

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.03.006

一种含间隙的电梯横向振动行为分析

孙博伟, 张红兵, 李万祥

(兰州交通大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘要:以电梯的横向振动现象为研究对象,建立运动过程中的物理模型、力学模型和数学模型。推导运动时的无量纲方程,用四阶 Runge-Kutta 法,对数学模型进行数值仿真。借助相图与 Poincaré 截面图分析在不同频率下电梯运动中存在的倍化分岔和 Hopf 分岔,并给出由 Hopf 分岔进入混沌时的具体参数。通过对参数的研究,给出降低电梯横向振动的方法,为电梯的横向振动研究和电梯振动的优化提供理论参考。

关键词:电梯; Hopf 分岔; 混沌; 振动

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** B **文章编号:** 1671-5276(2025)03-0033-05

Analysis of Transverse Vibration Behavior of Gapped Elevator

SUN Bowei, ZHANG Hongbing, LI Wanxiang

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: The lateral vibration behavior of elevator being the research object, the physical model, mechanical model and mathematical model in the process of movement are established. The dimensionless equations in motion are derived, and the mathematical model is numerically simulated by the fourth-order Runge-Kutta method. By the phase diagram and Poincaré cross section diagram, the multiplier bifurcation and Hopf bifurcation are analyzed in elevator motion at different frequencies, and the specific parameters of Hopf entering chaos are given. With the research on parameters, the method of reducing the lateral vibration of elevator is given, which provides a theoretical reference for the research of lateral vibration of elevator and the optimization of elevator vibration.

Keywords: elevator; Hopf bifurcation; chaos; vibration

0 引言

在电梯运行时,电机牵引电梯绳进而带动电梯和导轨在导轨上运行。在现实运行时,不可避免地会出现导轨不平顺或者轿厢与悬架之间存在间隙等因素而导致的振动,进而影响人们的乘坐体验。这种电梯发生横向振动的情况在使用时间较长的电梯上尤为明显。找出电梯发生振动的原因并且降低这种振动的频次是必要的。

国内外学者对于如何降低电梯振动进行了一些研究。罗冠炜等^[1]研究了一类 2 自由度含间隙振动系统对冲周期碰撞运动的稳定性与局部分叉,研究了周期碰撞运动经叉式分岔、倍化分岔和“擦边”奇异性向混沌转迁的分叉过程,并对内依马克-沙克分岔和混沌形成的过程进行了分析,为含间隙非线性系统的混沌运动分析提供了方向与参考;李万祥等^[2]用四阶 Runge-Kutta 法,通过对单自由度含间隙系统进行仿真,首次证明单自由度含间隙系统中不仅存在叉式分岔、倍周期分岔,而且还存在 Hopf 分岔,并且分析了 Hopf 分岔形

成的过程,为含间隙非线性系统的 Hopf 分岔分析提供了计算方法和技术参考;何奥迪等^[3]针对航空发动机内轴承内环的间隙建立了 2 自由度间隙支承转子非线性动力学模型,为 2 自由度含间隙非线性系统模型的建立提供了参考;包继虎等^[4]对变长度柔性提升系统钢丝绳横向振动建模进行了分析,求得变长度提升绳横向振动位移和速度响应,为变长度提升钢丝绳横向振动特性分析提供了理论基础,也为后面针对提升绳对轿厢的横向振动研究提供了学术基础;李海花^[5]对电梯的变刚度非线性振动进行了分析,研究了最大加速度和加速度变化率对电梯纵向振动的影响,并找到了最大加速度和加速度变化率的最佳取值,得出为了满足乘坐的舒适感,必须使得加速度小于最大加速度,加速度变化率小于最大加速度变化率,但同时又要提高运行效率,所以只能限制运行速度;张鹏^[6]以电梯导轨为主,建立了轿厢-导轨-导轨模型,分析得到了轿厢水平振动的时域和频域仿真数据,进行了轿厢振动加速度的采集工作,并与仿真数据进行了对比分析,最终结果表

