

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.05.030

半对称平面 2RRR-PaPa 并联机器人机构运动学分析与参数优化

李婷婷, 朱海云, 李伟莉, 马璐璐

(郑州职业技术学院 智能制造学院, 河南 郑州 450121)

摘要:以平面并联机构作为研究对象,提出一种半对称平面 2RRR-PaPa 并联机器人机构,建立运动学数学模型,计算得到机构的运动学位位置解;通过简单线扫描方法完成工作空间点的搜索,并通过 MATLAB 实现工作空间可视化绘图,利用图形化方法开展参数的影响趋势分析,根据狼群算法对机构进行结构参数尺度综合。研究分析表明:机构工作空间的内部存在空洞的情况,优化后的工作空间性能得到显著提升。

关键词:平面并联机构;运动学;工作空间;尺度综合;狼群算法

中图分类号:TH122 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2025)05-0154-05

Kinematic Analysis and Parameter Optimization of Semi-symmetric Planar 2RRR-PaPa Parallel Robot Mechanism

LI Tingting, ZHU Haiyun, LI Weili, MA Lulu

(School of Intelligent Manufacturing, Zhengzhou Technical College, Zhengzhou 450121, China)

Abstract: A semi-symmetric planar 2RRR-PaPa parallel robot mechanism is proposed with planar parallel mechanism taken as the research object. A kinematic mathematical model is established, and the inverse kinematics solution expression of the mechanism is obtained through calculation. Simple line scan is applied to search for workspace points, the workspace is visualized and drawn using MATLAB, and by graphical methods, the influence trend of parameters is analyzed. The structural parameters scales of the mechanism are synthesized using the wolf pack algorithm. The research analysis shows that there are voids inside institutional workspace, and the optimized workspace performance can achieve significant improvement.

Keywords: planar parallel mechanism; kinematics; workspaces; scale synthesis; wolf swarm algorithm

0 引言

并联机器人凭借其刚度强、速度快、精度高等优势备受青睐,在工业界被广泛地应用,已逐渐成为相关领域的主流机器人^[1]。平面二自由度并联机构作为少自由度并联机构的一种^[2],都是由简单的运动副构成,平面并联机构更具经济适用性和工程推广价值^[3]。平面并联机构能够快速执行拾取和放置操作。

近年来,由简单运动副构成的二自由度平面高速并联机构成为了众多专家学者研究的热点。张蔚等^[4]设计了一种平面二自由度并联机构,并计算得到运动学反解模型,将参数模型量纲化处理,计算得到工作空间性能图谱。王冰等^[5]改进得到一种平面二自由度并联机器人,同时研究机构输入和参数尺寸对工作空间的影响,并分析得到机构的速度性能图谱。吴伟峰等^[6]设计一种应

用于物料搬运的新型平面二自由度并联机构,并分别研究位置解、奇异性、速度雅可比矩阵、工作空间、滑块驱动力等性能。王冰等^[7]提出一种具有较小运动惯量平面并联机构,通过量纲化,建立了机器人机构的设计空间,在此基础上展开机器人机构刚度性能分析。李占贤等^[8]定义一种名为 Diamond 的新型二自由度平动并联机器人机构,并对其灵活度指标进行分析。孟齐志等^[9]设计出一批满足两平移运动特性的平面并联机构。

另外,并联机构搜索算法常用的是数值法。数值法主要有蒙特卡罗法、极坐标搜索法、局部坐标法等,文献[10]中采用了极坐标法完成了工作空间边界搜索。刘志忠等^[11]选择蒙特卡罗法完成了除冰机器人工作空间边界提取。王迅^[12]提出一种平面并联机器人机构工作空间边界的元胞搜索算法。以上算法需要代入工作空间约束条件中进行计算,且计算量大。

基金项目:河南省高等学校重点科研项目(24A460028;24B520047)

