

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.04.041

# 多关节绳驱机械臂动力学响应分析

唐炫铭<sup>1</sup>, 全伟才<sup>1,2</sup>, 刘博<sup>1</sup>, 许靖伟<sup>1,2</sup>, 周钰成<sup>1</sup>, 胡广<sup>1</sup>

(1. 湖南科技大学 机电工程学院, 湖南 湘潭 411201;

2. 海洋矿产资源探采装备与安全技术国家地方联合工程实验室, 湖南 湘潭 411201)

**摘要:**针对绳驱机械臂动力学建模复杂以及难以实现精确控制的问题,对一种多关节绳驱机械臂进行动力学分析。基于  $D-H$  法建立绳驱机械臂运动学模型,推导出机械臂正运动学方程。对机械臂单关节进行受力分析,建立单关节的力与力矩平衡公式;基于牛顿-欧拉法建立多关节绳驱机械臂动力学模型。采用 5 次多项式插值对机械臂进行关节空间规划,得到机械臂运动时各关节的角度、角速度、角加速度值以及末端运动轨迹,并根据运动参数得到每个关节所需的驱动力矩,完成多关节绳驱机械臂动力学仿真。仿真结果验证了机械臂动力学模型的正确性。

**关键词:**多关节机械臂;绳驱;动力学建模;响应分析

**中图分类号:**TP241      **文献标志码:**A      **文章编号:**1671-5276(2025)04-0224-07

## Dynamic Response Analysis of Multi-jointRope-driven Manipulator

TANG Xuanming<sup>1</sup>, QUAN Weicai<sup>1,2</sup>, LIU Bo<sup>1</sup>, XU Jingwei<sup>1,2</sup>, ZHOU Yucheng<sup>1</sup>, HU Guang<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

2. National-local Joint Engineering Laboratory for Marine Mineral Resources Exploration Equipment and Safety

Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** Aimed at the complexity of dynamics modeling and the difficulty in realizing precise control of rope-driven manipulator, a multi-joint rope-driven manipulator dynamic analysis is conducted. Based on the  $D-H$  method, a kinematic model of the rope-driven manipulator is established, and the positive kinematic equation of the manipulator is derived. The single-joint force of the manipulator is analyzed to establish the equilibrium equations of force and moment for the single joint. Based on the fifth degree polynomial interpolation, the joint space of the manipulator is planned to gain the angle, angular velocity, angular acceleration of each joint and the end trajectory of the manipulator in the movement, as well as the driving torque required for each joint according to the motion parameters, thus the simulation of the dynamics of the multi-joint rope-driven manipulator being completed. The simulation results verify the correctness of the manipulator dynamics model.

**Keywords:** multi-joint manipulator; rope-driven; dynamics modeling; response analysis

## 0 引言

机械臂在诸多领域中发挥着举足轻重的作用。传统的机械臂一般是 5—7 自由度,稳定性好,但因自质量重、体积大、灵活性低,故难以在空间狭窄、障碍复杂、结构密闭的环境下作业<sup>[1]</sup>。绳驱机械臂具有超冗余度、灵活性高、回避障碍物以及环境适应能力强等特点,适用于在复杂狭小的环境中作业。目前,绳驱机械臂广泛应用于飞机油箱和发动机检修<sup>[2-3]</sup>、核电设备维护<sup>[4-5]</sup>、医疗手术<sup>[6-7]</sup>、水下抓取<sup>[8-9]</sup>等作业场合。

多关节绳驱机械臂具有强耦合性、非线性、多变量等特点。为了实现绳驱机械臂的精确控制,需要建立准确的动力学耦合模型。常用的动力学

建模方法有拉格朗日法<sup>[10]</sup>、牛顿-欧拉法<sup>[11]</sup>和凯恩方程等。拉格朗日法是以能量守恒定律为基础,只需要计算机器人连杆的速度,不用考虑连杆的受力情况<sup>[12]</sup>。牛顿-欧拉法为一种力的动态平衡法,以力的平衡方程为基础,通过连杆之间的迭代关系得到机械臂的动力学方程,牛顿-欧拉法在多个自由度的问题上,具有较小的运算量,故广泛用于多自由度机械臂动力学建模。凯恩方程是以凯恩动力学方程为基础,引入广义主动力、广义惯性力、偏速度矢量和偏角速度矢量建立系统动力学方程<sup>[13]</sup>。

GODAGE 等<sup>[14]</sup>基于 Lagrangian 方程建立了以绳长坐标描述的绳驱连续型机械臂的动力学模型。XU 等<sup>[15]</sup>利用  $D-H$  参数法和牛顿-欧拉法建

**基金项目:**国家重点研发计划项目(2022YFC2806901;2022YFC2805901);湖南省教育厅资助科研项目(19B184)

**第一作者简介:**唐炫铭(1998—),男,湖南株洲人,硕士研究生,研究方向为绳驱机械臂,1242274951@qq.com。

立了绳驱超冗余机械臂的动力学模型,并推导了绳索力与关节变量的关系。黄玉平等<sup>[16]</sup>利用牛顿-欧拉法建立了17自由度的绳驱机械臂的动力学模型,在建模中加入了绳索运动方向、速度,以及摩擦力的影响,但是对绳驱机械臂动力学响应分析研究不足。谷海宇<sup>[17]</sup>基于虚功原理与Lagrangian方程两种方法建立了考虑绳孔影响的绳驱机械臂动力学模型,但是没有对绳驱机械臂各关节驱动力矩的变化规律进行研究。本文以一种12自由度绳驱机械臂为研究对象,基于D-H法进行运动学建模,并运用牛顿-欧拉法建立多关节绳驱机械臂动力学模型,通过计算仿真得到绳驱机械臂在水平面、竖直面以及3维空间内运动时各关节驱动响应力矩的变化规律。

