

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.04.055

大型隧道通风机失速混沌特性下叶轮控制方法研究

韩文忠

(山西交通监理咨询集团有限公司,山西 太原 030006)

摘要:随着大型隧道通风机流量的减小,会出现失速工况,使得传统的固定阈值信号滤波控制方法难以达到理想的控制效果,为此提出基于多层前馈网络与遗传算法的混沌控制技术。建立大型隧道通风机运行数学模型,分析其混沌性。针对实际的失速工况中存在复杂的外部干扰,应用卡尔曼滤波器实施失速工况下的叶轮分离状态估计。根据分离状态估计结果,结合多层前馈网络与遗传算法设计一种混沌控制器,通过遗传算法优化多层前馈网络混沌控制器的参数,实现大型隧道通风机失速工况下的叶轮混沌控制。测试结果表明:该技术在迭代 800 次左右可以获得十分稳定的控制效果,具备快速收敛的能力。

关键词:大型隧道通风机;失速工况;叶轮控制;混沌控制;前馈网络;遗传算法

中图分类号:TP183 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2025)04-0304-07

Research on Impeller Control Method for Large Tunnel Ventilation Fan under Stall Chaos Characteristics

HAN Wenzhong

(Shanxi Traffic Supervision Consulting Group Co., Ltd., Taiyuan 030006, China)

Abstract:The decrease of flow rate of ventilation fans in large tunnels may bring about stall conditions, making the traditional fixed threshold signal filtering control methods difficult to achieve ideal control effects. Therefore, chaos control technology based on multi-layer feedforward network and genetic algorithm is proposed. A mathematical model for the operation of large tunnel ventilation fans is established, and its chaos is analyzed. In response to the complex external disturbances in actual stall conditions, a Kalman filter is applied to estimate the impeller separation state under stall conditions. Based on the separation state estimation results, a chaos controller is designed by combining multi-layer feedforward network and genetic algorithm. The parameters of the multi-layer feedforward network chaos controller are optimized through genetic algorithm to achieve chaos control of the impeller under the stall condition of a large tunnel ventilation fan. The test results indicate that the proposed technology achieve a very stable control effect after about 800 iterations and is capable of quick convergence.

Keywords: large tunnel ventilation fan; stall condition; impeller control; chaos control; feedforward network; genetic algorithm

0 引言

大型隧道通风机在城市交通、矿井通风、核电站等领域发挥着至关重要的作用,其性能的优劣直接影响到相关设施的安全运行和环境质量。随着城市交通、矿井通风、核电站等领域的快速发展,对大型隧道通风机的性能要求也越来越高^[1]。然而,在实际运行中,由于多种因素的影响,大型隧道通风机常常会遇到失速工况。在失速工况下,大型隧道通风机的性能会受到严重的影响,甚至可能导致设备的损坏,对安全运行产生威胁^[2]。通过深入研究失速控制方法,可以有效地增强通风机在失速状态下的稳定性,进一步优化整个通

风系统的运行效率,显著提高通风效果,从而有力保障隧道内部环境质量的优良。这项研究对于城市交通、矿井通风、核电站等领域的持续发展具有重要意义。

目前,对于通风机控制技术,国内外学者已经开展了一系列研究工作。文献[3]提出一种基于模糊理论的局部通风机变频控制系统,在该系统中混沌性问题会给系统带来变化和不确定性,这要求控制系统具备自适应能力以适应这些变化。模糊理论的控制方法可能无法有效自适应混沌性变化,是因为模糊规则的预定义可能无法适应动态的、不确定的混沌环境。文献[4]则提出一种通风机智能调速控制系统,实现了对于通风机运