第一作者简介:李婷婷(1987—),女,河南开封人,讲师,硕士,研究方向为电子、机器人、自动化,tingaction 2018@163.com。

以一个平面二自由度并联机构为例,提出一种支链含平行四边形机构两平移的平面并联机构,同时建立运动学模型,计算得到机构的逆解和正解表达式,受文献[13]平行线扫描算法原理启发,选择线性扫描法分析机构的工作空间。进一步分析结构参数对机构性能的影响趋势,最后采用一种狼群智能优化算法展开优化设计。

1 机构设计

1.1 机构描述

2RRR-PaPa 平面并联机器人机构的结构简图如图 1 所示。其中支链 1、支链 2 结构为 RRR, 支链 3 结构为 PaPa, 其中 Pa 副为平面四杆机构构成。静平台为等边三角形 $\Delta A_1A_2A_5$, 动平台为等边三角形 $\Delta C_1C_2C_5$ 。静平台 $\Delta A_1A_2A_5$ 外接圆半径 l_4 , 动平台外接圆半径 l_3 , 连杆 A_iB_i 、 C_iB_i 的长度 l_1 、 l_2 。

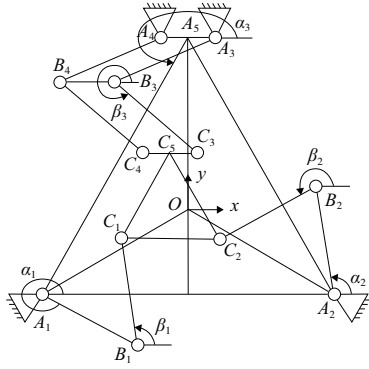


图 1 2RRR-PaPa 并联机构结构简图

1.2 机构运动特性分析

根据方位特征集的拓扑结构理论,分析出各个支链方位特征集,支链方位特征集(POC) M_{bj} :

$$M_{bj} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^1(//R_{11}) \end{bmatrix} \quad (j=1,2) \quad (1)$$

$$M_{bj} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^0 \end{bmatrix} \quad (j=3) \quad (2)$$

分析得到机构的方位特征集 $M_{Pa(1-2-3)}$:

$$M_{Pa(1-2-3)} = M_{b1} \cap M_{b2} \cap M_{b3} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

独立位移方程数分析,先分析支链 1、支链 2 构成的第 1 个独立位移方程数 ξ_{L_1} :

$$\xi_{L_1} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^1 \end{bmatrix} = 3 \quad (4)$$

支链 3 的单开链 SOC{-Pa//Pa//R} 构成第 2

个独立位移方程数 ξ_{L_2} :

$$\xi_{L_2} = \begin{bmatrix} t^2 \\ r^1 \end{bmatrix} = 3 \quad (5)$$

计算得到并联机器人机构自由度 F :

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 8 - 6 = 2 \quad (6)$$

耦合度需要根据约束度 Δ_j 进行计算得到,利用上面的分析结果计算耦合度 k 。计算主要过程如下:

$$\begin{cases} \Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_j} f_j - I_j - \xi_{L_j} = 6 - 2 - 3 = 1 \\ \Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_j} f_j - I_j - \xi_{L_j} = 3 - 1 - 3 = -1 \\ k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = 1 \end{cases} \quad (7)$$

综合分析表明:机构的自由度为 2,耦合度为 1,机构的方位特征集为两平移。不难发现机构可在平面空间内任意方向上移动。

2 运动学分析

2.1 逆解分析

逆解分析是指根据执行末端位置 (x, y) 推导出主动副输入 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 的过程^[14]。假定机构的执行末端的位置 (x, y) , 定义静坐标系在三角形 $\Delta A_1A_2A_5$ 中心。可得到机构的静平台和支链的连接点 A_1 、 A_2 、 A_5 的位置坐标。

$$\begin{cases} A_1 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}l_4, -\frac{1}{2}l_4 \right) \\ A_2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}l_4, -\frac{1}{2}l_4 \right) \\ A_5(0, l_4) \end{cases} \quad (8)$$

