

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.04.047

考虑非线性等效锥度的高速列车蛇行稳定性分析

黄翔, 曾京, 毛冉成

(西南交通大学 轨道交通运载系统全国重点实验室, 四川 成都 610031)

摘要:为探究等效锥度非线性对车辆蛇行运动的影响,依据高速动车组长期跟踪试验测得的踏面与钢轨轮廓匹配关系,计算得出不同等效锥度曲线。采用非线性轮轨力模型,将锥度作为轮对横向位移的函数,建立具有非线性等效锥度和轮轨力的高速车辆横向动力学仿真模型,分析名义等效锥度以及等效锥度非线性对高速动车组蛇行运动的影响规律,研究列车系统的 Hopf 分岔规律。研究结果表明:等效锥度的非线性对列车系统的蛇行运动分岔等具有一定的影响,随着等效锥度的降低,其分岔图将越来越复杂。等效锥度曲线的非线性对列车系统的蛇行频率影响不大,但是对列车系统的临界速度有较大的影响。

关键词:高速列车;等效锥度;非线性等效锥度;Hopf 分岔;蛇行运动;稳定性

中图分类号:U260.11⁺2 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2025)04-0263-06

Hunting Stability Analysis of High-speed Railway Vehicle Considering Nonlinear Equivalent Conicity

HUANG Xiang, ZENG Jing, MAO Rancheng

(State Key Laboratory of Rail Transit Transportation System, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: In order to explore the effect of equivalent conicity nonlinearity on vehicle hunting motion, different equivalent conicity curves are calculated based on the matching relationship between the tread surface and the rail profile measured by the long-term tracking test of high-speed locomotives. With the nonlinear wheel rail force model and the equivalent conicity being used as a function of the lateral displacement of the wheelset, a high-speed vehicle lateral dynamics simulation model with nonlinear equivalent conicity and wheel rail force is established, the influence law of nominal equivalent conicity and the equivalent conicity nonlinearity on the hunting motion of high-speed locomotives are analyzed and the Hopf bifurcation regularity of the system is studied as well. The study results show that the nonlinearity of the equivalent conicity has certain influence on the bifurcation of the hunting motion of the train system, and the bifurcation diagram will become more and more complicated with the decrease of the equivalent conicity. Although the nonlinearity of the equivalent conicity curve has little effect on the hunting frequency of the system, it shows greater impact on the critical speed of the system.

Keywords: high-speed train; equivalent conicity; nonlinear equivalent conicity; Hopf bifurcation; hunting motion; stability

0 引言

截至 2022 年底,全国的铁路运营里程已经达到 15.5 万 km,其中高铁里程已经达到 4.2 万 km。随着列车的大量开行与运营里程的急剧增加,轮轨磨耗与悬挂参数匹配的矛盾逐渐突出,高速列车的稳定性问题也逐渐增加^[1-2]。由于轮轨之间的接触关系,蛇行运动是铁道车辆特有的现象,而随着动车组运行速度的提高,动车组因蛇行运动导致稳定性不足而频繁出现晃车、抖车等现象^[3-4],严重影响行车安全性和乘坐舒适性。

铁路车辆的蛇行运动稳定性是高速列车运行

安全的一个重要因素。最早发现车辆蛇行运动的是英国的 STEPHENSON,他从轮对和钢轨之间的几何关系来研究蛇行运动。但事实上车辆系统存在很多非线性因素^[5],随着轮轨接触力学的发展,后续学者也开始考虑到铁道车辆系统的各种非线性因素,采用非线性稳定性计算方法来研究蛇行运动稳定性。丹麦工业大学 TRUE 等^[6]利用延续算法对铁道车辆系统非线性稳定性与分叉问题进行了讨论,为车辆系统稳定性研究奠定了基础。WAGNER^[7]将非线性轮轨力拟合成了自变量为横移量的 3 次方与 5 次方的函数,这极大地促进了非线性轮轨接触对轮对蛇行运动影响的理论研

基金项目:国家自然科学基金资助项目(U2034210)

第一作者简介:黄翔(1999—),男,江西赣州人,硕士研究生,研究方向为车辆系统动力学,jjkkha2020@163.com。

究。对于铁道车辆的蛇行运动稳定性研究问题,轮轨接触是其重要的影响因素之一,通常学者们使用等效锥度作为指标来评价轨道车辆的轮轨接触特征。目前国际上的铁路机构与科研部门将轮对蛇行横向运动 3 mm 时的等效锥度作为名义等效锥度来评判轮对接触状态。