作者简介:韩文忠(1969—),男,河北故城人,高级工程师,本科,研究方向为信息化系统、自动控制系统相关技术等,17729486773@163.com。

行状态的精确控制,达成了需风量与供风量的匹配。但该控制系统无法有效应对混沌状态的不确定性和波动性,可能导致系统在某些情况下表现出不稳定性。文献[5]基于流体动力学方程和图论概念,建立了主要通风机切换过程的动态模型,并使用泰勒展开式对其进行线性化处理,以降低计算复杂度。考虑到矿井主要通风机切换过程的强非线性、系统状态受约束以及离散的多输入多输出系统特性,采用了模型预测控制(MPC)算法来研究风量控制问题。将风量优化问题转化为二次规划问题。通过使用原对偶神经网络在线求解优化问题,实现对主要通风机切换过程的供给风量进行实时优化控制。混沌性问题往往与系统的非线性行为密切相关,而在该方法中,线性模型只能近似描述非线性系统的行为。由于混沌性问题主要在通风机切换过程中具有重要影响,忽略这一问题可能导致控制系统无法准确模拟和预测系统的动态行为,进而导致控制效果不佳。文献[6]基于多传感器实时监测数据,提出了一种局部通风参数计算方法和通风系统功耗分析方法。通过分析风筒阻力动态分布,判断和定位阻力及功耗异常。结合监测参数进行供需匹配的超前模拟,确定最佳调控方案,优化通风系统运行。尽管通过分析风筒阻力的动态分布可以判断和定位阻力及功耗的异常情况,但是在存在混沌性问题的情况下,风筒阻力可能出现非线性、不可预测的行为。该方法可能无法充分考虑到这些复杂性,导致控制效果不佳。

针对上述问题,提出了一种考虑混沌性影响的大型隧道通风机失速工况叶轮控制技术。该方法的目的是提高大型隧道通风机失速工况下的控制性能,使其能够更好地应对复杂的运行环境。

1 大型隧道通风机失速工况叶轮自动化混沌控制技术设计

1.1 大型隧道通风机失速工况下混沌性问题分析

在大型隧道通风机失速工况下,由于流量减小,可能会出现边界层分离问题,即尾缘处发生分离,并有可能在叶轮压力面的前缘处也发生分离,导致失速发生。这种失速过程具有明显的混沌性^[7-9]。

在实际控制过程中,忽视混沌性可能导致控制系统的失效、预测问题与控制性能下降以及系

统的不可预测性。为了实现失速工况下叶轮的有效控制,必须充分考虑混沌性的影响^[10]。为此,需要建立一个描述叶轮分离状态的数学模型对通风机失速工况下的混沌特性进行分析。以下是该模型的详细描述。

模型假设:

为了简化问题,首先做出以下假设:1)通风机叶轮是一个刚体,不会发生形变;2)气流速度是均匀的,不会随时间发生变化;3)通风机叶轮受到的气流阻力是一个恒定值。

定义以下变量: V 为气流速度,m/s; R 为叶轮半径,m; d 为叶轮直径,m; m 为叶轮转速,r/min; D 为气流阻力系数; k 为转矩,N·m; I 为电流,A; J 为电阻, Ω ; Q 为大型隧道通风机的压力,Pa。

基于实际通风机运行过程中气流速度通常相对稳定,且不会发生剧烈变化,在此环境下,设置如下4个方程^[11]。

$$L = \frac{\pi \times d \times V \times m}{60} \quad (1)$$

$$P_k = L \times D \times (Q_1 - Q_2) \quad (2)$$

式中 Q_2 和 Q_1 分别是通风机的进、出口压力。

$$k = \frac{Q}{m} \quad (3)$$

$$I = \frac{k}{J} \quad (4)$$

式中: L 为空气流量; P_k 为通风机功率; k 为电动机转矩; I 为电动机电流; Q_1 和 Q_2 分别为通风机进、出口压力。

由以上4个方程组成大型隧道通风机叶轮分离状态的数学模型,能够更好地分析大型隧道通风机失速工况下的混沌性问题,公式^[12]为

$$\varphi = (L, P_k, k, I) \quad (5)$$

在该数学模型中,这些参数之间通过数学方程相互关联,形成了一个描述大型隧道通风机运行状态的数学模型。在该模型中,叶轮分离状态的出现会使通风机的转矩表现出非周期性和高度波动的行为,这增加了对通风机进行控制和分析的难度。

1.2 失速工况下的叶轮状态估计方法设计

通过上述构建的数学模型,能够分析通风机失速工况下的混沌特性。混沌性是叶轮分离导致的一种复杂现象。在失速工况下,叶轮的分离状态会使系统的动态行为变得复杂且难以预测^[13]。因此,将卡尔曼滤波器应用于实际失速工况中的叶轮分离状态估计,通过不断地更新状态估计,卡