根据坐标变换原理,推出 C_1 、 C_2 、 C_5 的位置坐标:

$$\begin{cases} C_1 \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}l_3, y - \frac{1}{2}l_3 \right) \\ C_2 \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}l_3, y - \frac{1}{2}l_3 \right) \\ C_5(x + 0.25l_1, y + l_3) \end{cases} \quad (9)$$

根据图形可得如下向量方程

$$OC_i = OA_i + A_iB_i + B_iC_i \quad (10)$$

可得到 C_i 另外一种表达式:

$$\begin{cases} x_{C_i} = x_{A_i} + l_1 \cos \alpha_i + l_2 \cos \beta_i \\ y_{C_i} = y_{A_i} + l_1 \sin \alpha_i + l_2 \sin \beta_i \end{cases} \quad (11)$$

β_i 作为中间变量,代入坐标系得到方程组:

$$\begin{cases} \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}l_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}l_4 - l_1 \cos\alpha_1\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}l_3 + \frac{1}{2}l_4 - l_1 \sin\alpha_1\right)^2 = l_2^2 \\ \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}l_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}l_4 - l_1 \cos\alpha_2\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}l_3 + \frac{1}{2}l_4 - l_1 \sin\alpha_2\right)^2 = l_2^2 \\ (x + 0.25l_1 - 0 - l_1 \cos\alpha_3)^2 + (y + l_3 - l_4 - l_1 \sin\alpha_3)^2 = l_2^2 \end{cases} \quad (12)$$

分离变量得到如下表达式:

$$a_i \sin\alpha_i + b_i \cos\alpha_i + c_i = 0 \quad (i=1,2,3) \quad (13)$$

式中: $a_1 = 2l_1(y_{A_1} - y_{C_1})$; $a_2 = 2l_1(y_{A_2} - y_{C_2})$; $a_3 = 2l_1(y_{A_3} - y_{C_3})$; $b_1 = 2l_1(x_{A_1} - x_{C_1})$; $b_2 = 2l_1(x_{A_2} - x_{C_2})$; $b_3 = 2l_1(x_{A_3} - x_{C_3})$; $c_1 = (x_{A_1} - x_{C_1})^2 + (y_{A_1} - y_{C_1})^2 + l_1^2 - l_2^2$; $c_2 = (x_{A_2} - x_{C_2})^2 + (y_{A_2} - y_{C_2})^2 + l_1^2 - l_2^2$; $c_3 = (x_{A_3} - x_{C_3})^2 + (y_{A_3} - y_{C_3})^2 + l_1^2 - l_2^2$ 。

令 $\theta = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, 分离变量得到逆解表达式为

$$\alpha_i = 2\arctan\left(\frac{-a_i \pm \sqrt{a_i^2 + b_i^2 - c_i^2}}{c_i - a_i}\right) \quad (i=1,2,3) \quad (14)$$

2.2 正解分析

正解分析是指根据主动副的输入 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 推导得到执行末端位置 (x, y) 的过程。根据式(12)得到以下等式。

$$\begin{cases} (x+m_1)^2 + (y+n_1)^2 = l_2^2 \\ (x+m_2)^2 + (y+n_2)^2 = l_2^2 \\ (x+m_3)^2 + (y+n_3)^2 = l_2^2 \end{cases} \quad (15)$$

式中: $m_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}l_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}l_4 - l_1 \cos\alpha_1$; $n_1 = -\frac{1}{2}l_3 + \frac{1}{2}l_4 - l_1 \sin\alpha_1$; $m_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}l_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}l_4 - l_1 \cos\alpha_2$; $n_2 = -\frac{1}{2}l_3 + \frac{1}{2}l_4 - l_1 \sin\alpha_2$; $m_3 = 0.25l_1 - 0 - l_1 \cos\alpha_3$; $n_3 = l_3 - l_4 - l_1 \sin\alpha_3$ 。

将式(15)两两相减,整理得到以下等式:

$$\begin{cases} 2(m_2 - m_1)x + 2(n_2 - n_1)y + t_1 = 0 \\ 2(m_3 - m_1)x + 2(n_3 - n_1)y + t_2 = 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中: $t_1 = m_2^2 - m_1^2 + n_2^2 - n_1^2$; $t_2 = m_3^2 - m_1^2 + n_3^2 - n_1^2$ 。