第一作者简介: 孙博伟(1997—),男,陕西渭南人,硕士研究生,研究方向为非线性动力学,2569873220@qq.com。

明,所建立的轿厢系统动力学模型可以较好地反映轿厢振动响应特点。西班牙学者 ARRASATE 等^[7]在 1:1 的绳系实验室模型上进行实验,建立了一个由轿厢-配重-滑轮-绳索组成的组合 5 自由度的模型,得出了驱动系统激励频率接近电梯系统固有频率的结论,为本文进行电梯的建模提供了理论参考。

SANTO 等^[8]研究了电梯导轨变形产生的非线性响应,并通过数值模拟对所研究数学模型的非线性行为进行了分析。日本学者 NOGUCHI 等^[9]提出了电梯在高速行驶时,水平振动的主要来源之一是由于导轨的变形;YAO 等^[10]对垂直起吊绳进行了动力分析,采用动力模拟方法,讨论了吊装荷载对吊装接触网横向振动的影响;VO 等^[11]全面分析了橡胶空气弹簧的刚度模型,并对其恢复力进行分析和构建,最终通过实验对所提出的空气弹簧恢复力进行了评价;李占芳等^[12]根据罐笼在罐道的运行情况建立了 2 自由度的罐笼水平振动模型,在对罐道常见的几种缺陷形式分析基础上,利用仿真将缺陷作为激励求得振动模型的响应,提出了提升罐道在加速段和匀速段对于相同故障的不同响应;徐璐等^[13]采用数值方法,结合相图、截面图等探讨了磁悬浮转子与辅助轴承接触瞬时系统的非线性动力学行为,研究了不同参数对系统的影响;张丹伟等^[14]利用增量谐波平衡法,研究了薄板在横向激振简谐力作用下的非线性振动问题,并通过与得到的相图、频谱图等进行对比得到验证;杨一帆等^[15]研究了一种新型 2 自由度非线性能量阱,建立了非线性系统的运动微分方程,运用数值方法对其进行分析;CAO 等^[16]基于伯努利-欧拉理论建立了表示电梯导轨的受迫振动微分方程,并利用 Darren Bell 原理构造了电梯导轨与轿厢的振动方程,得到导轨、导靴和轿厢的耦合振动模型;JIANG 等^[17]考虑了电梯绳质量、刚度、阻尼等时变特性,建立了曳引电梯的动力学模型,分析了系统的动态特性;JIANG 等^[18]推导分析了电梯水平振动的动力学模型,研究了导轨刚度对电梯水平振动的影响;殷勤^[19]为了能够对高速电梯水平振动的特性进行准确分析并提供有效控制方法,建立了动力学模型,找到了可直接应用于工程问题的合理结构参数。以上学者们的研究在模型建立、理论基础、分析方法等方面为本文提供了思路。

本文在忽略提升绳、各种阻尼与气流对电梯轿厢产生横向力的前提下,主要研究电梯在长时

间使用以后轿厢与悬架之间由于内部力的影响产生间隙,用数值法分析了存在间隙时轿厢产生的横向振动。选择一个周期截面分析频率的变化对电梯横向振动的影响与不同参数下系统产生的周期与混沌等运动行为。这些分析会为电梯导轨的参数设计与优化保养提供一定的理论参考。

1 力学模型及其运动微分方程

对电梯运行时做出如下假设:

- 1) 提升绳在运动过程中不对电梯产生横向力;
- 2) 各种阻尼与空气气流不对电梯产生横向力;
- 3) 驱动系统的激励频率和电梯系统的固有频率相等;
- 4) 只考虑轿厢与悬架之间的间隙,并将电梯简化为一个双自由度含间隙的横向碰撞模型。