## 1 机械臂结构与运动学

### 1.1 机械臂结构

本文所研究的绳驱机械臂结构如图1所示。机械臂主要由机械臂本体结构和驱动系统两个部分组成。机械臂本体结构由6个连杆、6个十字万向节以及基座串联而成。每个关节有2个自由度,整个机械臂共12个自由度。驱动系统包括电机、减速器、联轴器以及滚珠丝杠副。电机通过联轴器传递动力带动滚珠丝杠副运动,使驱动绳索伸缩,从而进一步控制机械臂的运动。驱动绳索分布如图2所示。绳驱机械臂绳盘上以圆周阵列的形式分布着24个过绳孔,每个过绳孔之间相隔15°,驱动绳索按逆时针方向分布,穿孔而过。每一个电机控制一根绳索,每3根绳索 $r_{jk}$ ( $j=1,2,3,\dots,6,k=1,2,3$ )驱动一个连杆 $j$ 。

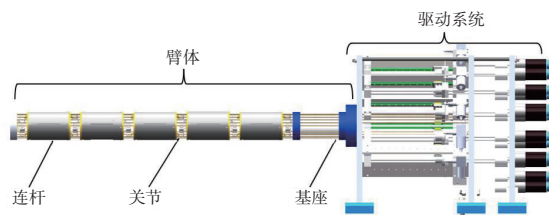


图1 机械臂结构

### 1.2 运动学分析

对机械臂进行运动学分析时,假设每节臂杆为刚体,不考虑臂杆在受力时的伸长与弯曲。基于D-H法来建立绳驱机械臂的运动学坐标系,并得出D-H参数如表1所示。根据D-H参数表得到绳驱机械臂的齐次变换矩阵以及正运动学方程式(2),绳驱机械臂运动学坐标系如图3所示。

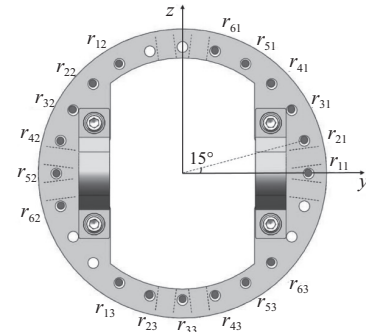


图2 机械臂绳盘

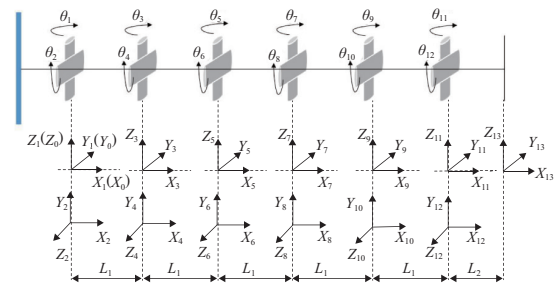


图3 机械臂D-H坐标系

表1 各关节的D-H参数表

| $i$ | $a_{i-1}/\text{mm}$ | $\alpha_{i-1}/(^{\circ})$ | $d_i/\text{mm}$ | $\theta_i/(^{\circ})$ |
|-----|---------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------|
| 1   | 0                   | 0                         | 0               | $\theta_1$            |
| 2   | 0                   | 90                        | 0               | $\theta_2$            |
| 3   | $L_1$               | -90                       | 0               | $\theta_3$            |
| 4   | 0                   | 90                        | 0               | $\theta_4$            |
| 5   | $L_1$               | -90                       | 0               | $\theta_5$            |
| 6   | 0                   | 90                        | 0               | $\theta_6$            |
| 7   | $L_1$               | -90                       | 0               | $\theta_7$            |
| 8   | 0                   | 90                        | 0               | $\theta_8$            |
| 9   | $L_1$               | -90                       | 0               | $\theta_9$            |
| 10  | 0                   | 90                        | 0               | $\theta_{10}$         |
| 11  | $L_1$               | -90                       | 0               | $\theta_{11}$         |
| 12  | 0                   | 90                        | 0               | $\theta_{12}$         |
| 13  | $L_2$               | -90                       | 0               | 0                     |

根据D-H参数表,可得坐标系 $\{i\}$ 相对于 $\{i-1\}$ 的齐次变换矩阵 ${}^{i-1}T$ 的表达式:

$${}^{i-1}T = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin\theta_i \cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -d_i \sin\alpha_{i-1} \\ \sin\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & d_i \cos\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