经过计算,得到表达式如下:

$$\begin{cases} y = \frac{t_2(m_2 - m_1) - t_1(m_3 - m_1)}{2t_3} \\ x = \frac{t_2(n_2 - n_1) - t_1(n_3 - n_1)}{2t_3} \end{cases} \quad (17)$$

式中 $t_3 = (n_2 - n_1)(m_3 - m_1) - (n_3 - n_1)(m_2 - m_1)$ 。

3 工作空间分析

3.1 工作空间方法

平行线性算法原理是通过减少大量的栅格判

断进行计算,基于此,采用较为简单的线扫描方法进行机构工作空间的搜索,将逐个点计算转换成逐行扫描计算,极大地提高了搜索效率,线扫描算法具体如下:

1) 初始化机构参数,定义扫描方向为 x 轴方向,扫描间隔长度为 d ;

2) 定义线扫描的范围 $[y_{\min}, y_{\max}]$,在这个范围内随机生成均匀的 n 个点的 y 坐标值;

3) 将 x 从最小值 $x_{\min}$ 按照扫描间隔 d 逐步增加到 $x_{\max}$,此时每条‘线’生成对应的 x 坐标值的个数也为 n 个;

4) 将每条线的 n 个点代入逆解约束条件判断,得到每条线扫描的可达工作空间点集,并保存满足约束条件的点;

5) 将得到的满足约束条件点集利用 MATLAB 软件中 plot 函数进行绘图,得到机构的运动工作空间。同理可以采用 y 轴方向进行扫描。

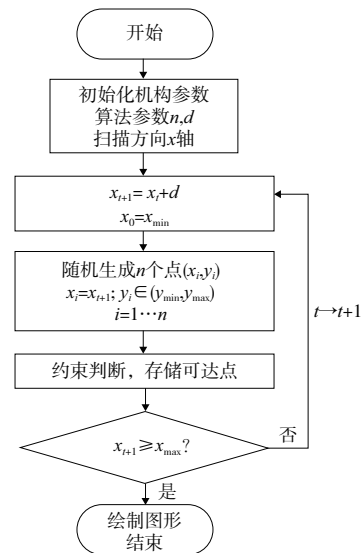


图2 线扫描搜索流程图

3.2 工作空间仿真

按照上述算法,定义扫描方向为 y 轴和 x 轴,间隔 $d=0.01$, $d=0.005$ 和 $d=0.001$,点个数 $n=10\,000$;根据机构特点,选择 x 和 y 搜索范围为 $[-0.5, 0.5]$,机构参数如表1所示,对应的机构可达工作空间如图3—图5所示。

表1 2RRR-PaPa 平面并联机构参数值

l_1/m	l_2/m	l_3/m	l_4/m
0.225	0.175	0.100	0.173

从图3—图5发现随着间隔减小,工作空间

边缘逐渐变得光滑, $d=0.01$ 和 $d=0.005$ 能够明显看出 x 轴和 y 轴方向扫描的纹理, 在 $d=0.001$ 时, x 轴方向和 y 轴方向扫描结果已经无区别, 同时得到的机构面积为 0.161 2、0.162 6 和 0.163 4, 越来越精确。线扫描方法可以根据需要通过改变扫描间隔和线点数来提升精度, 该方法具有简单迅速, 精度可控等特点, 对 2 维空间机构适用, 同样能够修改为面扫描用于 3 维空间机构的可达工作空间分析。

