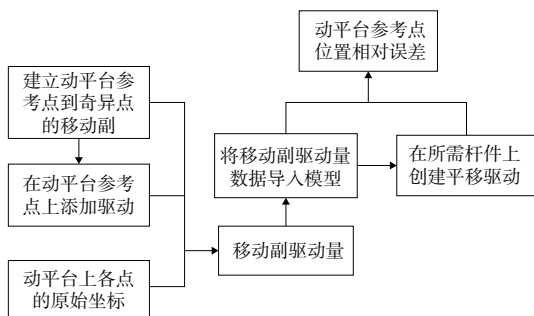


图 3 仿真流程图

第一步: 在模型上创建点, 其坐标为前文计算出的 6 个奇异点坐标, 如图 4 所示。

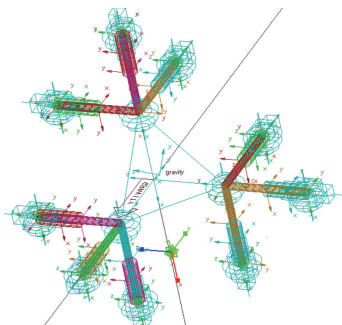


图 4 9-3 Stewart 型并联机器人的虚拟样机

第二步: 驱动动平台, 确定移动副驱动量。

1) 选定 P 点为动平台参考点, 建立该点到奇异点的移动副。

2) 创建 P 点上的一般点驱动。

3) 将时间设置成 1 s, 步数设置成 500 步, 进行模拟仿真。整个仿真的过程就是动平台从初始位置向奇异点方向运动再返回的过程。

4) 仿真结束后, 将此时 P 点的坐标导出。

5) 基于 B_1-B_9 点的坐标和 b_1, b_2, b_3 点的坐标, 确定移动副驱动量。

第三步: 驱动支链。

①在 ADAMS 软件中导入 2-2-2 驱动模式和 3-2-1 驱动模式下移动副随时间变化的数据。

②在驱动支链上建立平移驱动。

③设定仿真时间为 1 s, 步数为 500 步。

④导出仿真停止时 P 点的坐标, 作为动平台参考点的仿真值数据。

2 数据处理与分析

2.1 数据的处理

计算 P 点准确值和仿真值 3 个分量的相对误差并求平均值, 用转动 Jacobian 矩阵条件数的倒数来度量机构接近奇异的程度, 得到的数据曲线如图 5—图 10 所示。

