

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.05.012

线角复合随机振动试验参考谱定义方法

谢文蔚, 贺旭东

(南京航空航天大学 航空学院, 江苏 南京 210016)

摘 要:为实现线角复合随机振动试验,研究结构平动和转动自由度的振动参考谱定义方法。根据控制点加速度响应与结构平动和转动自由度之间的坐标变换关系,推导随机线振动和角振动方均根量级的计算公式。考虑结构为刚体,控制点的运动模式与结构刚体运动一致,因此线角复合随机振动试验的参考谱形状与控制点试验谱形状一致,线振动和角振动的方均根值由给定的结构线角振动量级比例以及控制点的试验谱计算而得。搭建 2 自由度线角复合随机振动控制试验系统,实现梁模型平动和转动复合随机振动试验控制,验证该参考谱定义方法的可行性。

关键词:振动环境试验;多输入多输出;随机振动;线角复合控制;参考谱

中图分类号:TH113.1 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2025)05-0062-05

Definition Method of Reference Spectral Density for Synthetical Linear-angular Random Vibration Test

XIE Wenwei, HE Xudong

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract:To achieve synthetical linear-angular random vibration testing, the vibration reference spectral density definition method for structural translational and rotational degrees of freedom was studied. Based on the coordinate transformation relationship between the acceleration response of control points and the translational and rotational degrees of freedom of the structure, formulas for calculating the root mean square magnitude of random linear vibration and angular vibration were derived. The structure was considered as a rigid body, and its movement kept consistent with the motion mode of the control point, Thus the shape of the reference spectral density of the linear-angular composite random vibration test fitted the one of the control point test spectral density. The root mean square values of the linear vibration and angular vibration were calculated from the given proportion of the structural linear vibration and angular vibration magnitude and the control point test spectral density. A two degree of freedom synthetical linear-angular random vibration control experimental system was constructed to achieve the beam model synthetical linear-angular random vibration experimental control, verifying the feasibility of the proposed reference spectral density definition method.

Keywords:vibration environment test; multiple-input multiple-output; random vibration; synthetical linear-angular control; reference conditions

0 引言

振动环境试验是对产品结构在实验室内进行功能性和耐久性考核的有效手段之一^[1-3]。多输入多输出振动控制试验相比于传统的单振动台试验具有诸多的优点,比如能够在多个轴向提供合理的输入力分布^[4-11]。线角复合随机振动试验以传统多输入多输出随机振动理论为基础,引入输入输出坐标转换方法,控制结构的刚体平动振动和刚体转动振动。线角复合随机振动试验在航空航天领域具有重要意义,飞行器系统在使用过程中受到的随机线、角振动会对飞行器关键系统的

性能造成严重影响^[12-14]。例如:飞行器系统惯组、导引头等敏感组件在工作时会因这些高频振动的强烈干扰而导致末制导系统的稳定性和精度受到影响,甚至导致目标从导引头很小的瞬时视场中丢失。

三轴 6 自由度随机振动试验是最完整的线角复合随机振动试验,能控制结构 3 个刚体平动自由度和 3 个刚体转动自由度的振动响应^[15]。对于某些细长型结构,线角复合随机振动试验可简化为控制结构的 1 个刚体平动自由度和 1 个刚体转动自由度,如图 1 所示,控制沿 x 轴向的平动和绕 z 轴的转动^[16-18]。

第一作者简介:谢文蔚(1997—),男,湖北黄石人,硕士研究生,研究方向为振动环境试验,2784898825@qq.com。

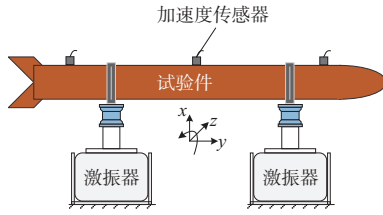


图1 双振台线角振动控制试验示意图

线角复合随机振动试验可以通过时域波形再现的方式进行振动环境控制。为了充分利用结构实测振动信号的数据归纳信息,需要定义线角复合随机振动的频域试验条件,即结构平动自由度和转动自由度振动的参考谱,ROSS 和陆玥等^[19-20]都对此进行了深入的研究。传统多输入多输出随机振动试验的参考谱一般由布置在结构关键部位的控制点传感器所定义,目前尚无直接定义线角振动参考谱的方法。