图 1 所示为电梯的物理模型,SANTO 等对该模型进行了验证,本文不再进行赘述。将物理模型通过公式转化得到力学模型,如图 2 所示。其中 M_1 、 M_2 分别为电梯轿厢和悬架的质量, X_1 、 X_2 分别为电梯轿厢和悬架的横向位移; C_1 、 C_2 分别为提升绳和轿厢在水平方向上的阻尼; K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 分别为提升绳与轿厢在水平方向上的刚度、导轨与导靴在水平方向上的刚度、轿厢与左边悬架之间的刚度和轿厢与右边悬架之间的刚度; D 为轿厢与悬架之间连接件 K_3 、 K_4 的间隙。在受到外部力的作用时,轿厢与悬架之间存在速度差,从而也就存在位移差,当轿厢横向位移 X_1 减去悬架横向位移 X_2 所得的差值大于间隙 D 时,轿厢与悬架之间连接件的刚度为 K_4 ; 当悬架横向位移 X_2 减去轿厢横向位移 X_1 所得的差值大于间隙 D 时,轿厢与悬架之间连接件的刚度为 K_3 。而当 X_1 与 X_2 之间差值的绝对值小于间隙 D 时,轿厢与悬架不接触,两者之间也没有刚度连接件。

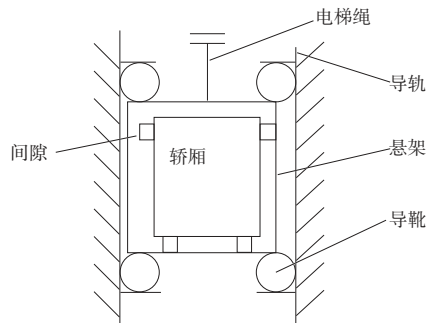


图 1 电梯的物理模型

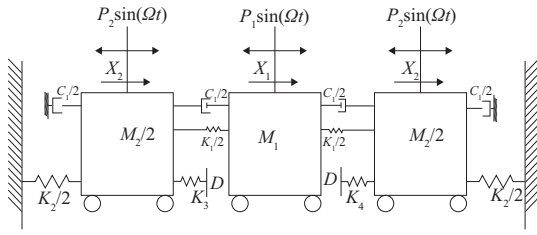


图2 电梯的力学模型

对模型进行受力分析,得到电梯在进行横向振动时系统的运动微分方程为

$$\begin{cases} M_1 \ddot{X}_1 + C_1 \dot{X}_1 - C_1 \dot{X}_2 + K_1 X_1 - K_1 X_2 + G = P_1 \sin(\theta T + \tau) \\ M_2 \ddot{X}_2 - C_1 \dot{X}_1 + (C_1 + C_2) \dot{X}_2 - K_1 X_1 + (K_1 + K_2) X_2 + G = P_2 \sin(\theta T + \tau) \end{cases} \quad (1)$$

式中: G 表示轿厢和悬架之间的位移差与相应刚度的乘积; T 为运动周期, s 。

$$G = \begin{cases} K_3(X_1 - X_2 + D) & X_2 - X_1 > D \\ 0 & |X_1 - X_2| \leq D \\ K_4(X_1 - X_2 - D) & X_1 - X_2 > D \end{cases} \quad (2)$$

对于上述二阶微分方程进行无量纲化,得

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\zeta \dot{x}_1 - 2\zeta \dot{x}_2 + x_1 - x_2 + g = (1-f) \sin(\omega t + \varphi) \\ \mu_m \ddot{x}_2 + 2\zeta \dot{x}_1 + 2\zeta(1+\mu_c) \dot{x}_2 - x_1 + (1+\mu_k) x_2 + g = f \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (3)$$

$$g = \begin{cases} \mu k_3(x_1 - x_2 + d) & x_2 - x_1 > d \\ 0 & |x_1 - x_2| \leq d \\ \mu k_4(x_1 - x_2 - d) & x_1 - x_2 > d \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\mu k_i = \frac{K_i}{K_1}$, $i = 2, 3, 4$; $\mu_c = \frac{C_2}{C_1}$; $\mu_m = \frac{M_2}{M_1}$; $\omega =$