尔曼滤波器能够有效地减少外部干扰对估计结果的影响,提高叶轮分离状态估计的准确性。具体步骤如下。

1) 需要基于上述构建的数学模型确定叶轮系统的动态方程和观测方程,其中动态方程描述了叶轮系统内部状态的变化规律,观测方程描述了叶轮系统输出与内部状态的关系^[14-15]。

假设叶轮系统的状态向量为 $\mathbf{X}$, 控制输入向量为 $\mathbf{z}$, 观测向量为 $\mathbf{Y}$, 过程噪声向量为 $\mathbf{C}$, 观测噪声向量为 δ 。则叶轮系统的动态方程 $\mathbf{X}'$ 和观测方程 $\mathbf{Y}$ 可以分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{X}' = \sum_{\varphi} \alpha \mathbf{X} \varphi + \beta \mathbf{z} + \mathbf{C} \\ \mathbf{Y} = \sum_{\varphi} \gamma \mathbf{X}' + \delta \end{cases} \quad (6)$$

式中: γ 为叶轮系统的观测矩阵; α, β 分别为叶轮系统动态方程的系数矩阵, 其中 α 为状态转移矩阵, β 为控制输入矩阵。

2) 初始化卡尔曼滤波器。需要设定叶轮系统的初始状态估计值和初始状态协方差矩阵。

设定叶轮系统的初始状态估计值 X_0 和初始状态协方差矩阵 $\mathbf{P}_0$, 具体表达式如下^[16-17]。

$$\begin{cases} X_0 = \mathbf{E}[X(0)] \\ \mathbf{P}_0 = \mathbf{E}[X(0) - X_0(X(0) - X_0)^T] \end{cases} \quad (7)$$

式中: T 为时间步长; $\mathbf{E}$ 为叶轮系统的预测误差协方差矩阵; $X(0)$ 为叶轮系统动态方程的初始值。

3) 递推计算卡尔曼滤波器的各个步骤。

a) 预测步骤: 使用动态方程和上一步的状态估计值来预测叶轮系统的当前状态。

$$\begin{cases} X_{\text{pred}} = \alpha X_0 + \beta \mathbf{z} \\ \mathbf{P}_{\text{pred}} = \alpha \mathbf{P}_0^T + \kappa \end{cases} \quad (8)$$

式中: X_{pred} 为叶轮系统当前的预测状态估计值; $\mathbf{P}_{\text{pred}}$ 为当前状态协方差矩阵; κ 为过程噪声协方差矩阵。

b) 更新步骤: 使用观测方程和预测状态来计算叶轮系统当前状态的卡尔曼滤波器增益矩阵, 使用动态方程、观测方程和卡尔曼滤波器增益矩阵来更新叶轮系统当前状态估计值和协方差矩阵。

$$\lambda = \frac{X_{\text{pred}} \mathbf{C}^T}{\mathbf{C} X_{\text{pred}} \mathbf{C}^T + \mathbf{S}} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{S}$ 为观测噪声协方差矩阵; λ 为当前状态的卡尔曼滤波器增益矩阵。

$$X_{\text{est}} = X_{\text{pred}} + \lambda \times (\mathbf{Y} - \mathbf{C} X_{\text{pred}}) \quad (10)$$

式中 X_{est} 为更新后的叶轮系统当前状态估计值。

$$\mathbf{P}_{\text{est}} = (1 - \lambda \mathbf{C}) \mathbf{P}_{\text{pred}} \quad (11)$$

式中 $\mathbf{P}_{\text{est}}$ 为更新后的协方差矩阵。

c) 滤波步骤: 使用更新后的叶轮系统分离状态估计值和协方差矩阵来计算卡尔曼滤波器的估计误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{\text{filt}}$, 并将其反馈到下一时刻的预测步骤中^[18-19]。

$$\mathbf{P}_{\text{filt}} = \sum_{\varphi} (1 - \lambda \mathbf{C}) \times X_{\text{est}} \times \mathbf{P}_{\text{est}} \quad (12)$$