本文根据控制点加速度响应与结构平动和转动自由度之间的坐标变换关系,从传感器实测线振动的解析公式角度出发,结合控制点位置,提出一种将控制点的参考条件与结构刚体平动和转动的振动量级比例转化为线角复合随机振动试验参考谱的方法。本方法不考虑线角复合振动控制的互谱设置,试验参考谱形状与关键点参考谱形状一致。给出了一个线角复合随机振动试验并计算了结构的刚体平动、转动的振动量级比例以验证本文的参考条件定义方法。

1 坐标变换

对于线角复合随机振动试验,结构的刚体转动加速度通常通过传感器的线加速度转换得到。如图2所示,考虑1个刚体全部6个自由度运动, P 点为传感器所在位置。该传感器的绝对位移矢量可以表示为

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_b + \mathbf{r}_p \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}_p$ 为传感器位置点 P 的绝对位移矢量; $\mathbf{u}_b$ 为动坐标系的运动位移矢量; $\mathbf{r}_p$ 为点 P 在动坐标系中的运动位移矢量。

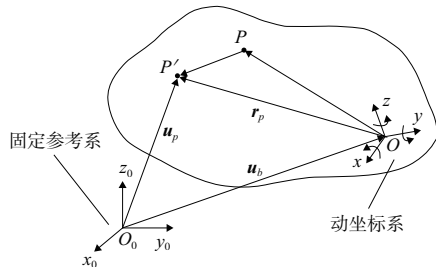


图2 6自由度系统加速度分析

对式(1)求二阶导即可得到点 P 的绝对加速度表达式

$$\ddot{\mathbf{u}}_p = \ddot{\mathbf{u}}_b + \ddot{\mathbf{r}}_p + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_p + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_p + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_p \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}$ 为动系的角加速度矢量; $\ddot{\mathbf{u}}_p$ 为点 P 的绝对加速度矢量; $\ddot{\mathbf{u}}_b$ 为动系的线加速度矢量; $\ddot{\mathbf{r}}_p$ 为点 P 相对于动系的加速度矢量; $2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_p$ 为科氏加速度; $\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_p$ 为切向加速度; $\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_p$ 为法向加速度。

由于传感器布置于结构上,因此不存在相对加速度。忽略科氏加速度和法向加速度,结构上传感器的绝对加速度可近似表示为

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{a} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} \quad (3)$$

式中: $\bar{\mathbf{a}}$ 为加速度传感器的3个线加速度; $\mathbf{a}$ 为结构的3个刚体平动加速度; $\boldsymbol{\alpha}$ 为结构的3个刚体转动加速度; $\mathbf{r}$ 为传感器的坐标矢量。

若结构上布置 n 个加速度传感器,则式(3)可以进一步表示为矩阵形式

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{Q}\mathbf{a} \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \bar{a}_{1x} \\ \bar{a}_{1y} \\ \bar{a}_{1z} \\ \vdots \\ \bar{a}_{nz} \end{bmatrix}_{3n \times 1}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (5)$$

矩阵 $\mathbf{Q}$ 表示为

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_1 & -y_1 \\ 0 & 1 & 0 & -z_1 & 0 & x_1 \\ 0 & 0 & 1 & y_1 & -x_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & y_n & -x_n & 0 \end{bmatrix}_{3n \times 6} \quad (6)$$

式中: $x_1, y_1, z_1, \dots, z_n$ 表示以结构形心的初始位置为原点的绝对坐标系下各传感器的坐标; n 为传感器的数目。矩阵 $\mathbf{Q}$ 为长方阵,用伪逆可定义加速度传感器与结构刚体运动自由度之间的变换矩阵 $\mathbf{T}$ 。

$$\mathbf{T}_{6 \times 3n} = (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T \quad (7)$$