将各连杆坐标系的齐次变换矩阵依次相乘,即可得到机械臂运动学方程为

$${}^0_{13}T = \prod_{i=1}^{13} {}^{i-1}T(\theta_i) \quad (2)$$

## 2 动力学建模

### 2.1 机械臂受力分析

对机械臂进行受力分析时,假设驱动绳索不可伸长,质量很小,且忽略驱动绳索与过线孔之间的摩擦力,机械臂单臂杆受力情况如图4所示。 $f_{jk}$ 为第 $j$ 个连杆 $k$ 个绳索的拉力; $f_j$ 为第 $j-1$ 个连杆对第 $j$ 个连杆的作用力; $f_{j+1}$ 为第 $j$ 个连杆对第 $j+1$ 个连杆的反作用力; $G_j$ 为第 $j$ 个连杆的重力; $n_j$ 为第 $j-1$ 个连杆对第 $j$ 个连杆的作用力矩; $n_{j+1}$ 为第 $j$ 个连杆对第 $j+1$ 个连杆的反作用力矩。

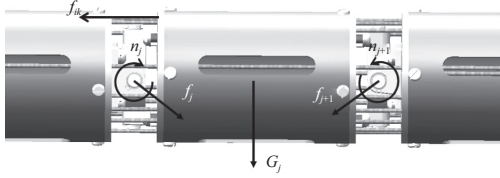


图4 机械臂连杆 $j$ 受力分析

根据力平衡与力矩平衡,可得

$$\begin{cases} f_j = f_{cj} + f_{j+1} + G_j - \sum_{k=1}^3 f_{jk} \\ n_{cj} = n_j - n_{j+1} + n_{fj} - n_{fj} + \sum_{k=1}^3 n_{jk} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $n_{cj}$ 为第 $j$ 个连杆惯性力矩; $f_{cj}$ 为第 $j$ 个连杆惯性力; $n_{fj}$ 为 $f_j$ 平移至连杆 $j$ 质心产生的等效力矩; $n_{fj+1}$ 为 $f_{j+1}$ 平移至连杆 $j$ 质心产生的等效力矩; $n_{jk}$ 为 $f_{jk}$ 平移至连杆 $j$ 质心产生的等效力矩。

### 2.2 牛顿-欧拉法建模

牛顿-欧拉法的递推由两部分组成:第1部分为向外递推,从基座到第1个连杆,然后到第2个连杆,依次往后,直至第 $n$ 个连杆。由式(4)可计算每个连杆的角速度、角加速度及质心加速度;第2部分为向内递推,从第 $n$ 个连杆到基座。由式(6)可计算各连杆相互作用力和力矩以及关节驱动力矩。

#### 1) 向外递推

$$\begin{cases} {}^{i+2}\dot{\theta}_{j+1} = {}^{i+2}\mathbf{R}^i \dot{\theta}_j + \dot{\theta}_{i+2} {}^{i+2}\mathbf{z}_{j+1} \\ {}^{i+2}\ddot{\theta}_{j+1} = {}^{i+2}\mathbf{R}^i \ddot{\theta}_j + {}^{i+2}\mathbf{R}^i \dot{\theta}_j \times \dot{\theta}_{i+2} {}^{i+2}\mathbf{z}_{j+1} + \ddot{\theta}_{i+2} {}^{i+2}\mathbf{z}_{j+1} \\ {}^{i+2}\dot{v}_{j+1} = {}^{i+2}\mathbf{R}^i [ \dot{v}_j + \dot{\theta}_j \times \mathbf{p}_{i+2} + \ddot{\theta}_j \times (\dot{\theta}_j \times \mathbf{p}_{i+2}) ] \\ {}^{i+2}\dot{v}_{c(j+1)} = \ddot{\theta}_{j+1} \times {}^{i+2}\mathbf{p}_{c(j+1)} + \dot{\theta}_{j+1} \times (\ddot{\theta}_{j+1} \times {}^{i+2}\mathbf{p}_{c(j+1)}) + \dot{\theta}_{j+1} \times \dot{v}_{j+1} \end{cases} \quad (4)$$

牛顿力平衡方程与欧拉力矩平衡方程

$$\begin{cases} f_{cj} = m_j \dot{v}_{cj} \\ n_{cj} = {}^c\mathbf{I}_j \ddot{\theta}_j + \dot{\theta}_j \times {}^c\mathbf{I}_j \dot{\theta}_j \end{cases} \quad (5)$$

#### 2) 向内递推

$$\begin{cases} {}^i f_j = {}^{i+2}\mathbf{R}^{i+2} f_{j+1} + {}^i f_{cj} - \sum_{k=1}^3 f_{jk} \\ {}^i n_j = {}^i n_{cj} + {}^{i+2}\mathbf{R}^{i+2} n_{j+1} + {}^i \mathbf{p}_{cj} \times f_{cj} + \\ {}^{i+2}\mathbf{p}_{j+1} \times {}^{i+2}\mathbf{R}^{i+2} f_{j+1} - {}^i \mathbf{p}_{cj} \times \sum_{k=1}^3 f_{jk} - \sum_{k=1}^3 n_{jk} \\ {}^i \tau_j = {}^i n_j^i \mathbf{Z}_j \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\dot{\theta}_j, \ddot{\theta}_j, \dot{v}_j, \dot{v}_{cj}$ 分别为第 $j$ 个连杆的角速度、角加速度、线加速度和质心加速度; ${}^{i+2}\mathbf{R}$ 为坐标系 $\{i\}$ 到坐标系 $\{i+2\}$ 的旋转矩阵; $\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$ 分别为第 $j$ 个连杆在坐标系 $\{i\}$ 中绕 $z$ 轴旋转的角度、角速度、角加速度。 ${}^i \mathbf{p}_{i+2}$ 为坐标系 $\{i+2\}$ 的原点在坐标系 $\{i\}$ 的位置矢量; ${}^i \mathbf{p}_{cj}$ 为第 $j$ 个连杆的质心在坐标系 $\{i\}$ 的位置矢量; $f_{cj}, n_{cj}$ 分别为第 $j$ 个连杆的惯性力和惯性力矩; ${}^c\mathbf{I}_j$ 为第 $j$ 个连杆的质心惯性张量。