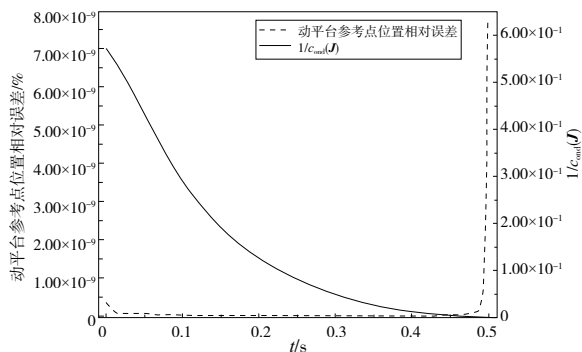


图 5 2-2-2 构型 S_1 关系折线图

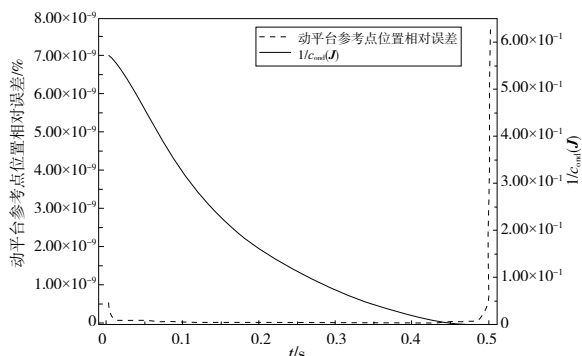
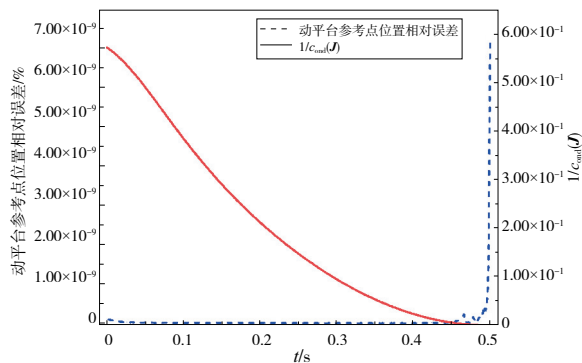
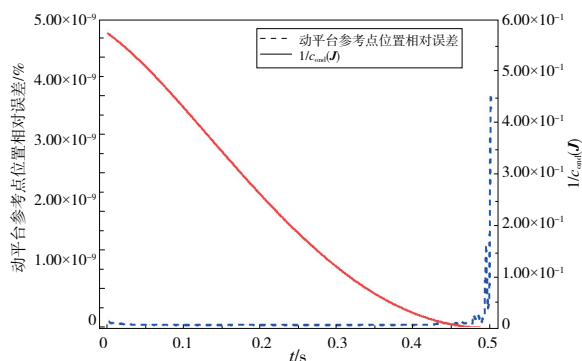
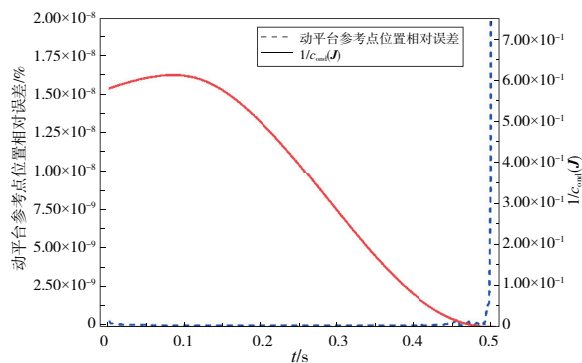
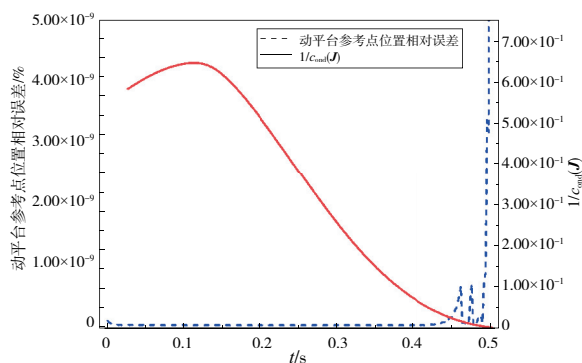
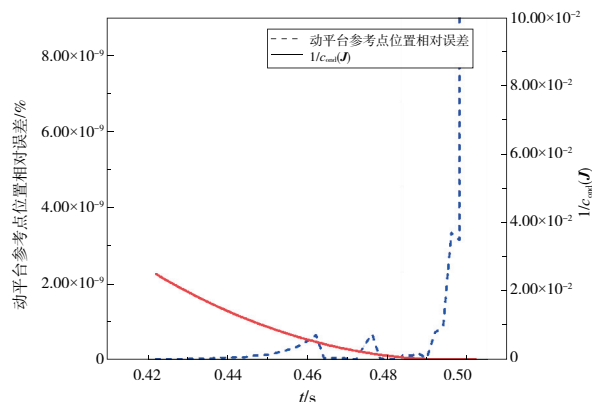


图 6 2-2-2 构型 S_2 关系折线图

图7 2-2-2 构型 S_3 关系折线图图8 3-2-1 构型 S_4 关系折线图图9 3-2-1 构型 S_5 关系折线图图10 3-2-1 构型 S_6 关系折线图

2.2 数据的分析

以 3-2-1 构型时的 S_6 点为例,分析 0.42 s~0.50 s 之间动平台参考点位置相对误差与转动 Jacobian 矩阵条件数倒数之间的关系,如图 11 所示。

图11 3-2-1 构型 S_6 局部放大图

结果显示,随着动平台不断向奇异点运动,转动 Jacobian 条件数的倒数不断趋近于 0,在该值约等于 7.027×10^{-5} 时,动平台参考点位置相对误差发生突变。

3 结语

利用 ADAMS 软件仿真了 9-3 Stewart 型并联机器人在 2-2-2 构型和 3-2-1 构型时的情况,分析了动平台接近奇异位形时的运动精度。

本文从运动传递性能的角度,通过虚拟样机实验研究了机器人 Jacobian 矩阵条件数的临界值,而并没有考虑机构的力传递性能。接下来主要考虑两个方面工作:

- 1) 探究并联机器人的力传递性能与奇异性能之间的关联;
- 2) 通过实物样机实验,验证并联机器人的奇异性能对运动/力传递性能的影响规律。

参考文献:

- [1] ENFERADI J, NIKROOZ R. The performance indices optimization of a symmetrical fully spherical parallel mechanism for dimensional synthesis [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2018, 90(3): 305-321.
- [2] 相铁武. Stewart 并联机器人仿真系统实现分析[J]. 中国设备工程, 2020(6): 32-33.
- [3] OU J J, XI F F, SHEN H P, et al. A novel Stewart-type parallel mechanism with topological reconfiguration: design, kinematics and stiffness evaluation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 162: 104329.