重复步骤 3), 直到达到所需的估计精度或时间结束条件。

卡尔曼滤波器在叶轮分离状态估计中具有综合处理噪声和不确定性、提供最优性能、实现实时估计和具备高效性的优势。这使得卡尔曼滤波器在失速工况下对叶轮分离状态进行估计和预测具有显著优势。

1.3 基于混沌控制器的控制方法设计

结合多层前馈网络与遗传算法设计一种自动化混沌控制器, 将通过卡尔曼滤波器获得的失速工况下的叶轮系统状态估计结果作为多层前馈网络的输入^[20-21]。设计一个基于遗传算法的参数优化方法, 将遗传算法应用于多层前馈网络的参数优化, 通过优化后的多层前馈网络混沌控制器, 实现对大型隧道通风机失速工况下的叶轮自动化混沌控制。详细过程如下描述: 神经网络混沌控制器是一种通过前馈神经网络生成时变微扰量来实现对大型隧道通风机失速工况叶轮系统控制的自动化混沌控制器。这种控制器能够输出对参数的微小扰动, 异至每个具有不同权值的前馈神经网络都会产生不同的时变微扰量, 进而影响叶轮系统的控制效果。在前馈神经网络中, 输入层节点对应叶轮系统的有效状态变量, 输出层节点对应可调节的系统参数变量。根据叶轮系统的复杂性, 可以选择适当的隐含层节点数目来确定多层前馈神经网络的实际拓扑结构。神经网络的输出可以用公式表示^[22]

$$y = f(\mathbf{W} \times \mathbf{T}x + b) \quad (13)$$

式中: y 为神经网络的输出; x 为输入层的输入 (即叶轮系统的有效状态变量); $\mathbf{W}$ 为权值矩阵; b 为偏置; 而 f 为激活函数。

为了找到能够使系统达到目标轨道的最佳权值, 需要评估不同权值前馈神经网络的控制效果。为此, 使用遗传算法和权值构造作为前馈神经网络的辅助学习单元。遗传算法的适应度函数公式为

$$J = N[y_i - h_{at}(y_i) \times 2] \quad (14)$$

式中: J 是适应度值; y_i 是神经网络的实际输出; $h_{at}(y_i)$ 是目标输出; 而 N 是样本数量。适应度函数评估了神经网络输出与目标之间的差异。

对不同权值实施选择、交叉和变异等遗传操作, 经过多代的积累和选择, 最终遴选出适应度高的前馈神经网络权值。权值更新公式为

$$W_{\text{new}} = W \cdot J + D_a(W) \quad (15)$$

式中: $D_a(W)$ 是通过遗传算法(选择、交叉、变异等操作)得到的权值变化量。

在实际控制过程中, 只需使用优化后的权值来构建特定的前馈神经网络, 并利用其输出的时变微扰量直接驱动叶轮系统, 即可使其达到预期的控制目标轨道。控制误差公式为

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (16)$$

式中: $e(t)$ 是时刻 t 的控制误差; $r(t)$ 是时刻 t 的参考输入(即预期的控制目标轨道); 而 $y(t)$ 是时刻 t 的实际输出。

混沌控制的目标函数公式为

$$J_c = i(0)^{i(T)e(t)} \quad (17)$$

式中: J_c 是混沌控制的目标函数值, 它表示在整个控制时间段 $[0, T]$ 内控制误差的累计平方和。优化这个目标函数可以找到使控制误差最小的前馈神经网络权值。

通过以上方法, 可以构建出适合叶轮系统的前馈神经网络, 并通过对参数实现对失速工况叶轮系统的精确控制, 完成大型隧道通风机失速工况下的叶轮自动化混沌控制。

2 实验测试

针对大型隧道通风机在失速工况下的问题, 设计了一种叶轮自动化混沌控制技术。为了验证这项技术的控制效果, 选取了一台具体的大型隧道通风机进行实验, 实验现场如图 1 所示。