## 3 动力学仿真

根据建立的动力学模型,对绳驱机械臂进行动力学仿真,绳驱机械臂仿真参数如表2所示。令绳驱机械臂末端从初始点运动到目标点,得到运动过程中绳驱机械臂末端运动轨迹、各关节角度、角速度以及角加速度值。根据上述所得到的绳驱机械臂各关节运动参数值以及前面建立的动力学模型,仿真得到关节的驱动力矩在 $y$ 轴、 $z$ 轴的分量大小 $n_y, n_z$ (不考虑末端负载)。

表2 机械臂仿真参数表

| 参数                                 | 数值                |
|------------------------------------|-------------------|
| 初始点 $X_0/\text{mm}$                | [794 0 0]         |
| 目标点 $X_1/\text{mm}$                | [618.6 392.5 0]   |
| 目标点 $X_2/\text{mm}$                | [730.14 0 251.45] |
| 目标点 $X_3/\text{mm}$                | [600 400 -200]    |
| 连杆直径 $D/\text{mm}$                 | 80                |
| 连杆长度 $L_1/\text{mm}$               | 152               |
| 连杆长度 $L_2/\text{mm}$               | 34                |
| 连杆质量 $m/\text{kg}$                 | 1.772             |
| 连杆密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$ | 2 700             |

### 3.1 关节空间规划

绳驱机械臂末端从初始点运动到目标点时,采用5次多项式插值法进行机械臂关节空间规划,得到绳驱机械臂各关节角度、角速度以及角加速度关于时间的函数,具体公式如下:

$$\begin{cases} \theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ \dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \\ \ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \end{cases} \quad (7)$$

5次多项式插值的约束条件为

$$\begin{cases} \theta_0 = a_0 \\ \theta_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5 \\ \dot{\theta}_0 = a_1 \\ \dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4 \\ \ddot{\theta}_0 = 2a_2 \\ \ddot{\theta}_f = 2a_2 + 6a_3 t_f + 12a_4 t_f^2 + 20a_5 t_f^3 \end{cases} \quad (8)$$

机械臂末端运动时间为  $t_f$ , 各关节初始角度  $\theta_0$  为 0, 已知目标点可由式(2)求得各关节终点角度  $\theta_f$ 。各关节初始角速度  $\dot{\theta}_0$ 、初始角加速度  $\ddot{\theta}_0$ 、终点角速度  $\dot{\theta}_f$  和终点角加速度  $\ddot{\theta}_f$  为 0, 并将关节初始终点值代入式(8)中得到约束条件的值, 并将约束值导入式(7)中得到各关节角度、角速度以及角加速度关于时间的函数式为

$$\begin{cases} \theta(t) = \theta_0 + \frac{10(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} t^3 + \frac{15(\theta_f - \theta_0)}{t_f^4} t^4 + \frac{6(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5} t^5 \\ \dot{\theta}(t) = \frac{30(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} t^3 + \frac{30(\theta_f - \theta_0)}{t_f^4} t^4 + \frac{60(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5} t^5 \\ \ddot{\theta}(t) = \frac{60(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} t^3 + \frac{180(\theta_f - \theta_0)}{t_f^4} t^4 + \frac{120(\theta_f - \theta_0)}{t_f^5} t^5 \end{cases} \quad (9)$$

### 3.2 水平面仿真

机械臂在初始状态时其臂体与  $x$  轴重合, 绳驱机械臂末端从初始点  $X_0$  运动到目标点  $X_1$ , 运动时间为 10 s, 每 0.1 s 为一个插值点, 得到绳驱机械臂各关节角度、角速度、角加速度值以及机械臂末端运动轨迹, 如图 5 所示。基于绳驱机械臂动力学方程和运动插值, 可求得各关节的驱动力矩变化, 如图 6 所示。

图 5 为机械臂在水平面运动时各关节角度、角速度、角加速度变化以及末端轨迹。机械臂运动轨迹为弧线; 偶数关节的角度、角速度、角加速度值保持不变, 其变化曲线与图 5 中坐标系  $x$  轴重叠; 奇数关节的角度值随时间逐渐增大, 关节最大角速度值分别为 0.020 rad/s、0.030 rad/s、0.032 rad/s、0.059 rad/s、0.065 rad/s、0.070 rad/s; 关节的角加速度最大值分别为 0.006 rad/s<sup>2</sup>、0.009 rad/s<sup>2</sup>、0.010 rad/s<sup>2</sup>、0.018 rad/s<sup>2</sup>、0.020 rad/s<sup>2</sup>、0.022 rad/s<sup>2</sup>, 最小值分别为 -0.006 rad/s<sup>2</sup>、-0.009 rad/s<sup>2</sup>、-0.010 rad/s<sup>2</sup>、-0.018 rad/s<sup>2</sup>、-0.020 rad/s<sup>2</sup>、-0.022 rad/s<sup>2</sup>。