式中上标 T 表示矩阵做转置。根据式(4),结构的6个刚体自由度运动可用传感器的线加速度响应表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{T} \bar{\mathbf{a}} \quad (8)$$

2 参考条件定义方法

线角复合随机振动试验是三轴6自由度振动

试验的特殊形式,只考虑结构平动自由度和转动自由度的自谱控制,而各自由度之间的相干系数和相位角,即互谱关系暂不考虑控制。

若将一传感器布置于结构关键部位,即振动试验的控制点处,由式(3)可知,该式左边为控制点传感器的线振动加速度,右边第1项为结构刚体平动振动引起的线加速度,右边第2项为结构刚体转动引起的加速度,即角振动的切向加速度。

因此可以在控制点位置将该点传感器的线振动按照式(3)分解,并假设各个控制自由度相互独立,就可以结合给定的结构线角振动量级比例系数来定义线角复合随机振动试验的参考谱。

首先给出控制点的试验谱自谱密度(后简称试验谱)谱形,其方均根量级为 s ;结构线角振动量级比例,即结构刚体平动振动和角振动引起的切向加速度振动量级比例为 $1:\lambda$,则式(3)中结构刚体平动振动的参考谱方均根量级可以表示为

$$R_{MS}(a) = \frac{s}{\sqrt{1+\lambda^2}} \quad (9)$$

式中 $R_{MS}(\cdot)$ 表示求信号方均根值。由角振动引起的切向加速度振动的参考谱方均根量级可以表示为

$$R_{MS}(\alpha \times r) = \frac{\lambda s}{\sqrt{1+\lambda^2}} \quad (10)$$

由式(9)和式(10)可以得到结构刚体平动振动和刚体转动引起的切向加速度振动的参考谱方均根量级,还需确定结构刚体转动自由度角振动的参考谱量级。刚体转动角振动的参考谱量级与控制点位置有关,设控制点位置坐标为 (x, y, z) ,根据式(3),该点传感器的3个正交轴向线加速度可以表示为

$$\begin{cases} \bar{a}_x = a_x + z\alpha_y - y\alpha_z \\ \bar{a}_y = a_y + x\alpha_z - z\alpha_x \\ \bar{a}_z = a_z + y\alpha_x - x\alpha_y \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)可得控制点3个正交轴向试验谱的方均根量级为

$$\begin{cases} s_x^2 = E[(a_x + z\alpha_y - y\alpha_z)^2] \\ s_y^2 = E[(a_y + x\alpha_z - z\alpha_x)^2] \\ s_z^2 = E[(a_z + y\alpha_x - x\alpha_y)^2] \end{cases} \quad (12)$$

式中 s_x, s_y, s_z 分别表示控制点 x, y, z 轴向的试验谱方均根量级。假设各自由度运动相互独立,该控制点3轴向的平动和转动均不存在耦合,则式(12)可简化为

$$\begin{cases} s_x^2 = E(a_x^2) + z^2 E(\alpha_y^2) + y^2 E(\alpha_z^2) \\ s_y^2 = E(a_y^2) + x^2 E(\alpha_z^2) + z^2 E(\alpha_x^2) \\ s_z^2 = E(a_z^2) + y^2 E(\alpha_x^2) + x^2 E(\alpha_y^2) \end{cases} \quad (13)$$

将式(9)和式(10)带入式(13)得:

$$\begin{cases} R_{MS}(a_x) = \sqrt{E(a_x^2)} = \frac{s_x}{\sqrt{1+\lambda_x^2}} \\ R_{MS}(a_y) = \sqrt{E(a_y^2)} = \frac{s_y}{\sqrt{1+\lambda_y^2}} \\ R_{MS}(a_z) = \sqrt{E(a_z^2)} = \frac{s_z}{\sqrt{1+\lambda_z^2}} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} z^2 E(\alpha_y^2) + y^2 E(\alpha_z^2) = \frac{\lambda_x^2 s_x^2}{1+\lambda_x^2} \\ x^2 E(\alpha_z^2) + z^2 E(\alpha_x^2) = \frac{\lambda_y^2 s_y^2}{1+\lambda_y^2} \\ y^2 E(\alpha_x^2) + x^2 E(\alpha_y^2) = \frac{\lambda_z^2 s_z^2}{1+\lambda_z^2} \end{cases} \quad (15)$$

