

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.03.005

二级齿轮系统非线性振动研究

王树国, 郭丽峰, 廖鹏泰, 翟亚杰

(塔里木大学 信息工程学院, 新疆 阿拉尔 843300)

摘 要:在考虑齿侧间隙等非线性因素的基础上,建立齿轮系统的振动数学模型,并对该模型进行数值求解,得到了该模型的分岔图。通过对分岔图的分析,发现齿轮系统随着转速、阻尼比、扭转阻尼比的变化表现出复杂多样的动力学特性。系统随着转速的变化会发生倍化分岔和 Hopf 分岔,通过 Hopf 分岔—锁相进入混沌;随着阻尼比的变化会发生激变,最终通过倍周期分岔进入混沌。

关键词:振动;周期运动;分岔;齿轮

中图分类号:TH113.1; TH132.41 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2025)03-0028-05

Nonlinear Vibration Research on Two-stage Gear Systems

WANG Shuguo, GUO Lifeng, LIAO Pengtai, ZHAI Yajie

(College of Information Engineering, Tarim University, Alaer 843300, China)

Abstract: Given the consideration of nonlinear factors such as backlash, a vibration mathematical model of the gear system was established, to which numerical solution was carried out, thus the bifurcation diagram of the model being obtained. The analysis on the bifurcation diagram shows that the gear system exhibits complex and diverse dynamic characteristics along with the changes in speeding, damping ratio and torsional damping ratio. And the system displays doubling bifurcation and Hopf bifurcation as the speed changes, leading to chaos through Hopf bifurcation phase locking. As the damping ratio changes drastically, it will eventually enter into chaos through period doubling bifurcation.

Keywords: vibration; periodic motion; bifurcation; gear

0 引言

齿轮已经被广泛地应用在机械传动领域,而齿轮的振动直接或间接地影响着整个机械传动性能的好坏。人们对齿轮传动系统中的齿轮振动做了大量的研究与分析,已经得到了很多的重要结论^[1-8]。由于齿轮传动系统^[9-18]结构复杂,主要包括齿侧间隙、轴侧间隙、传动误差、时变刚度等因素,从而使齿轮传动系统表现出非常强的非线性特性。齿轮的非线性振动在很大程度上影响着机械系统工作的稳定和寿命,因此有必要对齿轮系统的非线性振动进行大量的研究与分析,在此基础上可以设计出高效率的齿轮传动系统,从而可以满足在不同的机械传动系统中对齿轮振动的要求。大多数文献只考虑了齿侧间隙、传动误差、时变刚度对系统分岔特性的影响,而本文的创新点是不仅考虑了齿侧间隙、传动误差、时变刚度,而且考虑了中间轴承的转动转矩等因素,在此基础上建立了齿轮系统的振动模型,并分析了转动

转矩等参数对齿轮系统的分岔特性,为类似齿轮系统的设计和稳定工作提供参考。

1 齿轮系统振动模型

图 1 是本文要研究的齿轮系统实物,图 2 是把齿轮系统实物简化后的力学模型。齿轮 1 与齿轮 2 啮合,齿轮 2 与齿轮 3 在同一个轴上,齿轮 3 与齿轮 4 啮合。 $I_i (i=1\sim 4)$, $R_i (i=1\sim 4)$, $\theta_i (i=1\sim 4)$ 分别为各齿轮的转动惯量、基圆半径、扭转角位移; $K_i = (\bar{t}) (i=1\sim 2)$ 为时变啮合刚度; $C_i = 2\xi_i \sqrt{\frac{k_{avi}}{m_i}} (i=1\sim 2)$ 为啮合处的啮合阻尼(其中 ξ_i 、 k_{avi} 、 m_i 分别为阻尼比、平均啮合刚度、等效质量); K_n 是齿轮 2 与齿轮 3 所在轴的扭转刚度; $C_n = 2\xi_n \sqrt{\frac{k_{na}}{m_{na}}}$ 是齿轮 2 与齿轮 3 所在轴的扭转阻尼(其中 ξ_n 、 k_{na} 、 m_{na} 分别为扭转阻尼比、平均扭转刚度、等效质量); $2\bar{b}_i (i=1\sim 2)$ 为各齿轮对的齿侧