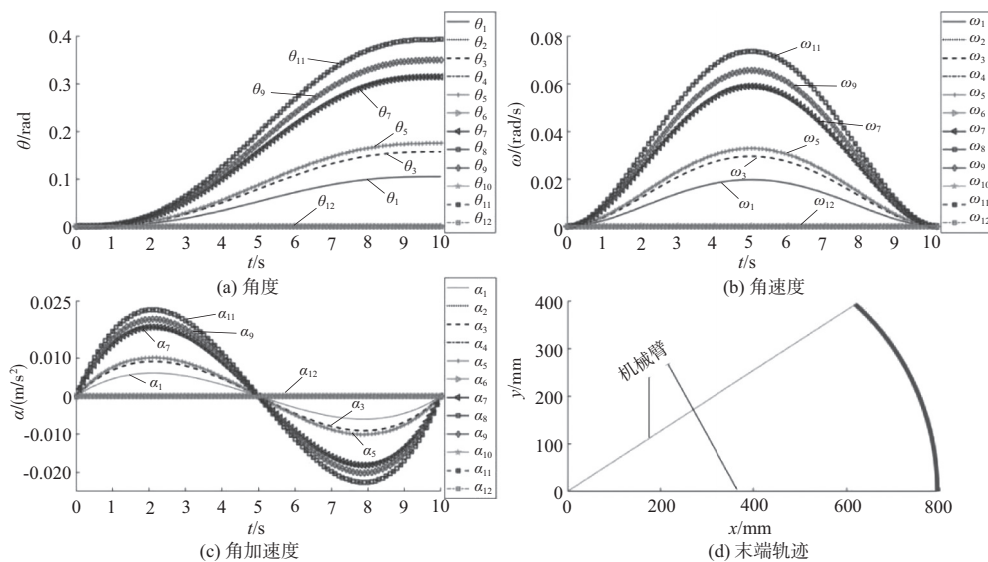


图 5 水平面运动参数变化图

图6为机械臂在水平面运动时驱动力矩变化。因重力的影响,机械臂在 $y$ 轴方向上各关节驱动力矩分别为不同的恒值,其变化曲线为图6中虚线,具体数值分别为5.10 Nm、3.20 Nm、1.70 Nm、0.59 Nm、0.40 Nm、0.02 Nm;在 $z$ 轴方向上各关节的驱动力矩值从0开始,先增大后减小再增大至0,各关节的驱动力矩最大值分别为7.70

Nm、5.80 Nm、4.00 Nm、2.30 Nm、0.90 Nm、0.06 Nm,驱动力矩最小值分别为-7.20 Nm、-5.50 Nm、-3.80 Nm、-2.10 Nm、-0.81 Nm、-0.05 Nm;机械臂在运动过程中,在 $z$ 轴方向上各关节驱动力矩由正值变为负值,这是由于机械臂受到与运动相反方向的力,这会阻碍机械臂的运动并逐渐减速,最终停止。

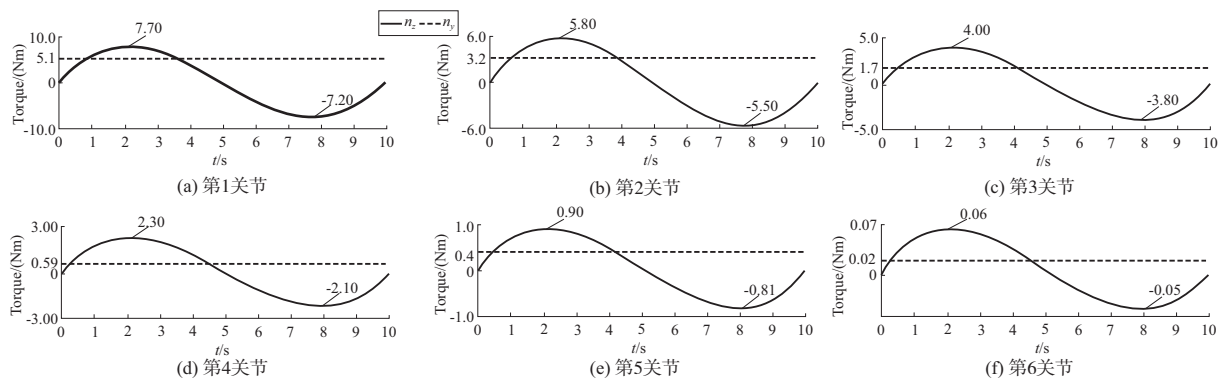


图6 水平面运动的驱动力矩变化图

### 3.3 竖直平面仿真

机械臂在初始状态时其臂体与 $x$ 轴重合,绳驱机械臂末端从初始点 $X_0$ 运动到目标点 $X_2$ ,运动时间为10 s,每0.1 s为一个插值点,得到绳驱机械