该隧道通风机采用了后向叶片的结构形式, 并配备了型号为 YKK560-6 的电机, 具体参数如表 1 所示。



图 1 实验现场

表 1 通风机主要参数

参数名称	数值
前级电机转速/(r/min)	985
后级电机转速/(r/min)	985
额定流量/(m ³ /h)	120 000
轮毂直径/mm	1 000
轮毂比	0.5
叶顶间隙/mm	10
前级叶轮叶片数	12
后级叶轮叶片数	12
前级导叶数	5
后级导叶数	5
前级叶片叶根处安装角/(°)	43
后级叶片叶根处安装角/(°)	43

在实验中, 设定当转速降低到额定转速的 80% 以下时, 即触发失速工况。为了全面评估失速工况下的通风性能, 使用了多种传感器来监测其工作参数, 即压力测量和温度测量: 使用涡街流量计监测隧道通风机的实际流量, 在隧道通风机的进出口安装压力传感器, 以测量和控制进出口的压力, 在隧道通风机的电机和叶轮部分安装温度传感器, 以监测和控制电机和叶轮的温度。

使用上述提到的传感器和监测设备, 能够实时获取隧道通风机在失速工况下的工作参数, 并通过这些数据来评估控制效果。为了进一步验证失速工况具有明显的混沌性特征, 通过 Matlab 数值仿真, 仿真结果如图 2 所示。

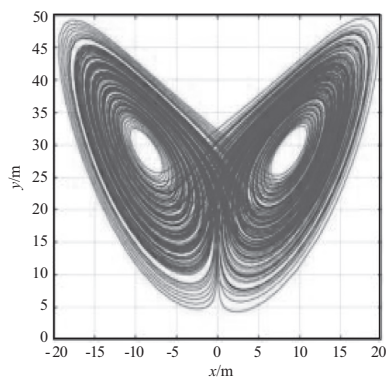


图 2 叶轮失速工况下的混沌特性

图 2 中展示了隧道通风机叶轮失速工况下的混沌特性。图 2 上方显示了叶轮吸力面尾缘处的流动分离现象, 表现为一系列交织的涡旋和湍流结构, 形成了独特的蝴蝶状形态。这些分离区域的变化和不稳定性说明了流体在叶轮吸力面尾缘

处的流动状态不断变化,难以确定其运动轨迹。在图2的下方,可以观察到叶轮压力面前缘处也存在分离现象。该分离区域表现出与上方吸力面分离现象相似的复杂结构,进一步证明了隧道通风机叶轮失速工况下的混沌性质。这种混沌特性的存在表明了叶轮失速时流动的非线性和复杂性,对于理解叶轮失速工况下的流体行为以及进行混沌控制策略的设计具有重要意义。

为验证本研究采用的卡尔曼滤波器在失速工况下叶轮分离状态估计中的有效性,所要结合传感器和监测设备实时获取的数据。通过安装位于通风机叶轮吸力面和压力面的传感器,监测叶轮表面的压力、速度和流场特性。使用卡尔曼滤波器算法对传感器数据进行处理,实现对叶轮状态的估计。通过将叶轮表面压力和速度数据输入模型,恢复叶轮内部流场状态,估计叶轮分离区域的位置。通过调整通风参数和系统工作状态,逐渐降低通风机转速,直至触发失速。在此过程中,持续监测传感器数据,并利用卡尔曼滤波器进行实时状态估计。最终,得到的叶轮状态参数随时间变化的曲线如图3所示。通过本次实验,可以验证卡尔曼滤波器在失速工况下叶轮分离状态估计中的有效性。

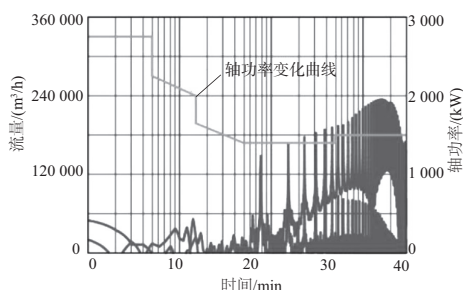


图3 叶轮状态参数随时间的变化曲线

通过分析图3,结合1.1节定义的众多变量,计算轴功率,可以观察到使用卡尔曼滤波器在失速工况下的叶轮分离状态估计结果。当通风机的流量超过预设的定值 $120\,000\text{ m}^3/\text{h}$ 后,流量变化曲线逐渐呈现出明显的波动。这是由于失速工况的影响,通风机叶轮开始在叶片表面产生分离现象,导致流动出现不稳定性以及波动的出现。流量变化曲线上出现明显的峰谷起伏,这反映了叶轮失速后流动的非周期性和不稳定性。