基金项目:塔里木大学校长基金资助项目(TDZKSS202216;TDZKSS202233)

第一作者简介:王树国(1986—),男,河南人,副教授,硕士研究生,研究方向为非线性动力学,wsjgtdx@163.com。

间隙; $\bar{e}_i(\bar{t})$ ($i=1\sim 2$) 为各齿轮对的综合啮合误差; $T_1(\bar{t})$ 为齿轮 1 的输入转矩; $T_4(\bar{t})$ 为齿轮 4 的输出转矩。

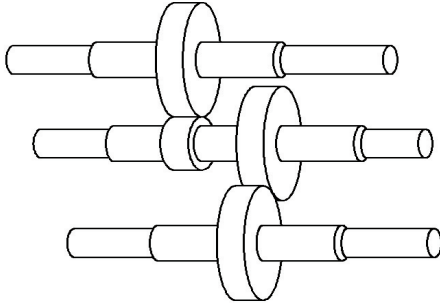


图 1 齿轮系统实物图

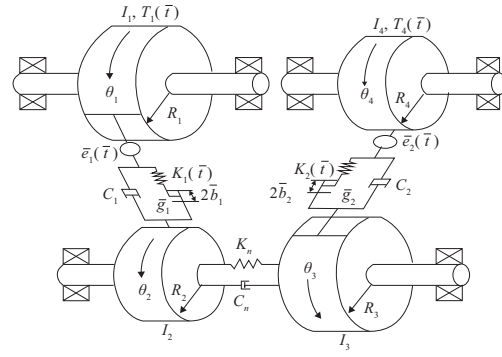


图 2 齿轮系统力学模型图

1.1 齿轮系统的振动微分方程

根据图 2 所标的方向,得到该模型的力学振动方程为

$$\begin{cases} I_1 \theta_1'' + R_1 C_1 (R_1 \theta_1' + R_2 \theta_2' + \bar{e}_1'(\bar{t})) + R_1 K_1(\bar{t}) \bar{g}_1(R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}), \bar{b}_1) = T_1(\bar{t}) \\ I_2 \theta_2'' + R_2 C_1 (R_1 \theta_1' + R_2 \theta_2' + \bar{e}_1'(\bar{t})) + R_2 K_1(\bar{t}) \bar{g}_1(R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}), \bar{b}_1) + C_n(\theta_2' - \theta_3') + K_n(\theta_2 - \theta_3) = 0 \\ I_3 \theta_3'' + R_3 C_2 (R_3 \theta_3' + R_4 \theta_4' + \bar{e}_2'(\bar{t})) + R_3 K_2(\bar{t}) \bar{g}_2(R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}), \bar{b}_2) - C_n(\theta_2' - \theta_3') - K_n(\theta_2 - \theta_3) = 0 \\ I_4 \theta_4'' + R_4 C_2 (R_3 \theta_3' + R_4 \theta_4' + \bar{e}_2'(\bar{t})) + R_4 K_2(\bar{t}) \bar{g}_2(R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}), \bar{b}_2) = T_4(\bar{t}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $(\cdot)'$ 、 $(\cdot)''$ 是对 $\bar{t}$ 求导;

$$\bar{g}_1(R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}), \bar{b}_1) = \begin{cases} R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}) - \bar{b}_1 & R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}) > \bar{b}_1 \\ 0 & |R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t})| \leq \bar{b}_1 \\ R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}) + \bar{b}_1 & R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}) < -\bar{b}_1 \end{cases}$$

$$\bar{g}_2(R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}), \bar{b}_2) = \begin{cases} R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}) - \bar{b}_2 & R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}) > \bar{b}_2 \\ 0 & |R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t})| \leq \bar{b}_2 \\ R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}) + \bar{b}_2 & R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}) < -\bar{b}_2 \end{cases}$$

分别为各齿轮对所对应的分段线性位移函数。

现将扭转角位移转化为相对位移,令

$$\begin{cases} P_1 = R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 + \bar{e}_1(\bar{t}) \\ P_2 = R_2 \theta_2 - R_3 \theta_3 \\ P_3 = R_3 \theta_3 + R_4 \theta_4 + \bar{e}_2(\bar{t}) \end{cases}$$