车辆动力学机制研究表明:轮轨等效锥度过小或过大将分别引发车辆一次蛇行和二次蛇行失稳,造成转向架横向剧烈振动,并与车体悬挂模态和弹性模态耦合而造成车体晃动和抖动^[8-11]。瑞士学者 POLACH^[12-13]在研究等效锥度时发现,等效锥度的增大将会使高速列车的安全运行速度降低。GERLICI 等^[14]也在计算不同轨距区间的锥度变化情况后发现,轮轨匹配后的等效锥度对车辆的动态特性影响很大,列车的临界速度会随着等效锥度的降低而增加。GE 等^[15]将锥度作为轮对横向位移的指数函数来讨论约束轮对的分岔行为,发现其他轮轨接触几何参数也可能会显著影响车辆分叉和临界速度。

王鹏等^[16-17]基于轮轨等效锥度与悬挂系统的随机参数影响,建立了包含陀螺效应的非线性轮对模型,结合规范型方法和中心流形定理发现了超临界与亚临界 Hopf 分岔的分布规律,临界速度随纵向蠕滑系数增大而先增大后减小。

结合长期的高速列车实际运行状态发现,仅仅考虑 3 mm 处的锥度值不足以作为评判标准^[18-19],在实际运行中也多次出现了名义等效锥度相近但车辆在不同运营线路仍存在转向架失稳的现象,故需要对锥度进行更细致的研究。

因此,为了探究等效锥度对高速列车稳定性的影响,本文将根据不同磨耗的轮轨匹配关系,计算得出不同的等效锥度曲线,同时建立高速列车横向简化模型,仿真分析了在名义等效锥度相同情况时,非线性等效锥度以及等效锥度为定值两种系统下的高速列车蛇行运动特性。

1 高速列车横向动力学模型

由于车辆系统是一个多自由度非线性的复杂系统,为了避免精度与效率之间的矛盾,本文进一步改进模型。由于车辆系统蛇行运动稳定性属于横向动力学问题,轮对与转向架之间的一系悬挂定位刚度一般很大,因此在高速列车实际运行中基本不会出现显著的轮对蛇行。二次蛇行是转向架整体蛇行,这是车辆系统失稳时的蛇行形式。因此,为了简化模型,建立了转向架横向动力学模

型。假设半车体在无自由度的二系悬挂上处于静止状态,不考虑其质量和运动,将抗蛇行减振器表示为麦克斯韦力元。借助这样的简化模型,整车则简化为 6 个自由度的横向运动,包括两个轮对的横移和摇头运动,以及构架的横移、摇头。转向架力模型如图 1 所示。

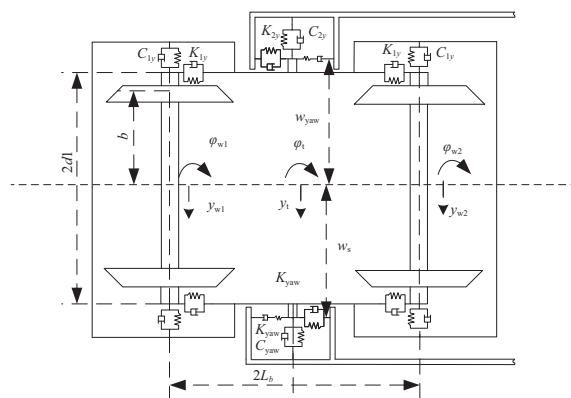


图 1 6 自由度列车简化力模型

常用的轮轨力模型为简化的分段线性,如图 2 中的蓝色虚线所示。为了平滑,本文将采用非线性轮轨力,根据文献[20],非线性轮轨力如图中曲线 1 所示,函数如式(1)所示。

$$F_t = pe^{qy_w} - pe^{-qy_w} \quad (1)$$

式中: $p = 0.000\ 390\ 6$; $q = -1\ 645$ 。

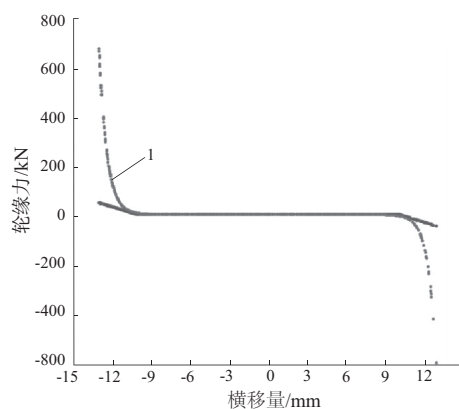


图 2 非线性轮缘力

因此,具有非线性等效锥度和轮轨力的 6 自由度模型可如下常微分方程描述,列车部分参数如表 1 所示。对于线性等效锥度模型,只需将其中的 λ_1 和 λ_2 设置为一个定值进行计算。