式中 $R_{MS}(a_x), R_{MS}(a_y), R_{MS}(a_z)$ 分别表示结构的3个刚体平动振动量级。以结构几何中心为坐标原点,若关键点位置坐标 x, y, z 均不为0,对式(15)解方程可得3个刚体转动角振动的振动量级,即

$$\begin{cases} R_{MS}(\alpha_x) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{y^2} \cdot \frac{\lambda_z^2 s_z^2}{1+\lambda_z^2} + \frac{1}{z^2} \cdot \frac{\lambda_y^2 s_y^2}{1+\lambda_y^2} - \frac{x^2}{y^2 z^2} \cdot \frac{\lambda_x^2 s_x^2}{1+\lambda_x^2} \right)} \\ R_{MS}(\alpha_y) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \frac{\lambda_z^2 s_z^2}{1+\lambda_z^2} + \frac{1}{z^2} \cdot \frac{\lambda_x^2 s_x^2}{1+\lambda_x^2} - \frac{y^2}{x^2 z^2} \cdot \frac{\lambda_y^2 s_y^2}{1+\lambda_y^2} \right)} \\ R_{MS}(\alpha_z) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \frac{\lambda_y^2 s_y^2}{1+\lambda_y^2} + \frac{1}{y^2} \cdot \frac{\lambda_x^2 s_x^2}{1+\lambda_x^2} - \frac{z^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{\lambda_z^2 s_z^2}{1+\lambda_z^2} \right)} \end{cases} \quad (16)$$

式(14)和式(16)给出了线角复合随机振动结构线振动和角振动的方均根值,线角振动的参考谱形状与控制点试验谱形状保持一致,由此得到了将结构控制点的参考条件与结构刚体平动、转动的振动量级比例转化为线角复合随机振动试验参考谱的方法。

3 试验

为验证上述线角复合振动参考谱定义方法的可行性,本小节以梁模型为试验对象,设计了一个2自由度线角平稳高斯随机振动控制试验。试验设备包括VXI数据采集与发送设备系统、计算机、激振器、功率放大器、加速度传感器,并使用

MATLAB 编程控制。设备连接调试完毕后,通过 VXI 数据采集与发送设备系统发送平稳高斯随机信号,经过功率放大器放大后发送至激振器,再由 VXI 数据采集与发送设备系统采集加速度信号并储存到计算机中进行分析。试验装置如图 3 所示。一根长 0.5 m 的铝梁平置固定在两个激振器上,控制目标为该铝梁的 x 方向垂向振动和绕 z 轴转动振动。以 2 号传感器为原点,3 号点为控制点,3 个加速度传感器摆放位置坐标分别为 $(0, -0.125)$ 、 $(0, 0)$ 以及 $(0, 0.125)$,单位为 m。试验示意图如图 4 所示。

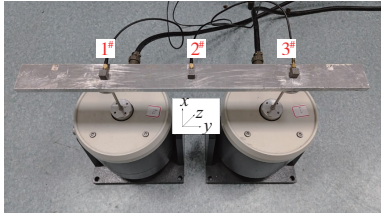


图 3 试验装置图

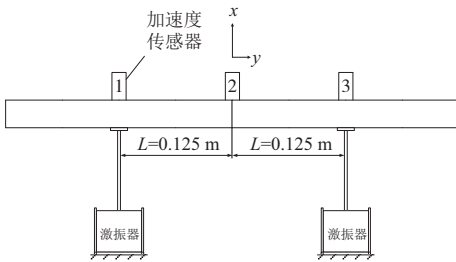


图 4 试验示意图

1) 利用传感器坐标计算出输入响应转换矩阵。由于试验系统为单轴 2 自由度系统且传感器 x 、 z 方向坐标均为 0, 所以根据式 (7) 可得输入响应转换矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -4 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