则式(1)变形为式(2):

$$\begin{cases} P_1'' + C_1 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) P_1' + K_1(\bar{t}) \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \bar{g}_1(P_1, \bar{b}_1) + \frac{C_n}{m_2 R_2^2} P_2' + \frac{K_n}{m_2 R_2^2} P_2 = \frac{T_1(\bar{t})}{R_1 m_1} + \bar{e}_1''(\bar{t}) \\ P_2'' + \frac{C_1}{m_2} P_1' - \frac{C_2 R_2}{m_3 R_3} P_3' + \frac{K_1(\bar{t})}{m_2} \bar{g}_1(P_1, \bar{b}_1) - \frac{K_2(\bar{t}) R_2}{m_3 R_3} \bar{g}_2(P_3, \bar{b}_2) + C_n \left(\frac{1}{m_2 R_2^2} + \frac{1}{m_3 R_3^2} \right) P_2' + K_n \left(\frac{1}{m_2 R_2^2} + \frac{1}{m_3 R_3^2} \right) P_2 = 0 \\ P_3'' + C_2 \left(\frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4} \right) P_3' + K_2(\bar{t}) \left(\frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4} \right) \bar{g}_2(P_3, \bar{b}_2) - \frac{C_n}{m_3 R_2 R_3} P_2' - \frac{K_n}{m_3 R_2 R_3} P_2 = \frac{T_4(\bar{t})}{R_4 m_4} + \bar{e}_2''(\bar{t}) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $m_i = \frac{I_i}{R_i^2}$ ($i=1,2,3,4$) 为相对质量。

齿轮啮合刚度 $K_1(\bar{t}), K_2(\bar{t})$ 随着齿轮的转动呈周期变化,其周期函数可以展成傅里叶级数,取 3 次谐波形式如下:

$$\begin{cases} K_1(\bar{t}) = k_{av1} + k_{a11} \cos(\omega_{h1} \bar{t} + \tau_{11}) + k_{a12} \cos(2\omega_{h1} \bar{t} + \tau_{12}) + \\ k_{a13} \cos(3\omega_{h1} \bar{t} + \tau_{13}) \\ K_2(\bar{t}) = k_{av2} + k_{a21} \cos(\omega_{h2} \bar{t} + \tau_{21}) + k_{a22} \cos(2\omega_{h2} \bar{t} + \tau_{22}) + \\ k_{a23} \cos(3\omega_{h2} \bar{t} + \tau_{23}) \end{cases} \quad (3)$$

式中: k_{avi} 为平均啮合刚度; ω_{hi} 为啮合频率; τ_{ij} 为啮合刚度的 j 阶初相; k_{aij} 为谐波分量系数 ($i=1,2; j=1,2,3$)。

取各齿轮对的啮合误差为

$$\begin{cases} \bar{e}_1(\bar{t}) = e_{a1} \cos(\omega_{h1} \bar{t} + \theta_1) \\ \bar{e}_2(\bar{t}) = e_{a2} \cos(\omega_{h2} \bar{t} + \theta_2) \end{cases},$$

式中 e_{a1} 和 e_{a2} 为啮合误差幅值。

1.2 齿轮系统的运动微分方程

式(2)中齿轮系统各个参数的量级相差很大会出现大数吃掉小数的情况,从而影响方程的解,因此需要对式(2)进行无量纲处理。令 $t = \omega_c \bar{t}$, (ω_c

为齿轮系统的固有频率, b_c 为位移尺度), $x_i = \frac{P_i}{b_c}$,

$$b_j = \frac{\bar{b}_j}{b_c}, e_j(t) = \frac{\bar{e}_j(\bar{t})}{b_c} \quad (i=1,2,3; j=1,2), m_{12} =$$

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, m_{34} = \frac{m_3 m_4}{m_3 + m_4}, w_{n1} = \sqrt{\frac{k_{va1}}{m_{12}}}, w_{n2} = \sqrt{\frac{k_{va2}}{m_{34}}}, \text{对}$$