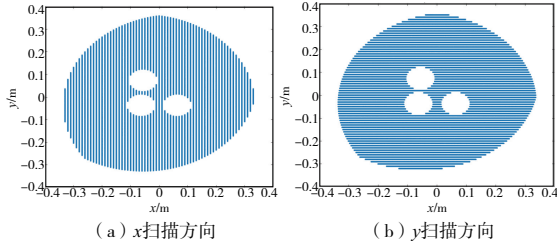


图 3 间隔 $d=0.01$, x 和 y 扫描方向的可达工作空间

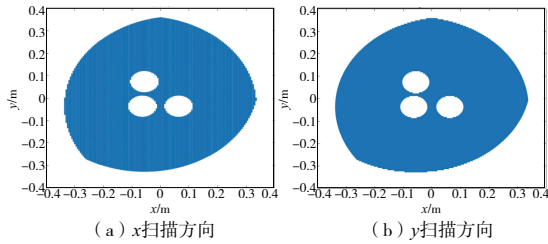


图 4 间隔 $d=0.005$, x 和 y 扫描方向的可达工作空间

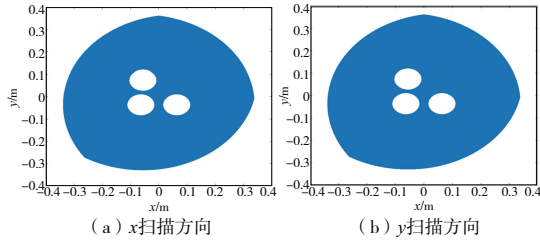


图 5 间隔 $d=0.001$, x 和 y 扫描方向的可达工作空间

4 参数对机构的工作空间的影响

给定机构参数范围 $l_1 \in [0.2, 0.6]$ 、 $l_2 \in [0.1, 0.5]$ 、 $l_3 \in [0.2, 0.6]$ 、 $l_4 \in [0.2, 0.8]$, 随机生成 50 万个参数, 研究参数对工作空间面积的影响, 结果如图 6 所示。

图 6 中, 4 个对称的直角平面坐标上分别为 4 个参数, 高度方向为面积值, 从图 6 可见要取得较大的可达工作空间面积, l_1 和 l_2 要取尽可能大的值, l_3 可以取参考范围内的任意值, l_4 取中间往下的值。这表明了机构参数中 l_1 、 l_2 对面积影响是

敏感的, 而 l_3 、 l_4 对机构面积不敏感, 通过面积在 4 个参数的分布情况, 对实际的参数选取有积极的参考价值。

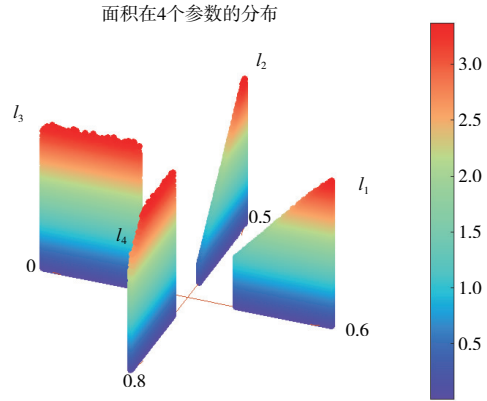


图 6 参数对机构可达面积的影响

5 机构优化设计

并联机构工作空间面积是衡量评价机构性能的重要指标^[15-16], 选取合适的结构参数有利于提高并联机构的面积, 使得工作空间符合实际的参数选取^[17-19]。

5.1 模型优化的建立

目标函数为工作空间面积, 其计算方法采用线扫描搜索法, 得到的工作空间点数 n_{kd} , 按照最大和最小的可达空间点 x 和 y 坐标生成的长方形面积 S_m 和包含点数 m , 得到可达工作空间面积公式如下:

$$S = \frac{n_{kd}}{m} S_m \quad (18)$$

$$\text{Subject to } \begin{cases} 0.2 \leq l_1 \leq 0.6 \\ 0.1 \leq l_2 \leq 0.5 \\ 0.2 \leq l_3 \leq 0.6 \\ 0.2 \leq l_4 \leq 0.8 \end{cases} \quad (19)$$