2) 设置参考条件。当控制对象为如图 3 所示的梁的刚体平动、转动振动时,由边界条件易知 $s_y = 0$ 、 $s_z = 0$ 、 $x = 0$ 、 $z = 0$, 带入式 (14) 和式 (16) 得

$$\begin{cases} R_{MS}(a_x) = \frac{s_x}{\sqrt{1+\lambda_x^2}} \\ R_{MS}(a_z) = \frac{\lambda_x s_x}{y \sqrt{1+\lambda_x^2}} \end{cases} \quad (18)$$

控制点的振动试验谱如图 5 所示,方均根量级为 $s_x = 0.087 \text{ } 4g$, 结构刚体平动、转动振动量级比例为 19 : 1。如此,根据式 (18) 计算得结构刚

体平动振动参考谱方均根量级为 $0.087 \text{ } 3g$, 结构刚体转动振动参考谱方均根量级为 0.360 rad/s^2 。

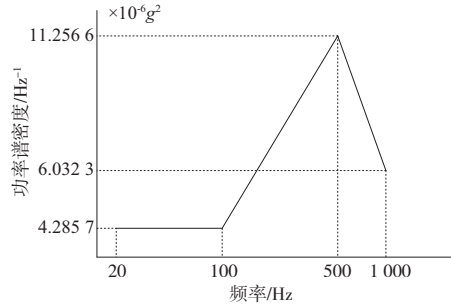


图 5 线角复合随机振动试验参考谱

3) 进行线角复合随机振动试验。图 6 展示了 x 轴向平动振动和绕 z 轴的转动振动的控制功率谱密度。图 7 给出了时长为 5 s 的控制时域信号片段, 根据时域信号计算, 结构线振动的振动量级为 $0.088 \text{ } 5g$, 与参考谱的误差为 1.4%; 结构角振动的振动量级为 0.369 rad/s^2 , 与参考谱的误差为 2.5%。表 1 对比了参考谱和控制信号的方均根量级, 误差在合理范围内。

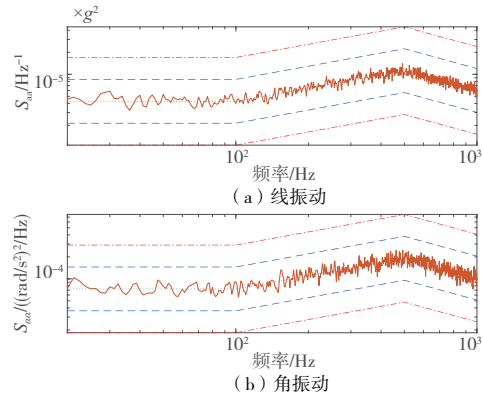


图 6 线角复合随机振动试验响应谱

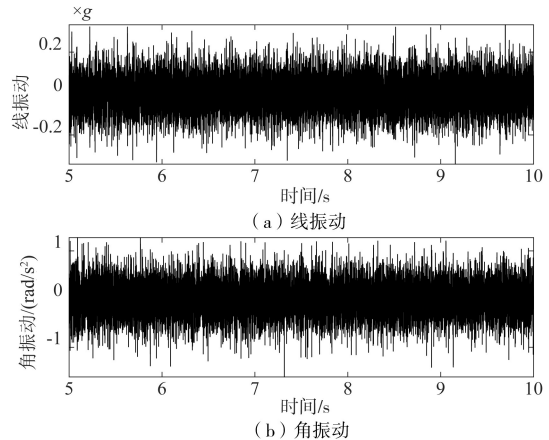


图 7 控制的振动响应信号片段

表1 参考谱、控制信号的方均根量级

项目	参考谱	控制信号
结构刚体平动振动量级($\times g$)	0.087 3	0.088 5
结构刚体转动振动量级/(rad/s^2)	0.360	0.369