轮对横移:

$$m_w \ddot{y}_{w1} = -2f_{11} \left(\frac{\dot{y}_{w1}}{v} - \dot{\varphi}_{w1} \right) + 2[K_{1y}(y_1 - y_{w1} + L_b \cdot \varphi_1) + C_{1y}(\dot{y}_c - \dot{y}_{w1} + L_b \cdot \dot{\varphi}_1)] - \frac{W\lambda y_{w1}}{b} + F_t(1) \quad (2)$$

$$m_w \ddot{y}_{w2} = -2f_{22} \left(\frac{\dot{y}_{w2}}{v} - \varphi_{w2} \right) + 2 \left[K_{ly} (y_t - y_{w2} + L_b \cdot \varphi_t) + C_{ly} (\dot{y}_c - \dot{y}_{w2} + L_b \cdot \dot{\varphi}_t) \right] - \frac{W \lambda y_{w1}}{b} + Ft(2) \quad (3)$$

轮对摇头:

$$I_{wz} \ddot{\varphi}_{w1} = -2f_{11} \left[\frac{b^2}{v} \dot{\varphi}_{w1} + \frac{\lambda b}{r_0} y_{w1} \right] - 2d_1^2 \left[K_{lx} (\varphi_{w1} - \varphi_t) + C_{lx} (\dot{\varphi}_{w1} - \dot{\varphi}_t) \right] + Wb \lambda \varphi_{w1} + L_b \cdot Ft(1) \quad (4)$$

$$I_{wz} \ddot{\varphi}_{w2} = -2f_{22} \left[\frac{b^2}{v} \dot{\varphi}_{w2} + \frac{\lambda b}{r_0} y_{w2} \right] - 2d_1^2 \left[K_{lx} (\varphi_{w2} - \varphi_t) + C_{lx} (\dot{\varphi}_{w2} - \dot{\varphi}_t) \right] + Wb \lambda \varphi_{w2} + L_b \cdot Ft(2) \quad (5)$$

构架横移:

$$m_t \ddot{y}_t = -2C_{2y} \dot{y}_t - 2K_{2y} y_t - 2 \left[K_{ly} (y_t - y_{w1} + L_b \cdot \varphi_t) + C_{ly} (\dot{y}_c - \dot{y}_{w1} + L_b \cdot \dot{\varphi}_t) \right] - 2 \left[K_{ly} (y_t - y_{w2} + L_b \cdot \varphi_t) + C_{ly} (\dot{y}_c - \dot{y}_{w2} + L_b \cdot \dot{\varphi}_t) \right] \quad (6)$$

构架摇头:

$$I_{tz} \ddot{\varphi}_t = -2ws^2 C_{2x} \dot{\varphi}_t - 2ws^2 K_{2x} \varphi_t + 2K_{ly} L_b (y_{w1} - y_{w2}) + 2C_{ly} L_b (\dot{y}_{w1} - \dot{y}_{w2}) + 2d_1^2 \left[K_{lx} (\varphi_{w1} - \varphi_{w2}) + C_{lx} (\dot{\varphi}_{w1} - \dot{\varphi}_{w2}) \right] + W_{yaw} (F_{yaw1} - F_{yaw2}) \quad (7)$$

抗蛇行减振器方程:

$$F_{yaw1} = K_{yaw} [x_{yaw1} + W_{yaw} \varphi_t] \quad (8)$$

$$F_{yaw2} = K_{yaw} [x_{yaw2} - W_{yaw} \varphi_t] \quad (9)$$

表 1 6 自由度模型部分动力学参数

参数	数值
轮对质量 m_w/kg	1 627
轮对绕 z 轴转动惯量 $I_{wz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	830
构架绕 z 轴转动惯量 $I_{tz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2 336
抗蛇行减振器阻尼 $C_{yaw}/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{md})$	3.0×10^5
抗蛇行减振器刚度 $K_{yaw}/(\text{N}/\text{m})$	6.0×10^6
一系纵向刚度 $K_{lx}/(\text{N}/\text{m})$	1.2×10^7
一系纵向阻尼 $C_{lx}/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{m})$	1.0×10^4
一系横向刚度 $K_{ly}/(\text{N}/\text{m})$	5.0×10^6
一系横向阻尼 $C_{ly}/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{m})$	1.0×10^4
轴质量 W/kg	2 863.5
名义滚动圆半径 r_0/m	0.46