(下转第 214 页)

5 结语

通过对欠驱动 AUV 的 5 自由度模型与跟踪误差模型的简化得到系统镇定模型,考虑 AUV 受到干扰影响,设计了 DOBSMC。仿真得到了 AUV 跟踪的效果对比曲线以及位置跟踪误差曲线、干扰估计曲线、控制力矩和纵荡速度的响应曲线。结果表明该控制器能够提高 AUV 三维路径的跟踪精度,且能有效抑制外界干扰对系统性能造成的影响。

参考文献:

- [1] 王鹏. 欠驱动自主水下航行器的航迹跟踪控制研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2021.
- [2] 王芳,万磊,李晔,等. 欠驱动 AUV 的运动控制技术综述[J]. 中国造船,2010,51(2):227-241.
- [3] 郭亦平,王益民,任元洲. 基于视线导引法的 AUV 轨迹跟踪控制技术研究[J]. 声学及电子工程,2018(4):32-36,40.
- [4] 李广有,王娜,尹庆华. 欠驱动 AUV 基于干扰观测器的滑模控制[J]. 机械制造与自动化,2022,51(2):177-180.
- [5] 王金强,王聪,魏英杰,等. 未知海流干扰下自主水下航行器位置跟踪控制策略研究[J]. 兵工学报,2019,40(3):588-591.
- [6] YU C Y, XIANG X B. Vertical plane path following control of an under-actuated autonomous underwater vehicle[C]//2016 IEEE International Conference on

Underwater System Technology: Theory and Applications (USYS). Penang, Malaysia: IEEE, 2017: 37-41.

- [7] SUBUDHI B, MUKHERJEE K, GHOSH S. A static output feedback control design for path following of autonomous underwater vehicle in vertical plane[J]. Ocean Engineering, 2013, 63: 72-76.
- [8] 王宏健,陈子印,贾鹤鸣,等. 基于滤波反步法的欠驱动 AUV 三维路径跟踪控制[J]. 自动化学报,2015,41(3):631-645.
- [9] LI Y, WEI C, WU Q, et al. Study of 3 dimension trajectory tracking of underactuated autonomous underwater vehicle[J]. Ocean Engineering, 2015, 105: 270-274.
- [10] 周则兴. 基于 DRNN-S 控制的 AUV 三维轨迹跟踪方法[J]. 舰船科学技术,2021,43(21):96-99,178.
- [11] 金鸿章,姚绪梁. 船舶控制原理[M]. 2 版. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2013.
- [12] 姚绪梁,王晓伟,蒋晓刚,等. 海流干扰下的欠驱动 AUV 三维路径跟踪控制[J]. 哈尔滨工业大学学报,2019,51(3):37-45.
- [13] 王晓伟,姚绪梁,夏志平,等. 欠驱动 AUV 三维直线路径跟踪控制[J]. 控制工程,2020,27(6):977-983.
- [14] PRESTERO T. Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle[D]. [S.I.]: Massachusetts Institute of Technology, 2001.

收稿日期:2022-10-25

(上接第 198 页)

- [4] 田海波,马宏伟,马琨,等. 一种三构态变胞并联机构运动学及工作空间分析[J]. 机器人,2019,41(3):414-424.
- [5] 叶鹏达,尤晶晶,仇鑫,等. 并联机器人运动性能的研究现状及发展趋势[J]. 南京航空航天大学学报,2020,52(3):363-377.
- [6] GOSSELIN C, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281-290.
- [7] HAO F, MCCARTHY JM. Conditions for line-based singularities in spatial platform manipulators[J]. Journal of Robotic Systems, 1998, 15(1): 43-55.
- [8] MERLET J P. Parallel Robots[M]. [S.I.]: Springer Press, 2016: 30-31.

- [9] COLLINS C L, MCCARTHY J M. The quartic singularity surfaces of planar platforms in the Clifford algebra of the projective plane[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(7): 931-944.
- [10] 李虹,刘小娟,李瑞琴. 3-RRP 平面并联机构的动力学性能研究[J]. 机械设计与制造, 2018(7): 123-126.
- [11] 仇鑫,尤晶晶,叶鹏达,等. 一种可重构 Stewart 型并联机器人的静刚度分析[J]. 南京师大学报(自然科学版), 2022, 45(3): 132-140.
- [12] 孙占朋,王亮. 空间机器人运行中回避奇异问题路径规划[J]. 计算机仿真, 2019, 36(7): 287-291, 354.

收稿日期:2022-10-11