4 结语

本文研究线角复合随机振动试验参考谱定义方法。通过分析结构上点的线振动解析表达式,结合结构控制点的试验谱条件、结构刚体平动与刚体转动的振动量级比例、控制点位置,从而求得得到结构刚体平动与结构刚体转动的参考谱量级。本文的主要研究工作总结如下。

1) 提出了一种线角复合随机振动试验参考谱的确定方法。各自由度参考谱方均根量级计算需要结构控制点的试验谱条件、结构刚体平动与刚体转动的振动量级比例、控制点位置,参考谱形状则与给定的控制点控制谱形状保持一致。

2) 给出了一个2自由度线角复合随机振动试验参考谱设置案例及其控制结果。试验结果表明,所提的参考谱定义方法有效可行,所控制的结构刚体平动振动和结构刚体转动振动响应谱均满足预设的容差要求。

参考文献:

- [1] 韩增尧,邹元杰,朱卫红,等. 航天器力学环境分析与试验技术研究进展[J]. 中国科学:物理学 力学 天文学,2019,49(2):6-22.
- [2] AGLIETTI G S, REMEDIA M, APPOLLONI M, et al. Spacecraft structure model validation and test philosophy[J]. AIAA Journal,2019,57(5):2109-2122.
- [3] 孟光,周徐斌,苗军. 航天重大工程中的力学问题[J]. 力学进展,2016,46:267-322.
- [4] 崔旭利. 多输入多输出随机振动试验控制算法及若干问题研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2011.
- [5] UNDERWOOD M A, KELLER T, AYRES R. Multi-shaker control: a review of the evolving state-of-the-art [J]. Sound and Vibration,2017,51(8):8-16.
- [6] ZHENG R H, MA Y, WEI X H, et al. Multi-shaker shock response spectra replication control[J]. Journal of

Vibration and Control,2023,29(15/16):3744-3755.

- [7] 吴家驹. 振动试验中的多合并激技术[J]. 强度与环境,1992,19(1):1-5.
- [8] 吴家驹,荣克林. 多维振动环境试验方法[J]. 导弹与航天运载技术,2003(4):27-32.
- [9] 吴家驹. 多维振动环境试验控制策略的分析基础[J]. 强度与环境,2008,35(4):1-6.
- [10] 夏益霖. 多轴振动环境试验的技术、设备和应用[J]. 导弹与航天运载技术,1996(6):48-55.
- [11] 朱银龙,陈怀海,贺旭东,等. 多输入多输出正弦振动试验控制系统算法研究及实现[J]. 振动工程学报,2008,21(1):62-65.
- [12] 李晓波,吴斌,董程,等. 捷联惯导减振系统的耦合振动研究[J]. 装备环境工程,2014,11(2):43-49.
- [13] 马兴瑞,于登云,韩增尧,等. 星箭力学环境分析与试验技术研究进展[J]. 宇航学报,2006,27(3):323-331.
- [14] 马兴瑞,韩增尧,邹元杰,等. 航天器力学环境分析与条件设计研究进展[J]. 宇航学报,2012,33(1):1-12.
- [15] 郑荣慧,徐俊,陈国平,等. 三轴六自由度随机振动试验转换矩阵原理及控制方法[J]. 振动工程学报,2022,35(3):544-549.
- [16] 苏华昌,姜虹,胡亚冰. 飞行器末制导系统线角振动环境模拟试验技术[J]. 现代防御技术,2014,42(3):47-52.
- [17] 张文伟,赵朋飞,庞家志,等. 典型飞行器线角复合振动环境再现技术[J]. 航天器环境工程,2017,34(6):649-655.
- [18] 邹学利,李宏民,王海燕. 多轴振动与冲击复合环境试验技术研究[J]. 振动与冲击,2019,38(3):237-243,278.
- [19] ROSS M, JACOBS L D, TIPTON G, et al. 6-DOF shaker test input derivation from field test [M]// HARVIE J M, BAQERSAD J. , eds. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing,2017:11-22.
- [20] 陆玥. 三轴六自由度振动试验条件确定研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2019.

收稿日期:2023-12-06