随着流量的变化,叶轮的轴功率呈现出迅速下降的趋势。这说明在流速较低的情况下,通风机叶轮需要投入更多的能量来推动气流,并克服

不利的流动条件。

将通过卡尔曼滤波器获得的失速工况下的叶轮系统状态估计结果作为多层前馈网络的输入,利用结合多层前馈网络与遗传算法的自动化混沌控制器实施实验隧道通风机的控制。在实验中,设置了遗传算法的迭代过程,并在每一次迭代中对混沌控制器的权值进行优化搜索。经过20次迭代的实验,观察到本文方法迅速收敛至最佳适应度值1.4。图4展示了遗传算法迭代过程的收敛图。

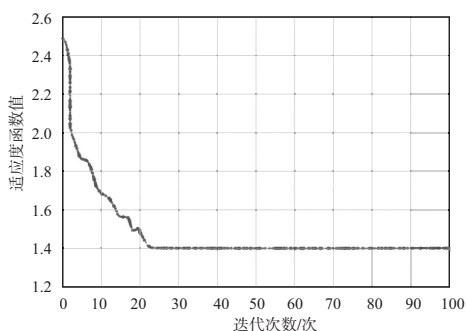


图4 算法收敛图

从图4中可以看出,在迭代次数达到20次时,遗传算法结果逐渐趋向于最佳适应度值,实现了对控制器权值的优化。结果表明:通过使用多层前馈网络和遗传算法相结合的方法,成功地优化了控制器的权值,并实现了对失速工况下通风机的有效控制,此外,本方法能够快速收敛至最佳适应度值,证明了其在实际应用中具有高效性和可行性。

在测试中,使用S7-300可编程逻辑控制器、DHT11温度传感器、MPX5100DP压力传感器、LWGY流量传感器等,结合CV3050电动调节阀和MM440变频器,同步接收传感器信号、控制执行器动作、监测通风机运行状态等,保证阀体尺寸、流量系数、工作电压、输入电压范围等都是同步或者额定的,结合Matlab中的基本设置参数,统一各个系统接口与实验环境,将基于模糊理论的局部通风机变频控制系统与通风机智能调速控制系统作为对比方法,分别用系统A、系统B来表示,以获得对比测试结果。以1周期轨道为目标,测试本研究提出的技术与系统A、系统B的控制效果,具体如图5所示。

观察图5对比结果,可以看出本文所设计的控制技术的响应速度明显更快,在迭代800次左右就开始获得了稳定的控制效果。而系统A和

系统 B 则需要更多的迭代次数(超过 1 000 次)才能达到相对稳定的控制效果。相比之下,系统 A 和系统 B 都存在一定程度的波动,在控制过程中不够稳定。特别是系统 B 在两个时间点出现了振动。而本研究所设计的控制技术的控制精度较高,几乎没有出现波动。