式(2)进行无量纲化,其中 $(\dot{})$ 、 $(\ddot{})$ 分别为对 t 求导得

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\xi_{11} \dot{x}_1 + k_{11} g_1(x_1, b_1) + 2\xi_{12} \dot{x}_2 + k_{12} x_2 = f_1 \\ \ddot{x}_2 + 2\xi_{21} \dot{x}_1 - 2\xi_{22} \dot{x}_3 + k_{21} g_1(x_1, b_1) - k_{22} g_2(x_3, b_2) + \\ 2\xi_{23} \dot{x}_2 + k_{23} x_2 = 0 \\ \ddot{x}_3 + 2\xi_{31} \dot{x}_3 + k_{31} g_2(x_3, b_2) - 2\xi_{32} \dot{x}_2 - k_{32} x_2 = f_4 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \xi_{11} = \frac{C_1}{2m_{12}\omega_c}; \xi_{12} = \frac{C_n}{2m_2 R_2^2 \omega_c}; \xi_{21} = \frac{m_{12}}{m_2} \xi_{11}; \xi_{22} =$$

$$\frac{m_{34} R_2}{m_3 R_3} \xi_{31}; \xi_{31} = \frac{C_2}{2m_{34}\omega_c}; \xi_{32} = \frac{C_n}{2m_3 R_2 R_3 \omega_c}; \xi_{23} = \xi_{12} +$$

$$\frac{R_2}{R_3} \xi_{32}; k_{12} = \frac{K_n}{m_2 R_2^2 \omega_c^2}; k_{21} = \frac{m_{12}}{m_2} k_{11}; k_{22} = \frac{m_{34} R_2}{m_3 R_3} k_{31}; k_{32} =$$

$$\frac{K_n}{m_3 R_2 R_3 \omega_c^2}; k_{23} = k_{12} + \frac{R_2}{R_3} k_{32}; \omega_i = \frac{\omega_{hi}}{\omega_c} \quad (i=1,2); u =$$

$$\frac{\omega_{h2}}{\omega_{h1}}; \omega_2 = u\omega_1; k_{11} = \frac{K_1(\bar{t})}{m_{12}\omega_c^2} = \frac{w_{n1}^2}{\omega_c^2} [1 + \varepsilon_{11} \cos(\omega_1 t + \tau_{11}) +$$

$$\varepsilon_{12} \cos(2\omega_1 t + \tau_{12}) + \varepsilon_{13} \cos(3\omega_1 t + \tau_{13})]; k_{31} = \frac{K_2(\bar{t})}{m_{34}\omega_c^2} =$$

$$\frac{w_{n2}^2}{\omega_c^2} [1 + \varepsilon_{21} \cos(u\omega_1 t + \tau_{21}) + \varepsilon_{22} \cos(2u\omega_1 t + \tau_{22}) +$$

$$\varepsilon_{23} \cos(3u\omega_1 t + \tau_{23})]; \varepsilon_{ij} = \frac{k_{aij}}{k_{ari}} \quad (i=1,2; j=1 \sim 3); f_1 =$$

$$\frac{T_1(\bar{t})}{R_1 m_1 b_c \omega_c^2} - \frac{e_{a1}}{b_c} \omega_1^2 \cos(\omega_1 t + \theta_1); f_4 = \frac{T_4(\bar{t})}{R_4 m_4 b_c \omega_c^2} -$$

$$\frac{e_{a2}}{b_c} u^2 \omega_1^2 \cos(u\omega_1 t + \theta_2); g_1(x_1, b_1) = \begin{cases} x_1 - b_1 & x_1 > b_1 \\ 0 & |x_1| \leq b_1 \\ x_1 + b_1 & x_1 < -b_1 \end{cases};$$

$$g_2(x_2, b_2) = \begin{cases} x_2 - b_2 & x_2 > b_2 \\ 0 & |x_2| \leq b_2 \\ x_2 + b_2 & x_2 < -b_2 \end{cases}.$$

2 齿轮系统的分岔与混沌分析

表 1 是齿轮系统中各个齿轮的实际参数,固有频率为 9 874。为了对齿轮系统的运动分岔特性进行研究,本文取系统的一组基本参数为: $\varepsilon_{11} = 0.30$; $\varepsilon_{12} = -0.18$; $\varepsilon_{13} = 0.04$; $\varepsilon_{21} = 0.30$; $\varepsilon_{22} = -0.18$; $\varepsilon_{23} = 0.04$; $f_1 = 0.046 2$; $f_2 = 0.185 0$ 。