$$\theta \sqrt{\frac{M_1}{K_1}}; \zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 M_1}}; f = \frac{P_2}{P_1 + P_2}; t = T \sqrt{\frac{K_1}{M_1}};$$

$$x_i = \frac{X_i K_1}{P_1 + P_2}, i = 1, 2; d = \frac{DK_1}{P_1 + P_2}。$$

2 进入混沌的道路以及参数的影响

结合电梯轿厢与悬架质量比、导轨和悬架之间的刚度与轿厢和悬架之间的刚度比、轿厢和提升绳之间的刚度与轿厢和悬架之间的刚度比等等,取得下面一系列数据: $\mu_m = 25$; $\zeta = 0.223$; $\mu_c = 0.325$; $\mu k_2 = 13.14$; $\mu k_3 = 100$; $\mu k_4 = 1$; $\varphi = 0.5$; $f = 0.01$ 。

在间隙取 $d = 0.01$ 时,用四阶龙格库塔法计算出 m_1 在 $\omega = [2.5, 4.5]$ 区间内速度动态响应分岔图如图3所示。

由分岔图可以看出,随着 ω 的增大,系统由单

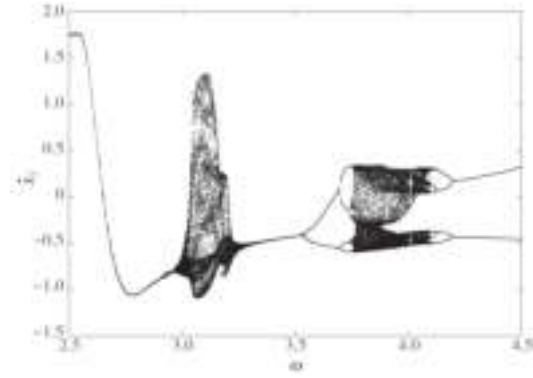


图3 分岔图

周期经过Hopf分岔进入混沌,接着通过逆Hopf分岔又变回单周期;随着 ω 的继续增大,系统经历二周期运动、四周期运动、八周期运动进入混沌; ω 继续增大,系统由混沌经过逆倍化变为八周期运动、四周期运动最终进入二周期运动。

2.1 系统的Hopf分岔及通向混沌的道路

图4为Hopf分岔图。

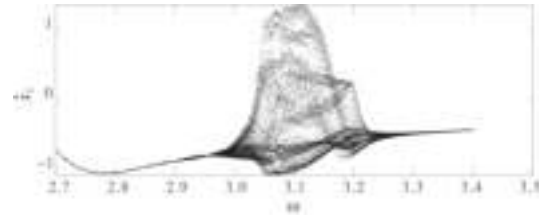
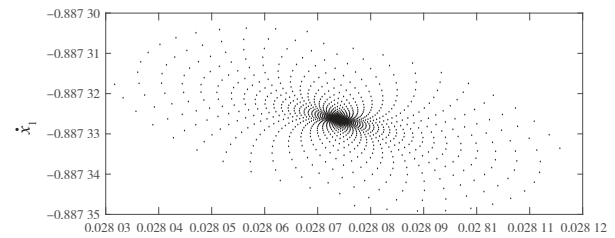
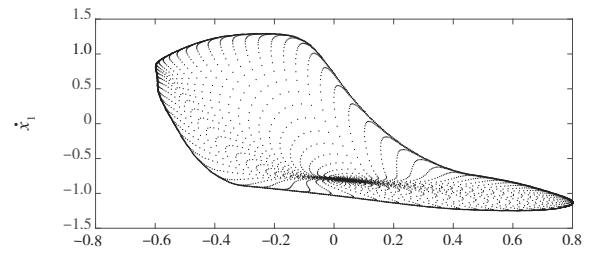


图4 Hopf分岔图

由图4可以看出,系统在 $\omega = 2.950$ 附近产生了Hopf分岔,并且随着 ω 增大,系统在 $\omega = 3.000$ 附近进入混沌,随后在 $\omega = 3.350$ 附近进入稳定的单周期。下面结合Poincaré截面图进行分析(图5)。