优化算法采用狼群算法 (wolf pack algorithm, WPA), 该算法是一种新的狼群智能优化算法^[20]。该算法通过模拟狼群捕食行为及其猎物分配方式, 抽象出游走、召唤、围攻 3 种智能行为, “胜者为王”的头狼产生规则及“强者生存”的狼群更新机制, 构建了狼群算法, 并基于马尔科夫理论证明了算法的收敛性。狼群算法实现的具体步骤如下。

1) 数值初始化。初始化狼群中人工狼的位置 X_i 及其数目 N ; 最大迭代次数 $k_{\max}$, 探狼比例因子 α ; 最大游走次数 $T_{\max}$; 距离判定因子 w ; 步长因子

S ;更新比例因子 β 。

2) 选取最优人工狼为头狼,除头狼之外最佳的 $S_{\min}$ 匹人工狼被选为探狼,并执行游走行为,直到某匹探狼 i 侦察到的猎物气味浓度 Y_i 大于头狼所感知的猎物气味浓度 Y_{lead} 或达到最大游走次数 $T_{\max}$,则转至步骤3)。

3) 人工猛狼向猎物奔袭,若途中猛狼感知到猎物气味浓度 $Y_i > Y_{\text{lead}}$,则 $Y_{\text{lead}} = Y_i$,替代头狼并发起召唤行为;若 $Y_i < Y_{\text{lead}}$,则人工猛狼继续奔袭直到 $\leq d_{\text{near}}$,转至步骤4)。

4) 对参与围攻行为的人工狼的位置进行更新,执行围攻行为。

5) 按“胜者为王”的头狼产生规则,对头狼的位置进行更新;再按照“强者生存”的狼群更新机制进行群体更新。

6) 判断是否达到优化精度要求或最大迭代次数 $k_{\max}$,若达到则输出头狼的位置,即为所求问题的最优解;否则转至步骤2)。

根据上述步骤,狼群算法的流程如图7所示。

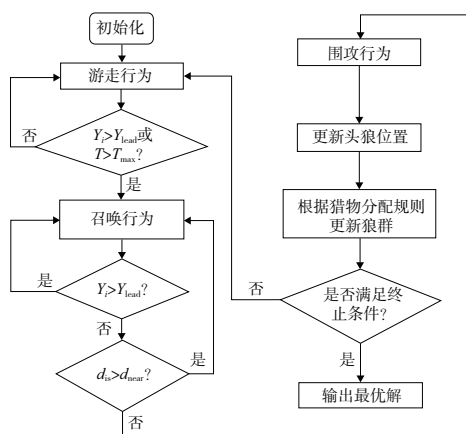
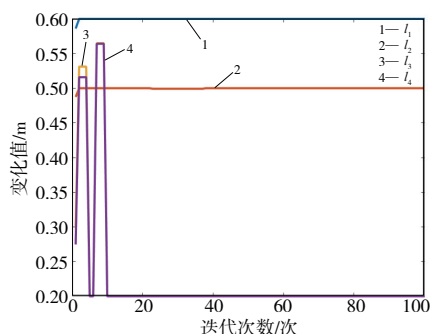


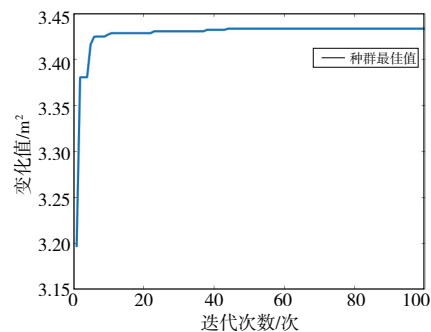
图7 狼群算法流程图

5.2 优化对比分析

选择 $N = 50$, $k_{\max} = 100$, $\alpha = 4$, $T_{\max} = 30$, $w = 100$, $S = 1\ 000$, $\beta = 10$, Matlab 编程后,得到参数迭代曲线图和参数优化曲线图,如图8所示。在45次迭代后,面积就取得最大值,为 3.435 m^2 ,此时参数为 $l_1 = 0.6$, $l_2 = 0.5$, $l_3 = 0.2$, $l_4 = 0.2$ 。通过线扫描方法运行后可得到其形状接近圆形,中间有两个圆形连接的孔洞,如图9所示。4个参数优化后面积得到较大提升,相比于第3.2节算例,提高约21倍。和第4节的分析相一致, l_1 、 l_2 都取得最大值, l_3 、 l_4 取得最小值。从细节上看,优化后机构工作空间对称,有利于实际的机构设计建造。