表 1 齿轮系统实际参数

参数	齿轮 1	齿轮 2	齿轮 3	齿轮 4
基圆半径 R/m	0.10	0.05	0.10	0.05
转动惯量 $I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.074 0	0.004 6	0.037 5	0.002 3
啮合刚度 $K/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	5×10^8	—	2.5×10^8	—
啮合阻尼 $C/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	2 721	—	1 360	—

2.1 ω_1 改变时齿轮系统的动力学特性

图 3 展示了齿轮系统在相对阻尼比 ξ_2 取不同数值时,随转速 ω_1 变化的动力学特征,其中扭转阻尼比为 $\xi_n = 0.006$ 。

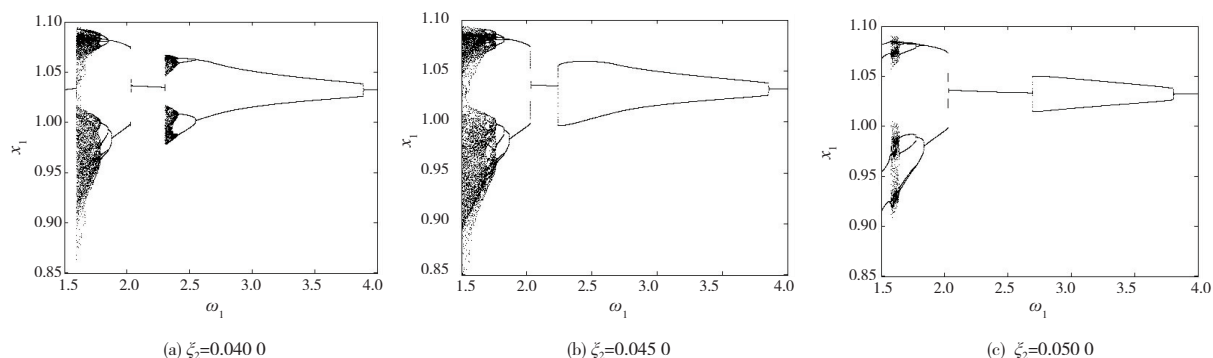


图3 转速分岔图

在图3(a)中可以得知,齿轮系统在转速 $\omega_1 > 2.433\ 5$ 时都在做稳定的周期运动,而在转速 $\omega_1 = 3.892\ 5$ 、 $\omega_1 = 2.553\ 5$ 时分别发生了倍化分岔,在转速 $\omega_1 = 2.433\ 5$ 时发生Hopf分岔,当转速 ω_1 的取值连续变小时,齿轮系统最终通过Hopf分岔-锁相进入混沌运动。随后齿轮系统由混沌运动变为稳定的周期运动,分别在转速 $\omega_1 = 2.303\ 5$ 、 $\omega_1 = 1.882\ 5$ 、 $\omega_1 = 1.848\ 2$ 处再次发生倍化分岔,在转速 $\omega_1 = 2.433\ 5$ 时发生Hopf分岔,当转速 ω_1 的取值继续连续变小时,齿轮系统再次通过Hopf分岔-锁相进入混沌运动。

从图3的3幅图中还可以得出以下规律:当

相对阻尼比 ξ_2 在一定范围内变大时,齿轮系统第一次发生倍化分岔的分岔点在一定范围内在变小,图3(a)—图3(c)的分岔临界点 ω_1 的取值分为 $3.892\ 5$ 、 $3.861\ 3$ 、 $3.814\ 5$,而随着转速 ω_1 在 $[1.500\ 0, 2.000\ 0]$ 内取值时齿轮系统的混沌运动与拟周期运动的范围先变大后再变小,转速 ω_1 在 $[2.200\ 0, 2.600\ 0]$ 内取值时齿轮系统的混沌运动与拟周期运动的范围渐渐消失。