(a) $\omega = 2.900$ (b) $\omega = 2.955$

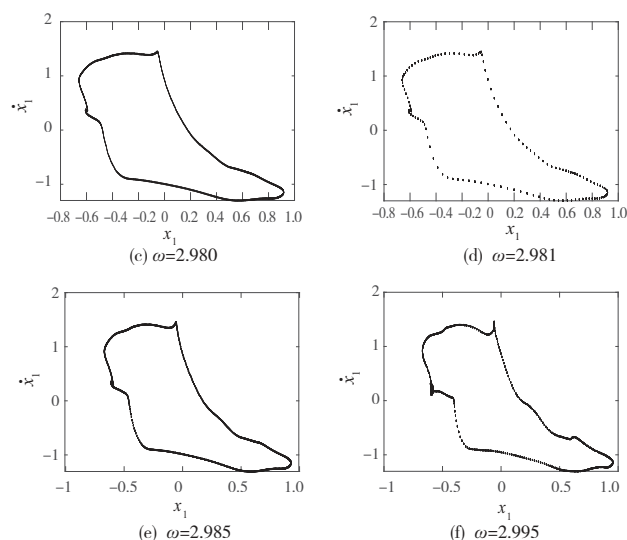


图5 Poincaré 截面图

当 $\omega \leq 2.900$ 时,系统处于稳定的单周期运动,如图4和图5(a)所示;随着 ω 的增加,当 $\omega = 2.955$ 时,Poincaré 截面上呈现出一个光滑的吸引不变圈,如图5(b)所示,此时发生 Hopf 分岔;当 $\omega = 2.980$ 时,Poincaré 截面上呈现出一个概周期圈,如图5(c)所示,此时系统处于概周期运动;当 $\omega = 2.981$ 时,Poincaré 截面上概周期圈破裂,系统处于锁相状态,如图5(d)所示; $\omega = 2.985$ 时,锁相变得凝实且变尖,Poincaré 截面上呈现出一个变形的概周期圈,如图5(e)所示;随着 ω 的继续增加,变形的概周期圈破裂,形成变形的锁相,如图5(f)所示,此时的锁相与 $\omega = 2.981$ 时的锁相相比,棱角变尖; ω 继续变大,锁相圈破裂,系统进入混沌。