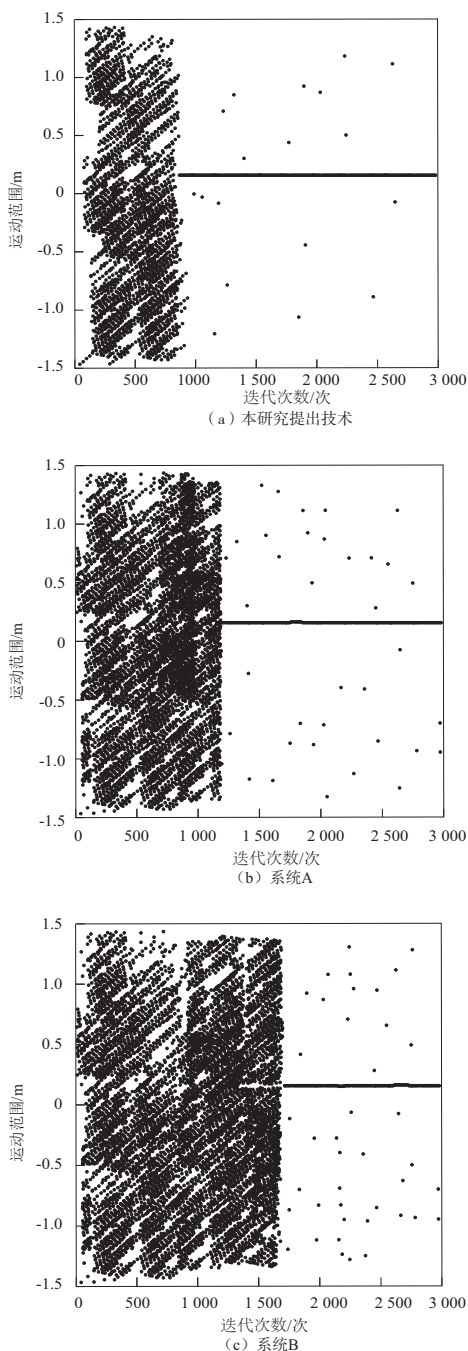


图5 控制效果对比

综合来看,本文所设计的控制技术在控制精度、收敛能力等方面都取得了十分出色的控制效果,主要原因在于本研究通过对大型隧道通风机的运行进行数学建模,并分析其混沌性质,为后续

的控制技术设计提供了理论参考,使得其控制技术具备高精度的控制和快速收敛能力。

3 结语

本文提出了一种针对大型隧道通风机失速工况的自动化混沌控制技术。该技术通过多层前馈网络与遗传算法,实现了对叶轮的精确控制,提高了控制精度和响应速度,降低了外部干扰对控制效果的影响。

虽然该技术在实验中取得了较好的效果,但仍有一些问题需要进一步研究和改进。对于混沌控制理论的应用,需要进一步探索更加精确和有效的算法,以提高控制性能。在实际应用中,还需要考虑更多的影响因素,如气流波动、温度变化等,以进一步提高控制效果。对于混沌控制理论在其他领域的应用,也需要进一步探索和研究。

参考文献:

- [1] 陈庆光,邢振想,姜忠瑞,等. 畸变进气条件下矿用对旋主通风机旋转失速机理研究[J]. 机械科学与技术, 2023, 42(5): 687-693.
- [2] 雷震霖,陈世强,董向阳,等. 长大区间隧道抽出式串联通风机排烟能力实验研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2023, 19(3): 115-120.
- [3] 贾天毅,徐立军,陈志峰,等. 基于模糊理论的局部通风机变频控制系统设计[J]. 工矿自动化, 2022, 48(10): 88-96, 106.
- [4] 石永宽. 煤矿工作面需风量预测及通风机智能调速控制[J]. 机械管理开发, 2023, 38(7): 239-240, 245.
- [5] 蔡佳浩,王前进,辅小荣,等. 矿井主要通风机切换过程供给风量优化控制研究[J]. 工矿自动化, 2023, 49(1): 140-145, 161.
- [6] 程晓之,王凯,郝海清,等. 矿井局部通风机智能调控系统及关键技术研究[J]. 工矿自动化, 2021, 47(9): 18-24.
- [7] 陈庆光,郭武,张祯江,等. 叶顶间隙对压入式矿用对旋主通风机叶顶区域流动性的影响[J]. 煤炭工程, 2023, 55(2): 140-145.
- [8] 雷健,秦国良,崔琴,等. 采用变弦长叶片设计的多翼离心风机叶轮改进与优化[J]. 西安交通大学学报, 2023, 57(8): 11-21.
- [9] 陈晋市,师海月,赵亚东,等. 小型前弯离心风机叶轮参数优化[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2022, 49(12): 75-82.
- [10] 孟凡念,张子琦,苏晓龙,等. 基于 Kriging 代理模型的离心通风机叶片优化[J]. 液压与气动, 2023, 47(5): 85-91.
- [11] 杜聿静,马建华. 基于遗传算法与 Hardy-Cross 方法

- 收稿日期: 2023-12-19

收稿日期:2023-10-11