2 等效锥度计算

计算等效锥度的方法有很多种,包括简化法、积分法、概率法等。UIC 标准中等效锥度计算采用轮对随机运动的假设,通过蛇行运动波长与锥

形踏面相等来计算等效锥度,谐波法则是采用周期正弦波的假设来计算等效锥度,本文将采用谐波法计算。

LMB 踏面是由欧洲的 S1002 踏面类型改进而来,以适应我国的轨距,其等效锥度随着横移量的增大而缓慢减小。在实际运行中,随着车轮与钢轨的磨耗,等效锥度曲线呈现出较强的非线性特征。文中选取采用不同名义等效锥度的踏面与 CN60 标准钢轨进行匹配,用 Matlab 软件分别对 LMB 型不同磨耗的车轮踏面进行等效锥度计算,横移量间隔为 0.5 mm,在 12 mm 横移量下得到不同的等效锥度曲线,如图 3 所示。

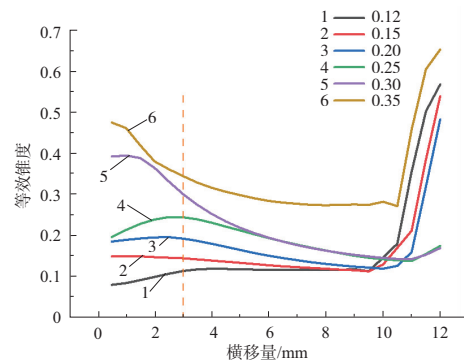


图 3 等效锥度曲线

为了在计算中实现车轮的非线性等效锥度,使得轮对等效锥度能够随着轮对的横移而变化,在 Matlab 中根据以上计算所得等效锥度曲线,采用正弦曲线拟合以及多项式拟合等方式,将每条等效锥度曲线都拟合成以轮对横移量为自变量的多项式曲线,获得拟合等效锥度与侧向位移之间的函数关系,从而在动力学方程中进行等效锥度非线性分析。所拟合的曲线效果如图 4 所示。

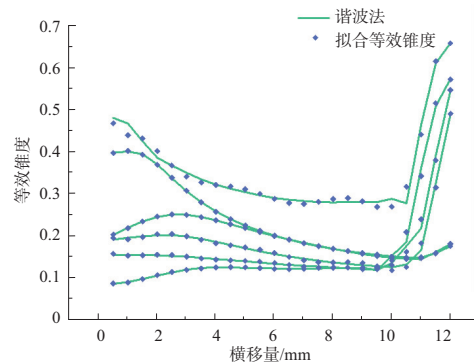


图 4 非线性等效锥度拟合图

从图 4 可知, LMB 型踏面在横移量小于 10 mm 时,等效锥度变化幅度很缓慢,横移量超过

10 mm 后,等效锥度明显增大。对于小幅度的横移量时,等效锥度基本呈现出正斜率。但是,对于等效锥度为 0.15 时,在横移量为 10 mm 前,其对应的曲线全部为负斜率,即当横移量小于 10 mm 时,等效锥度一直在减小,并且在小横移时的等效锥度将会大于名义等效锥度。对于名义等效锥度为 0.25、0.20 以及 0.12 的等效锥度曲线,都存在某一个横移量。当横移量小于这个值时,曲线为正斜率,在横移量大于这个值但小于 10 mm 时,呈现为负斜率的关系。并且,对于名义等效锥度为 0.25 时的等效锥度曲线,其所对应的横移量恰好为 3 mm 左右。对于图 4 中的 6 种踏面非线性等效锥度,可以看出在整个踏面接触区域,基本上的

大部分横移量所对应的等效锥度值都将小于其名义等效锥度。

3 蛇行运动稳定性分析

3.1 等效锥度对蛇行分岔的影响

本文将利用 Matlab 软件包 MatCont^[21] 对 6 自由转向架系统微分方程进行数值求解,探究了在名义等效锥度以及非线性等效锥度下系统的 Hopf 分岔类型及变化规律。所得到的分岔图结果如图 5 所示,虚线代表在线性等效锥度系统的蛇行运动分岔图,黑色线代表具有非线性等效锥度系统的蛇行运动分岔图。