臂各关节角度、角速度、角加速度变化以及机械臂末端运动轨迹如图7所示。基于绳驱机械臂动力学方程和运动插值,可求得各关节的驱动力矩变化,如图8所示。

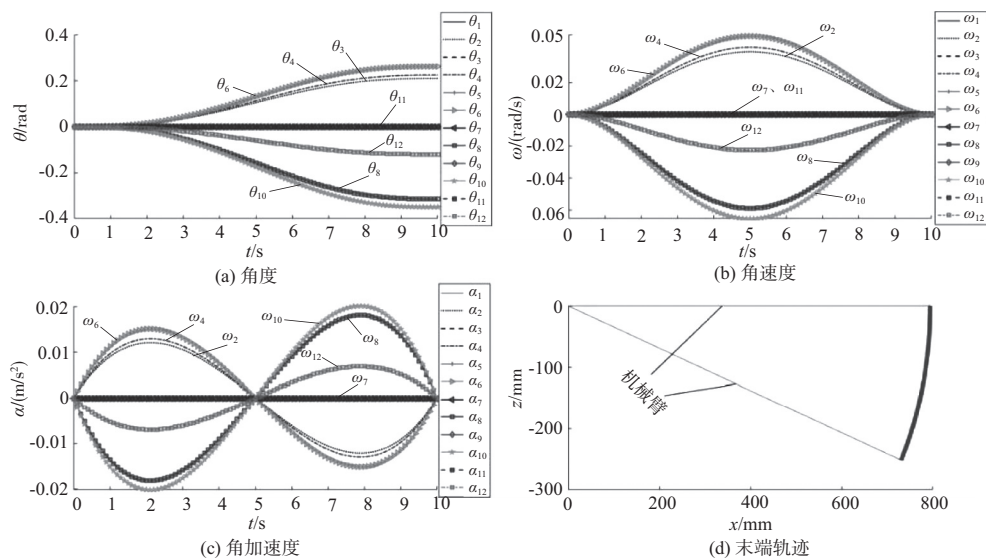


图7 竖直平面运动参数变化图

图7为机械臂在竖直面运动时各关节角度、角速度、角加速度变化以及末端轨迹。机械臂运动轨迹为弧线;奇数关节的角度、角速度、角加速度值保持不变,其变化曲线重叠于图5中坐标系 $y$ 轴的0刻度线;2、4、6关节的角度值随时间逐渐

增大,其关节最大角速度值分别为0.039 rad/s、0.042 rad/s、0.049 rad/s,关节角度、角速度变化曲线位于图5坐标系 $y$ 轴的0刻度线上方,其关节角加速度先增大后减小,再增大至0,最大关节角加速度分别为0.012 rad/s<sup>2</sup>、0.013 rad/s<sup>2</sup>、0.015

$\text{rad/s}^2$ ; 8、10、12 关节的角度值随时间逐渐减小, 其关节最小角速度值分别为  $-0.058 \text{ rad/s}$ 、 $-0.068 \text{ rad/s}$ 、 $-0.022 \text{ rad/s}$ , 关节角度、角速度变化曲线位

于图 5 坐标系  $y$  轴的 0 刻度线下方, 其关节角加速度先减小后增大, 再减小至 0, 最小关节角加速度分别为  $-0.018 \text{ rad/s}^2$ 、 $-0.020 \text{ rad/s}^2$ 、 $0.007 \text{ rad/s}^2$ 。