2.2 系统的倍化分岔及通向混沌的道路

图6为倍化分岔图。

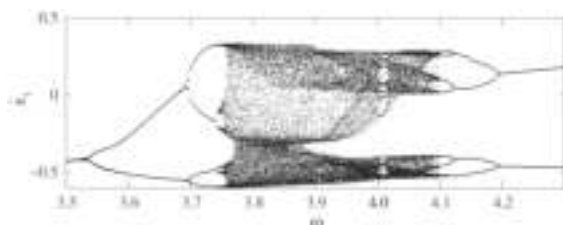
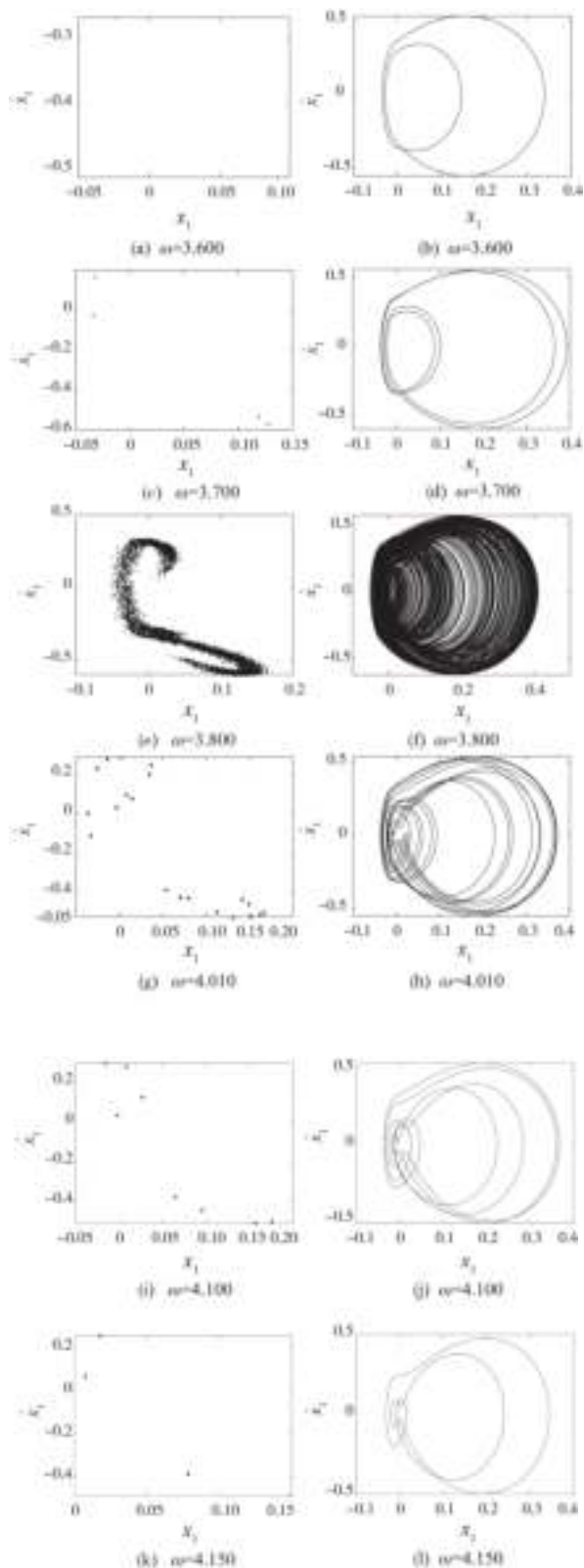


图6 倍化分岔图

由图6分岔图可以看到系统在 $\omega = [3.350, 3.540]$ 区间内进行稳定的单周期运动,随着 ω 增大,系统发生倍化分岔变为二周期运动,接着再次发生倍化分岔变为四周期运动,随着 ω 持续增大系统再次发生倍化分岔变为八周期运动并且很快进入混沌运动。 ω 继续增大,系统再出现了周期窗口,在周期窗口结束之后,系统又进入混沌,混

沌结束后系统发生逆倍化变为八周期运动,又经历两次逆倍化,系统经过四周期运动最终变为稳定的二周期运动。为了更详尽地观察图形性质,下面结合 Poincaré 截面图与相图进行分析(图7)。



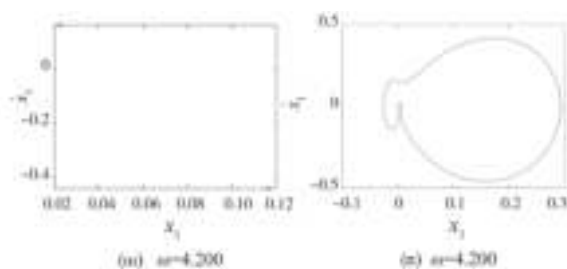


图7 Poincaré 截面图和相图

图7(a)中Poincaré截面上有2个点,图7(b)相图出现2个圈,表示系统在 $\omega = 3.600$ 时做二周期运动;图7(c)中Poincaré截面上有4个点,图7(d)相图出现4个圈,表示系统在 $\omega = 3.600$ 时做四周期运动;图7(e)中Poincaré截面上无数个不规则分布的点,图7(f)中相图被无数个圈充满,表示系统在 $\omega = 3.800$ 处处于混沌状态;图7(g)中Poincaré截面上有20个点,图7(h)中相图上出现20个圈,此时系统处于周期窗口;图7(i)中Poincaré截面上有8个点,图7(j)中相图存在8个圈,表示 $\omega = 4.100$ 时系统通过混沌进行逆倍化进入八周期运动;图7(k)中Poincaré截面上有4个点,图7(l)中相图存在4个圈,代表系统在 $\omega = 4.150$ 时处于四周期运动;图7(m)中Poincaré截面上有2个点,图7(n)中相图上出现2个圈,此时系统通过逆倍化进行稳定的二周期运动。