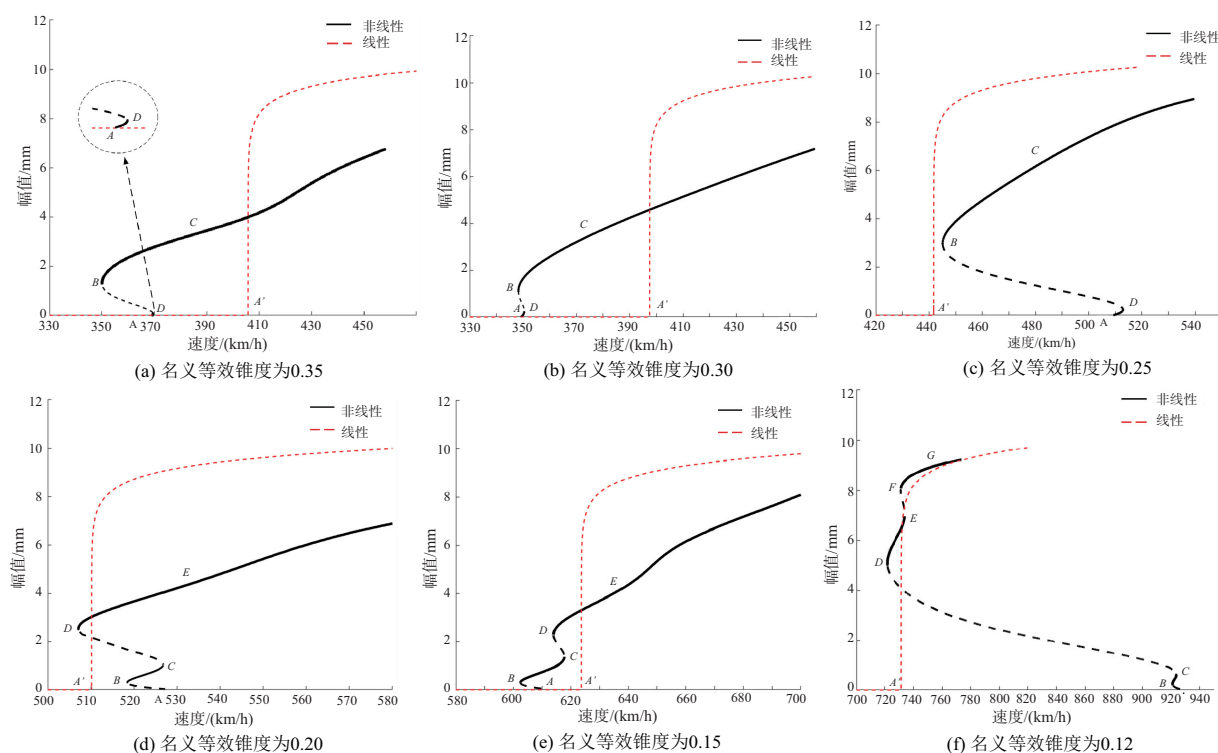


图 5 系统分岔图

结合两种系统分岔图,从图 5 中可以很明显的看出,线性模型在临界速度或者极限环幅值如何增加方面会有很大的差异,随着等效锥度的降低,具有非线性等效锥度系统的分岔图越来越复杂。

对于线性等效锥度系统来说,随着速度的增加,其只会发生系统的解从稳定的平衡点到发散状态的变化,不会出现极限环,线性临界速度和非线性临界速度是一致的。其 Hopf 分岔既不是超临界分岔也不是亚临界分岔,从图 5 中可以看出,线性系统的分岔图从开始即垂直于速度轴,极限

环幅值迅速增大,直到轮缘接触处(贴近轮缘 8 mm)。在超过临界速度后产生新的极限环,即周期解大于 8 mm 的极限环。

对于非线性等效锥度系统来说,在高锥度工况下(等效锥度为 0.35、0.30 和 0.25),分岔图所展现的为超临界分岔,而随着等效锥度的降低,系统的临界速度也逐步增大。首先发生了亚临界分岔,并且随着速度的变化,将会继续分岔出不稳定的极限环,又继续产生了亚临界分岔现象。即系统出现了折叠分岔,这很好地解释了具有非线性等效锥度和轮轨接触力的系统模型在运行过程中