(a) 参数迭代曲线图



(b) 参数优化曲线图

图8 参数迭代曲线和参数优化曲线图

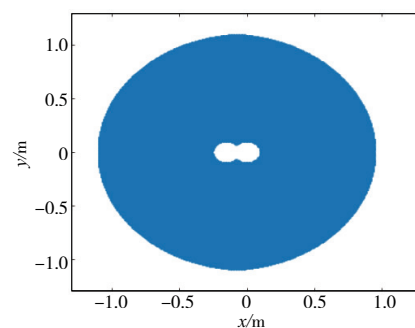


图9 优化后的可达工作空间

6 结语

1) 设计一种少自由度的平面两平移的并联机器人机构,该机构具有结构简单、半对称分布、刚度较好的特点。

2) 提出了一种简单的线扫描搜索法,实现对工作空间的快速搜索。

3) 通过狼群算法对机构的可达工作空间进行尺度优化,所得优化参数大幅度提高了机构的工作空间面积。

参考文献:

- [1] 王澍声,尤晶晶,黄宁宁,等. 一种新的可重构三自由度平面并联机构的结构设计及运动学分析[J]. 南京航空航天大学学报,2023,55(3):437-443.

(下转第172页)

- [5] 王培恩,霍鹏飞,田慕琴,等. 液压支架电液控制系统通信调度策略研究[J]. 煤炭工程, 2023, 55(2): 146-151.
- [6] 于波. 巴彦高勒煤矿采煤工作面自动化控制关键技术研究[J]. 煤炭科学技术, 2021, 49(增刊1): 63-68.
- [7] GUO Y N, ZHANG Z, LIU Q Y, et al. Decoupling-based adaptive sliding-mode synchro-position control for a dual-cylinder driven hydraulic support with different pipelines[J]. ISA Transactions, 2022, 123: 357-371.
- [8] ZOU Q. Extended state observer-based finite time control of electro-hydraulic system via sliding mode technique[J]. Asian Journal of Control, 2022, 24(5): 2311-2327.
- [9] 梁敬梅,李翠花. 基于神经网络逼近器的液压支架多缸协同控制[J]. 煤炭技术, 2023, 42(5): 223-225.
- [10] 闫茂里,李肖,王伟,等. 模糊PID控制器在浸出车间石蜡加热器温度闭环控制中的应用[J]. 中国油脂, 2022, 47(7): 98-102, 120.
- [11] 王磊,孙凯,袁瑞甫,等. 基于EtherCAT的液压支架智能控制系统研究[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2025, 44(3): 53-63.
- [12] 马志涛,付翔,李浩杰,等. 液压支架跟机移架控制异常工况模式识别方法[J]. 工矿自动化, 2025, 51(4): 36-43.
- [13] 韩会军,雷亚军,张金虎,等. 10 m 超大采高液压支架关键结构及其承载特性[J]. 煤炭学报, 2025, 50(4): 1993-2004.
- [14] 王云飞,赵继云,张鹤,等. 基于神经网络补偿的液压支架群推移系统直线度控制方法[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(11): 174-185.
- [15] 李珂,陈吉顺,张品,等. 液压支架大流量换向阀稳态液动力计算与补偿方法[J]. 液压与气动, 2024, 48(8): 77-92.
- [16] 曹连民,张德抗,赵东瑞,等. 膏体充填支架液压控制系统特性分析[J]. 机床与液压, 2024, 52(19): 141-145.
- [17] 梁占泽,周澍,陈海舰. 煤矿综采工作面作业人员定位与液压支架的协同控制方法研究[J]. 煤矿安全, 2024, 55(6): 217-222.
- [18] 韩会军,王国法,许永祥,等. 6~10 m 厚煤层超大采高液压支架及其工作面系统自适应智能耦合控制[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(5): 276-288.
- [19] 赵丽娟,张展鹏,曹正,等. 50 000 kN 液压支架试验台垂直加载液压缸同步控制[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2024, 43(2): 195-201.
- [20] 孙铭泽,王永强,常亚军,等. 液压支护机器人群组移架一致性分布式协同控制[J]. 煤炭学报, 2024, 49(增刊2): 1208-1222.