2.2 ξ_2 改变时齿轮系统的动力学特性

图4展示了齿轮系统在扭转阻尼比 ξ_n 取不同数值时,随阻尼比 ξ_2 变化的动力学特征,其中转速 $\omega_1 = 1.700\ 0$ 。

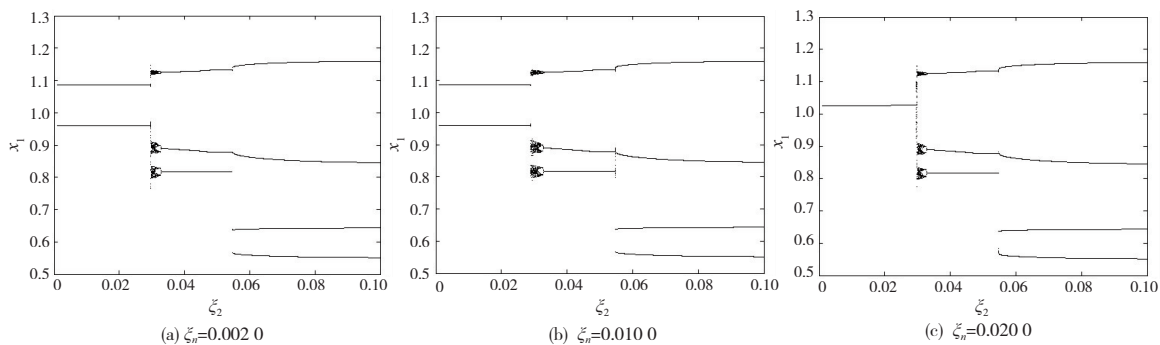


图4 阻尼比分岔图

从图4(a)中可以得知,当阻尼比 $\xi_2 = 0.054\ 7$ 时系统发生激变,从周期4运动变为周期3运动,随着 ξ_2 继续减小系统通过倍周期分岔进入混沌运动;当阻尼比 $\xi_2 = 0.029\ 5$ 时系统又从混沌运动变为周期2运动。从图4的3幅图中还可以得出以下规律:当扭转阻尼比 ξ_n 在一定范围内变大时,系统随着阻尼比 ξ_2 在 $[0, 0.028]$ 内取值时齿

轮系统从周期2运动变为周期1运动,在 $[0.028, 0.034]$ 内取值时齿轮系统的混沌运动范围先变大后变小。

2.3 ξ_n 改变时齿轮系统的动力学特性

图5展示了齿轮系统在转速 ω_1 取不同数值时,随扭转阻尼比 ξ_n 变化的动力学特征,其中相对阻尼比 $\xi_2 = 0.030\ 0$ 。

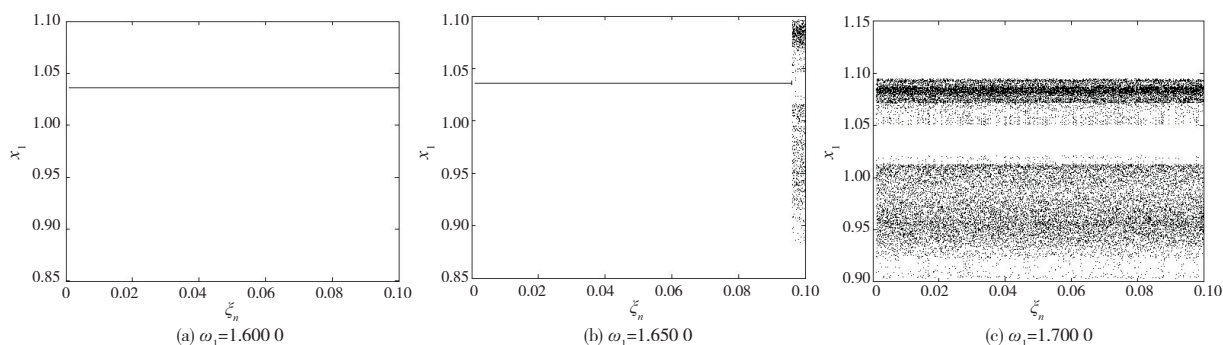


图5 扭转阻尼比分岔图

从图5中可以得出以下规律:随着转速 ω_1 在一定范围内变大时,当扭转阻尼比 ξ_n 在 $[0, 0.10]$ 内取值时,系统首先为周期1运动,随后周期1运动范围渐渐变小,混沌运动范围渐渐变大,最终系统变为混沌运动。