的复杂行为。在某一速度区间内存在多个极限循环,此时车辆系统是否稳定或者是发生小幅值蛇行运动还是大幅值蛇行运动的初始条件显得尤为重要。

从临界速度来看,两种系统的临界速度存在比较大的差别。但是,无论是等效锥度为定值还是非线性等效锥度,系统的临界速度都随着等效锥度的降低而增加。当名义等效锥度为 0.25 时除外,其余非线性等效锥度系统都存在非线性临界速度低于等效锥度为定值时的系统临界速度。在名义等效锥度为 0.25 时的非线性系统中,无论是线性临界速度还是非线性临界速度都大于线性等效锥度系统。结合等效锥度曲线可知,在踏面接触区域,名义等效锥度为 0.25 时的等效锥度曲线在 3 mm 处的等效锥度最大,其他全小于名义等效锥度,这可能是造成以上现象的原因之一。

3.2 等效锥度对蛇行频率的影响

本文还对比了在非线性等效锥度和线性锥度下的蛇行频率及其幅值大小。蛇行频率对高速列车系统运行有着比较重要的影响,它受到等效锥度、悬挂参数以及运行速度等因素的影响,蛇行频率如果与车辆系统结构模态等一致,容易造成振动放大现象,从而引起转向架蛇行失稳以及车体抖动等现象,对列车运行安全造成重大影响。

针对所建立的动力学模型,对每种等效锥度工况下计算其在失稳速度时的蛇行频率,并求得其所对应的幅值,计算结果如图 6 所示。

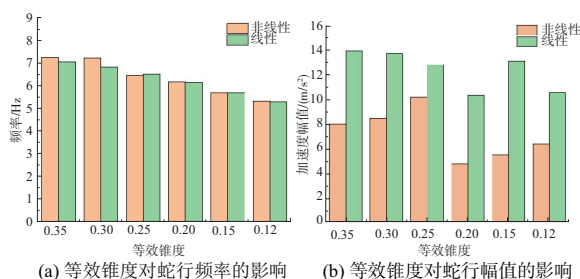


图 6 等效锥度对蛇行频率及幅值的影响

由图 6 可以明显看出,构架的失稳频率全部分布在 5~8 Hz,随着等效锥度的降低,构架的蛇行频率也在逐渐降低。在这 6 种等效锥度工况下,非线性等效锥度系统的蛇行失稳频率基本都略大于等效锥度为定值时的频率;相反,所对应的失稳加速度幅值全都小于后者。对于具有非线性等效锥度的系统,其失稳的加速度幅值随着等效锥度的降低呈现出先增大,再减小然后又增加的趋势,

在较大的等效锥度时,加速度幅值将超过 8 m/s^2 ;对于线性等效锥度系统,其失稳时的加速度幅值先减小,再增加,最后又降低,变化趋势完全相反于非线性系统,而且在数值方面,线性系统失稳时的构架横移加速度都在 10 m/s^2 以上。对于加速度幅值来说,在等效锥度为 0.20 时,无论是线性等效锥度还是非线性等效锥度的系统,其幅值大小都是最低的。

综上所述可知,等效锥度的非线性对系统的蛇行频率影响不大,可以看出线性锥度和非线性锥度的蛇行频率基本一致。但是对于蛇行加速度幅值来说,非线性等效锥度系统明显低于线性等效锥度系统。

4 结语

本文为了探究等效锥度非线性对车辆蛇行运动的影响,建立了简化 6 自由度高速列车模型,引入非线性轮缘力模型,分析对比了等效锥度为定值时以及在非线性等效锥度情况下两种系统的蛇行运动分岔特性,同时还针对蛇行失稳进行了对比分析,得出了以下结论。

1) 两种系统的临界速度都随着等效锥度的减低而增加,蛇行失稳频率随着等效锥度的降低而降低。

2) 针对分岔曲线,对于线性等效锥度系统来说,随着速度的增加不会出现极限环,线性临界速度和非线性临界速度是一致的,并且其分岔图都是一致的,直到轮缘力介入后产生新的极限环。对于非线性等效锥度系统来说,随着等效锥度的降低,其分岔图将越来越复杂。等效锥度曲线的非线性将影响系统的临界速度。