2.3 不同阻尼比对系统的影响

图8为加大阻尼比之后的部分分岔图。对比图6分岔图,很容易看出在加大阻尼比之后,分岔图的周期窗口增多,混沌变为阵发混沌,混沌占比减小,稳定的周期运动增多。

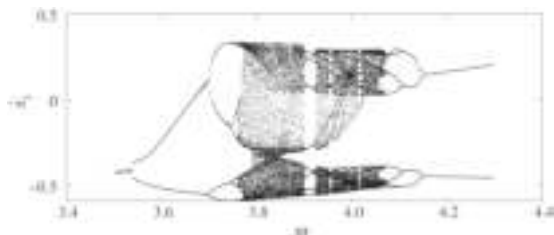


图8 大阻尼比分岔图

3 结语

1)通过对电梯系统进行仿真,发现随着激振频率的变化,系统由稳定周期通过倍化分岔再经过Hopf分岔进入混沌运动,在混沌运动期间通过

周期窗口再返回混沌,又经过逆倍化分岔变回稳定的二周期运动的过程。

2)通过对以上分岔图、相图和Poincaré截面图的研究发现,在激振频率处于不同数值时,系统的运动性质不同。比如在某些激振频率下,系统的稳定周期运动比较多,而在某些激振频率下,系统的混沌运动比较多,在混沌运动时,系统的速度变化很大且不可预判,若长期在这个范围内运行,会对电梯和人的乘坐体验产生不好的影响,应该尽量避免在这个区间运行。通过对不同阻尼比时的分岔图进行比较,可以得出在阻尼比较大时电梯运行处于混沌的区间比较短,此结论可以为制造商在生产电梯时提供一个参数选择和材料选取的方向。

参考文献:

- [1] 罗冠伟,谢建华. 一类含间隙振动系统的周期运动稳定性、分岔与混沌形成过程研究[J]. 固体力学学报, 2003,24(3):284-292.
- [2] 李万祥,牛卫中. 一类含间隙系统的分岔与混沌的形成过程[J]. 振动与冲击, 2005,24(3):47-49,133.
- [3] 何奥迪,王晓伟. 含轴承内环间隙的转子非线性动力学建模[J]. 机械制造与自动化, 2022,51(4):124-128.
- [4] 包继虎,张鹏,朱昌明. 变长度柔性提升系统钢丝绳横向振动建模及分析[J]. 上海交通大学学报, 2012, 46(3):341-345.
- [5] 李海花. 电梯变刚度非线性振动分析[D]. 南宁:广西大学, 2008.
- [6] 张鹏. 高速电梯轿厢系统横向振动非线性控制研究[D]. 济南:山东建筑大学, 2022.
- [7] ARRASATE X, KACZMARCZYK S, ALMANDOZ G, et al. The modelling, simulation and experimental testing of the dynamic responses of an elevator system [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 42(1/2):258-282.
- [8] SANTO D R, BALTHAZAR J M, TUSSET A M, et al. On nonlinear horizontal dynamics and vibrations control for high-speed elevators [J]. Journal of Vibration and Control, 2018,24(5):825-838.
- [9] NOGUCHI N, ARAKAWA A, MIYATA K, et al. Study on active vibration control for high-speed elevators [J]. Journal of System Design and Dynamics, 2011, 5(1):164-179.
- [10] YAO J N, XIAO X M. Effect of hoisting load on transverse vibrations of hoisting catenaries in floor type multi-rope friction mine hoists [J]. Shock and Vibration, 2016(3):1-15.

(下转第42页)

- 收稿日期:2023-08-31

(上接第 37 页)

- 收稿日期:2023-09-04