3 结语

1)在考虑齿侧间隙、传动误差、时变刚度及中间轴承的转动转矩等因素的基础上,建立了齿轮系统的非线性动力学模型,并编写C语言程序得到了该模型的数值解,通过对数值求解的分析发现系统存在丰富的分岔特性。

2)分析了系统随转速 ω_1 、阻尼比 ξ_2 、扭转阻尼比 ξ_n 变化时,齿轮系统动力学特征的变化,发现系统在其他参数不变的情况下会随着转速 ω_1 的变化而发生倍化分岔和Hopf分岔,最终通过Hopf分岔—锁相进入混沌;随着阻尼比 ξ_2 的变化会发生激变,最终通过倍周期分岔进入混沌。

参考文献:

- [1] 闻邦椿,刘树英,何勃. 振动机械的理论与动态设计方法[M]. 北京:机械工业出版社,2002.
- [2] 倪振华. 振动力学[M]. 西安:西安交通大学出版社,1989.
- [3] VAISHYA M, SINGH R. Sliding friction-induced non-linearity and parametric effects in gear dynamics[J]. Journal of Sound Vibration, 2001, 248(4): 671-694.
- [4] 王建军,高雄兵,李其汉. 单自由度参数振动系统非线性响应的若干特征[J]. 应用力学学报, 2003, 20(2): 147-151, 168.
- [5] 王建军,李其汉,李润方. 齿轮系统非线性振动研究进展[J]. 力学进展, 2005, 35(1): 37-51.
- [6] 盛冬平,朱如鹏,陆凤霞,等. 多间隙弯扭耦合齿轮非线性振动的分岔特性研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(19): 116-122.
- [7] 孙智民,沈允文,王三民,等. 星形齿轮传动系统分岔与

混沌的研究[J]. 机械工程学报, 2001, 37(12): 11-15.

- [8] 田亚平,褚衍东,饶晓波. 双参变量下单级齿轮传动系统分岔/冲击特性分析[J]. 振动与冲击, 2018, 37(13): 218-223.
- [9] 高建设,崔秉奇,丁顺良,等. 齿轮-轴承传动系统擦边碰撞的动力学特性分析[J]. 振动与冲击, 2022, 41(13): 1-7, 16.
- [10] 莫帅,张应新,罗炳睿,等. 时滞反馈下非正交面齿轮主共振特性的多尺度法研究[J]. 振动工程学报, 2023, 36(3): 623-633.
- [11] 马晓婧,石建飞,张天临,等. 基于Johnson接触模型的内啮合直齿轮系统多状态啮合动力学建模与分析[J]. 振动与冲击, 2023, 42(18): 54-62.
- [12] DONMEZ A, KAHRAMAN A. An experimental and theoretical investigation of the influence of backlash on gear train vibro-impacts and rattle noise[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part k: Journal of Multi-body Dynamics, 2023, 237(1): 131-141.
- [13] 荀超,吴海轩,王云龙. 二级齿轮非线性动态特性同伦摄动法分析[J]. 振动与冲击, 2024, 43(8): 89-97, 108.
- [14] ZHANG C D, YU W N, ZHANG Y D, et al. Dynamics modeling and analysis of the multistage planetary gear set-bearing-rotor-clutch coupling system considering the tooth impacts of clutches[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2024, 214: 111365.
- [15] 杜艳平,王乐,窦水海,等. 考虑齿侧间隙的齿轮系统动力学研究综述[J]. 机械设计, 2024, 41(7): 1-14.
- [16] 唐浩,谭建军,李浩,等. 应用滑动轴承的风电齿轮箱行星轮系动力学建模及解耦方法[J]. 机械工程学报, 2024, 35(4): 591-601.
- [17] 丁军,职彦锋,张翰林,等. 驱动及负载激励下高速人字齿轮的动态特性分析[J]. 机械传动, 2024, 48(5): 131-137.
- [18] 高建设,吴家宝,吴鲁纪,等. 非正交面齿轮传动系统的擦边碰撞特性分析[J]. 振动与冲击, 2025, 44(5): 1-11, 17.

收稿日期:2023-09-04