3) 等效锥度的非线性对系统的蛇行频率影响不大,等效锥度为定值时系统的蛇行频率和非线性锥度的蛇行频率基本一致。但是对于蛇行加速度幅值来说,非线性等效锥度系统明显低于线性等效锥度系统。

4) 3 mm 处的锥度值作为分析标准的方法在一定情况下适用,若需要利用动力学数值模型分析车辆系统更多的运动特性,还应考虑锥度曲线的非线性情况。

参考文献:

- [1] GUO J Y, SHI H L, ZENG J, et al. Double-parameter Hopf bifurcation analysis of a high-speed rail vehicle with an alternative wheel/rail contact approximation[J]. Vehicle System Dynamics, 2023, 61(2): 530-549.

- [2] SHI H L, LUO R, GUO J Y. Improved lateral-dynamics-intended railway vehicle model involving nonlinear wheel/rail interaction and car body flexibility [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2021, 37(6): 997-1012.
- [3] 谭桐. 高速动车组车体异常抖动现象研究分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- [4] 孙善超, 王卫东, 刘金朝, 等. 基于车辆系统稳定性分析的晃车现象研究[J]. *中国铁道科学*, 2012, 33(2): 82-88.
- [5] SUN J F, MELI E, CAI W B, et al. A signal analysis based hunting instability detection methodology for high-speed railway vehicles [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2021, 59(10): 1461-1483.
- [6] TRUE H, KAAS-PETERSEN C. A bifurcation analysis of nonlinear oscillations in railway vehicles [J]. *Vehicle System Dynamics*, 1983, 12(1/2/3): 5-6.
- [7] VON WAGNER U. Nonlinear dynamic behaviour of a railway wheelset [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2009, 47(5): 627-640.
- [8] 陈迪来, 沈钢, 宗聪聪. 基于模态追踪的地铁车辆低频横向晃动分析[J]. *铁道学报*, 2019, 41(10): 47-52.
- [9] WU Y, ZENG J, QU S, et al. Low-frequency carbody sway modelling based on low wheel-rail contact conicity analysis [J]. *Shock and Vibration*, 2020, 2020: 6671049.
- [10] 石怀龙, 屈升, 张大福, 等. 高速动车组线路动力学响应特性研究[J]. *铁道学报*, 2019, 41(10): 30-37.
- [11] SHI H L, WANG J B, WU P B, et al. Field measurements of the evolution of wheel wear and vehicle dynamics for high-speed trains [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2018, 56(8): 1187-1206.
- [12] POLACH O. Characteristic parameters of nonlinear wheel/rail contact geometry [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 48(suppl.1): 19-36.
- [13] POLACH O. Influence of wheel/rail contact geometry on the behavior of a railway vehicle at stability limit [C]// *Proceedings of the ENOC-2005*. [S. l. : s. n.], 2005: 2203-2210.
- [14] GERLICI J, DOMIN R, CHERNIAK G, et al. Calculated estimation of railway wheels equivalent conicity influence on critical speed of railway passenger car [J]. *MATEC Web of Conferences*, 2018, 157: 03006.
- [15] GE P H, WEI X K, LIU J Z, et al. Bifurcation of a modified railway wheelset model with nonlinear equivalent conicity and wheel - rail force [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 102(1): 79-100.
- [16] 王鹏, 杨绍普, 刘永强, 等. 轮对非线性动力学模型稳定性和分岔特性研究[J]. *力学学报*, 2023, 55(2): 462-475.
- [17] 王鹏, 杨绍普, 刘永强, 等. 轮对非线性随机动力学模型稳定性及分岔研究[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(10): 210-225.
- [18] 梁树林, 朴明伟, 张祥杰, 等. 高速车辆横向稳定性的非线性影响因素研究[J]. *铁道学报*, 2009, 31(5): 23-30.
- [19] 张剑, 金学松, 孙丽萍, 等. 基于CRH5型高速动车组车辆的轮对动态特性与等效锥度关系初探[J]. *铁道学报*, 2010, 32(3): 20-27.
- [20] GUO J Y, SHI H L, LUO R, et al. Bifurcation analysis of a railway wheelset with nonlinear wheel - rail contact [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 104(2): 989-1005.
- [21] DHOOGHE A, GOVAERTS W, KUZNETSOV Y A, et al. New features of the software MatCont for bifurcation analysis of dynamical systems [J]. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 2008, 14(2): 147-175.

收稿日期: 2023-10-20