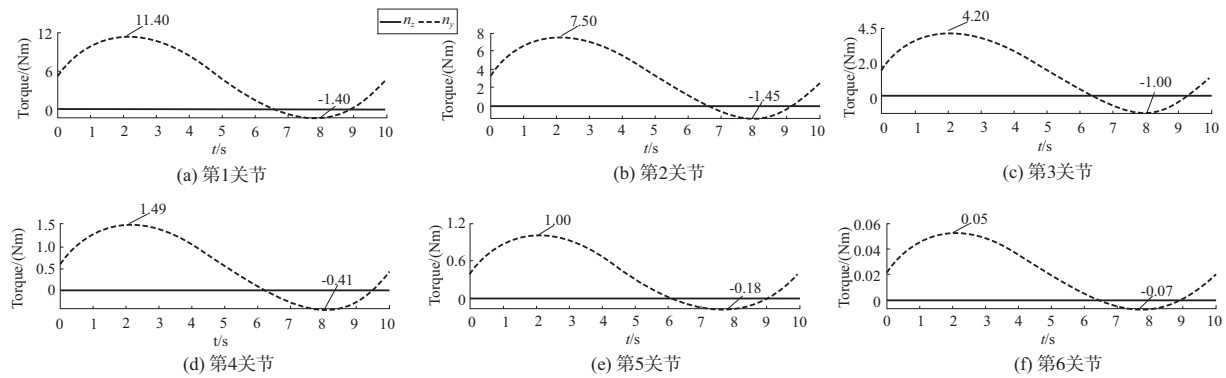


图 8 竖直平面运动的驱动力矩变化图

图 8 为机械臂在竖直面运动时驱动力矩变化。由于机械臂水平面上无运动且不受重力的影响, 机械臂在  $z$  轴方向上各关节驱动力矩恒值, 其变化曲线为图 8 中的实线; 在重力的作用下, 初始时机械臂在  $y$  轴方向上需要承受不同力矩, 分别为  $5.10 \text{ Nm}$ 、 $3.20 \text{ Nm}$ 、 $1.70 \text{ Nm}$ 、 $0.59 \text{ Nm}$ 、 $0.40 \text{ Nm}$ 、 $0.02 \text{ Nm}$ ; 在  $y$  轴方向上各关节的驱动力矩先增大后减小, 再增大至初始值, 各关节的驱动力矩最大值分别为  $11.40 \text{ Nm}$ 、 $7.50 \text{ Nm}$ 、 $4.20 \text{ Nm}$ 、 $1.49 \text{ Nm}$ 、 $1.00 \text{ Nm}$ 、 $0.05 \text{ Nm}$ , 最小值分别为  $-1.40 \text{ Nm}$ 、 $-1.45$

$\text{Nm}$ 、 $-1.00 \text{ Nm}$ 、 $-0.41 \text{ Nm}$ 、 $-0.18 \text{ Nm}$ 、 $-0.07 \text{ Nm}$ 。

### 3.4 三维空间内仿真

机械臂在初始状态时其臂体与  $x$  轴重合, 绳驱机械臂末端从初始点  $X_0$  运动到目标点  $X_3$ , 运动时间为  $10 \text{ s}$ , 每  $0.1 \text{ s}$  为一个插值点, 得到绳驱机械臂各关节角度、角速度、角加速度变化以及机械臂末端运动轨迹如图 9 所示。基于绳驱机械臂动力学方程和运动插值, 可求得各关节的驱动力矩变化, 如图 10 所示。