收稿日期:2024-01-03

(上接第 158 页)

- [2] 王迅. 冗余 4-RRR 并联机器人机构的运动学分析与优化设计[J]. 廊坊师范学院学报(自然科学版), 2024, 24(4): 26-34.
- [3] 陈晶,郭倩,朱伟. 一种并联混合机的运动学分析与尺度优化设计[J]. 机械传动, 2024, 48(10): 61-67.
- [4] 张蔚,陈浩. 一种平面二自由度并联机构工作空间分析[J]. 机床与液压, 2022, 50(5): 56-61.
- [5] 王冰,聂旭萌,韩书葵. 一种平面二自由度并联机器人速度性能与运动学参数关系研究[J]. 机床与液压, 2015, 43(21): 46-49.
- [6] 吴伟峰,张伟中,钱荣. 一种新型二自由度并联机构的运动学及静力学分析[J]. 机电工程, 2015, 32(2): 206-210.
- [7] 王冰,李东阳,聂旭萌. 一种平面二自由度并联机器人机构刚度性能与运动学参数关系研究[J]. 机械设计与制造, 2015(3): 170-172, 176.
- [8] 李占贤,赵永杰. 一种二自由度并联机器人机构灵活性研究[J]. 机械设计与研究, 2007, 23(2): 30-31, 39.
- [9] 孟齐志,谢福贵,刘辛军,等. 高速高负载并联机器人设计[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2022, 62(3): 416-426.
- [10] SNYMAN J A, DU PLESSIS L J, DUFFY J. An optimization approach to the determination of the boundaries of manipulator workspaces[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(4): 447-456.
- [11] 刘志忠,柳洪义,罗忠,等. 机器人工作空间求解的蒙特卡洛法改进[J]. 农业机械学报, 2013, 44(1): 230-235.
- [12] 王迅. 平面并联机器人机构工作空间边界的元胞搜索算法[J]. 机械设计与制造工程, 2024, 53(10): 52-56.
- [13] 任佳,雷虎. 一种新型矢栅转换的平行线扫描算法[J]. 科技信息(学术研究), 2008(9): 426-427.
- [14] 王娜,于敏,张永选,等. 新型 2URU-2RSS 并联机器人机构运动学分析多目标优化[J]. 机床与液压, 2024, 52(17): 28-38.
- [15] 张伟中,冯邵江,袁鑫宏,等. 2-PRU-PRRPa 并联机构运动学分析与性能优化[J]. 农业机械学报, 2025, 56(1): 497-506.
- [16] 伞红军,杨晓园,陈久朋,等. Delta 并联机器人运动学性能分析与结构参数优化[J]. 农业机械学报, 2024, 55(8): 446-458.
- [17] 丰晓东,赵耀虹,李瑞琴,等. 2-CPR/RPU 并联机构的构型设计及工作性能分析[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(12): 4902-4908.
- [18] 沈惠平,孔祥超,李菊,等. 正解符号化且运动解耦的 2T1R 并联机构拓扑设计与分析[J]. 农业机械学报, 2024, 55(5): 449-458.
- [19] 范昆龙,王生海,仇伟晗,等. 3UPU-UP 并联平台可操作性与工作空间分析[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(16): 6935-6942.
- [20] 李彦苍,徐培东. 基于自适应步长和莱维飞行策略的改进狼群算法[J]. 重庆大学学报, 2023, 46(12): 80-95.

收稿日期:2024-07-01