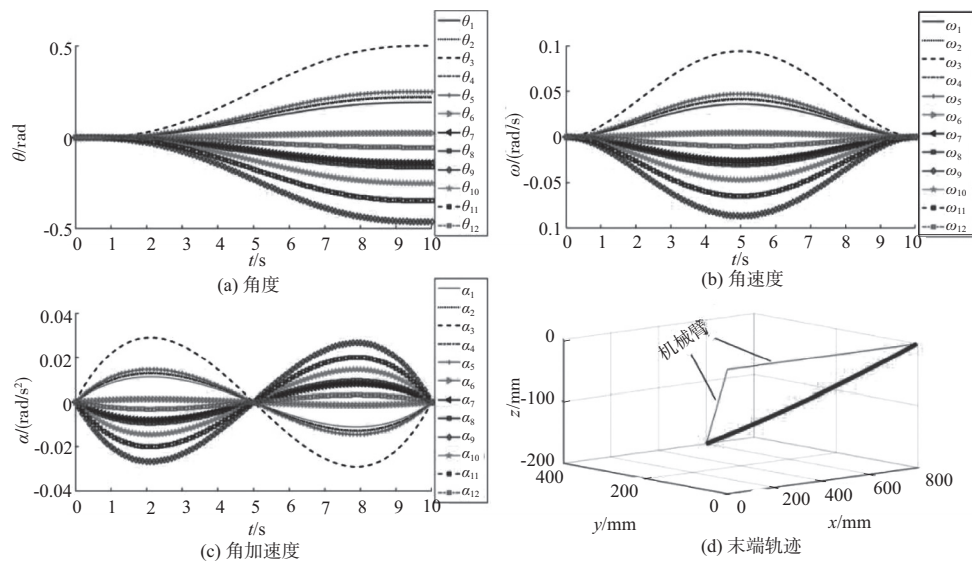


图 9 三维空间运动参数变化图

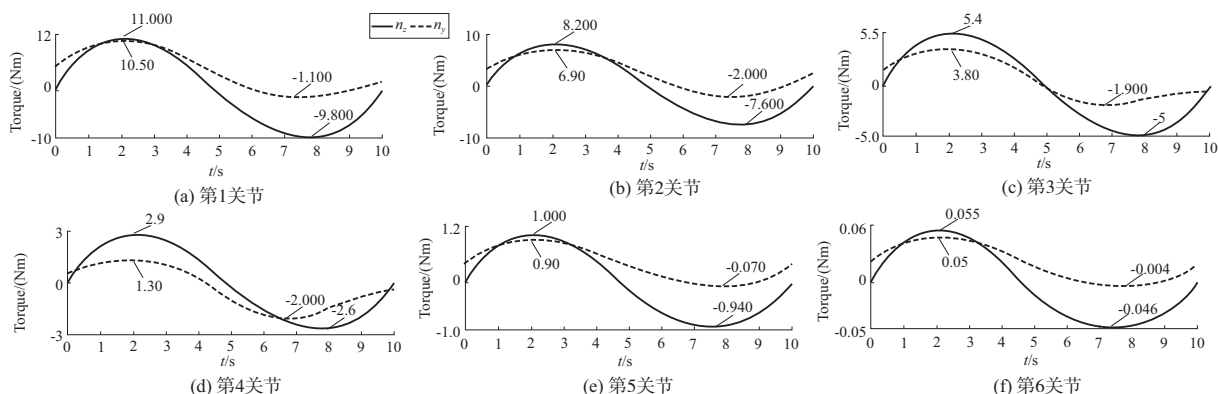


图 10 3 维空间运动的驱动力矩变化图

图 9 为机械臂在竖直面运动时各关节角度、角速度、角加速度变化以及末端轨迹。机械臂运动轨迹为弧线;1~6 关节的角度值随时间逐渐增大,其关节角速度最大值分别为 0.036 rad/s、0.042 rad/s、0.094 rad/s、0.041 rad/s、0.047 rad/s、0.004 rad/s,其角度和角速度变化曲线位于图 7 坐标系  $y$  轴的 0 刻度线上方,其关节角加速度先增大后减小,再增大,角加速度最大值分别为 0.011 rad/s<sup>2</sup>、0.013 rad/s<sup>2</sup>、0.030 rad/s<sup>2</sup>、0.012 rad/s<sup>2</sup>、0.014 rad/s<sup>2</sup>、0.001 rad/s<sup>2</sup>;7~12 关节的角度值随时间逐渐减小,其关节角速度最小值分别为 -0.026 rad/s、-0.030 rad/s、-0.086 rad/s、-0.047 rad/s、-0.065 rad/s、-0.010 rad/s,其角度和角速度变化曲线位于图 7 坐标系  $y$  轴的 0 刻度线下方,其关节角加速度先减小后增大,再减小,角加速度最小值分别为 -0.008 rad/s<sup>2</sup>、0.010 rad/s<sup>2</sup>、0.026 rad/s<sup>2</sup>、0.014 rad/s<sup>2</sup>、0.020 rad/s<sup>2</sup>、0.003 rad/s<sup>2</sup>。

图 10 为机械臂在竖直面运动时驱动力矩变化。各关节的驱动力矩先增大后减小,再增大;在  $y$  轴方向上其关节的驱动力矩最大值分别为 10.50 Nm、6.90 Nm、3.80 Nm、1.30 Nm、0.90 Nm、0.05 Nm,最小值分别为 -1.100 Nm、-2.000 Nm、-1.900 Nm、-2.000 Nm、-0.070 Nm、-0.004 Nm;在  $z$  轴方向上其关节的驱动力矩最大值分别为 11.000 Nm、8.200 Nm、5.400 Nm、2.900 Nm、1.000 Nm、0.055 Nm,最小值分别为 -9.800 Nm、-7.600 Nm、-5.000 Nm、-2.600 Nm、-0.940 Nm、-0.046 Nm。

综上,在 3 种不同运动情况下,机械臂各关节角度、角速度、角加速度变化以及末端轨迹与 5 次多项式关节空间规划相对应,其驱动力矩变化基本符合实际运动的特征,也进一步说明基于牛顿-

欧拉法推导建立的多关节绳驱机械臂动力学模型的合理性。

## 4 结语

本文基于  $D-H$  法和牛顿-欧拉法建立多关节绳驱机械臂动力学耦合模型。用数值仿真完成多关节绳驱机械臂在 3 种不同运动情况下的动力学仿真,得到绳驱机械臂运动过程中各关节的角度、角速度、角加速度变化曲线以及所需的驱动力矩,由此验证了所建绳驱机械臂动力学模型的正确性。建立准确的动力学模型有助于提高多关节绳驱机械臂运动控制精确性和可靠性,为绳驱机械臂实际应用提供参考和借鉴。后续工作中将会通过实验进一步验证模型的有效性以及在动力学模型的基础上采用智能算法实现对机械臂运动控制,由此提高绳驱机械臂作业时的准确性、稳定性和对工业环境的适应能力。

## 参考文献:

- [1] 李剑鹏. 水下绳驱高冗余自由度机械臂运动学控制研究[D]. 杭州:浙江大学,2019.
- [2] 朱晓俊,王学谦,马云莹,等. 绳驱超冗余空间柔性机械臂操作系统设计与实验研究[J]. 机器人,2022,44(1):9-18.
- [3] 郑雨辰,鞠锋,王旦,等. 航空发动机叶片检测机器人的设计与控制研究[J]. 工程设计学报,2021,28(5):625-632.
- [4] BUCKINGHAM R O, GRAHAM A C. Dexterous manipulators for nuclear inspection and maintenance—Case study[C]//2010 1st International Conference on Applied Robotics for the Power Industry. Montreal, QC, Canada:IEEE,2010.

(下转第 310 页)

- 收稿日期: 2023-12-19

- [12] 袁子建,唐国元. 水下机械臂的运动学及动力学建模方法研究[C]//中国造船工程学会船舶力学学术委员会测试技术学组 2021 年学术会议论文集. 昆明:[出版者不详],2021:464-471.
- [13] 蔡自兴. 机器人学[M]. 2 版. 北京:清华大学出版社,2009.
- [14] GODAGE I S, BRANSON D T, GUGLIELMINO E, et al. Dynamics for biomimetic continuum arms;a modal approach[C]//2011 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Karon Beach, Thailand: IEEE,2011:104-109.
- [15] XU W F, LIU T L, LI Y M. Kinematics, dynamics, and control of a cable-driven hyper-redundant manipulator[J]. ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(4):1693-1704.
- [16] 黄玉平,贾龙飞,郭亚星,等. 绳驱准连续型机械臂的动力学研究[J]. 导弹与航天运载技术,2021(4): 81-87.
- [17] 谷海宇. 考虑绳孔特性的绳驱蛇形机械臂动力学与控制[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2021.

收稿日期:2023-10-11