

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.01.007

镍基单晶带冠叶盘非线性振动特性研究

姜延,臧朝平,杨光,敬彤

(南京航空航天大学 能源与动力学院,江苏 南京 210016)

摘要:研究晶体取向对镍基单晶带冠叶盘非线性振动特性的影响,探讨振幅幅值随晶向角变化的复杂性,通过坐标旋转过程中的欧拉角描述晶向位置,建立节点-节点三维可变正压力模型来描述不同接触条件下的非线性摩擦力。基于循环对称边界条件,采用多谐波平衡法计算在参考晶向位置下的带冠叶盘非线性响应,利用计算结果研究下晶向位置对非线性振动特性的影响,并构建振幅幅值随晶向位置变化的代理模型。代理模型的准确性通过几个实例得到了验证。结果表明:在不同晶向角下,单晶带冠叶盘的非线性响应存在显著差异。因此,关注晶体取向对非线性响应振幅幅值的影响,以避免在高循环疲劳中出现损伤。

关键词:单晶叶片;谐波平衡法;非线性振动;晶体取向

中图分类号:TB532 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2026)01-0036-06

Study on Nonlinear Response Performance of Nickel-based Single Crystal Shrouded Bladed Disk

JIANG Yan,ZANG Chaoping,YANG Guang,JING Tong

(College of Energy and Power,Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,Nanjing 210016,China)

Abstract:This paper studies the impact of crystal orientation on the nonlinear response of nickel-based single crystal shrouded bladed disk,and explores the complexity of the amplitude peak variations along with the changes of crystal orientation angles. Crystal orientation angle is described with the definition of Euler angles rotation. Node-to-node 3D-variable positive pressure friction model is established to describe the contact state in different condition. Based on the cyclic symmetry constraints,Multi-Harmonic Balance method is used to calculate the nonlinear response of shrouded bladed disk with reference points in different crystal orientation. With the calculation results in reference points, the effect of crystal orientation angles on the nonlinear response in different excitation force are investigated,and the surrogate models are constructed,whose accuracy is verified by several examples. The results show that the nonlinear response of single crystal shrouded blade disk in different crystal orientation angles manifests significant difference. Therefore,it is of necessity to pay attention to the effect of the crystal orientation on the nonlinear response and peak amplitude to avoid the damage in high-cycle fatigue.

Keywords:single-crystal bladed disk;Harmonic-Balance method;nonlinear vibration;crystal orientation

0 引言

随着航空发动机对推力和性能要求的不断提高,单晶叶片因其在复杂条件下的优异力学性能而被广泛应用^[1]。单晶叶片在铸造过程中理想的生长方向是与叶片的堆叠线方向一致。然而,由于技术限制,通常叶片的生长方向([0 0 1])与叶片的堆叠线方向存在一定偏差,且控制在15°以内。不同晶向位置下的动力学特性之间往往具有一定的差异。

同时,在叶片叶型的设计中,为了避免高周疲劳,通常会在设计过程中引入干摩擦阻尼结构,通

过接触面之间的相对滑移产生热能,进而消耗机械能,以实现减振的目的。常见的减振结构包括叶冠、缘板等^[2-4]。通过干摩擦阻尼结构实现减振目的的方法在叶型的设计中已经有广泛的应用。

分析带干摩擦阻尼结构的非线性振动特性通常在频域中结合合适的接触模型分析^[5-7],如PETROV等^[8]即通过谐波平衡法计算并分析考虑初始预压力的带冠叶盘的非线性振动特性,并进行规律总结;TAMATAM等^[9]根据非线性振动过程中的能量损耗研究了随磨损深度变化的带冠叶盘的非线性振动变化趋势;HU等^[10]结合分形理论和多谐波平衡法,计算不同条件下带缘板阻尼

基金项目:国家自然科学基金项目(52105104,52475106)

第一作者简介:姜延(1999—),男,吉林延吉人,硕士研究生,研究方向为航空发动机结构振动与减振技术,非线性动力学,yan.jiang@nuaa.edu.cn。

结构的非线性响应。

然而,目前针对单晶叶片/叶盘的主要研究集中在强度、蠕变等,如 VOROBIOV 等^[11]针对单晶叶片模态进行分析,并研究了晶向位置对单晶叶片频率的影响,高至远等^[12]研究了单晶叶片的高频振动疲劳特性,而与之相对的是,针对单晶叶片/叶盘的非线性响应的研究较少。本文以常见的带干摩擦阻尼结构的带冠叶片为主要研究对象,对单晶带冠叶盘在不同晶向位置下的非线性振动特性进行研究。针对晶体取向的不确定性,利用 Kriging 法构建叶盘非线性响应幅值随晶向位置变化的代理模型,实现了对任意晶向位置下的叶盘非线性响应振幅的快速预测。通过两个随机晶体取向下的单晶带冠叶盘非线性响应的幅值结果验证了代理模型的准确性。

1 单晶带冠叶盘非线性响应计算方法与幅值预测方法

1.1 单晶叶片晶向位置描述

单晶叶片在铸造过程中,晶向生长方向 $[001]$ (材料坐标系主轴 z)与叶片堆叠线方向之间的偏差角为单晶叶片主轴偏差角 θ ,通常控制在 15° 之内,如图1所示。

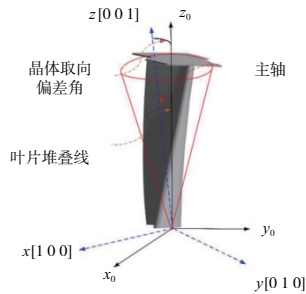


图1 材料坐标 (x, y, z) 与结构坐标 (x_0, y_0, z_0)

不同的晶向位置对镍基高温单晶叶片的力学特性影响较大。为了研究不同晶体取向下的动力学特性就必须对单晶叶片的晶向位置进行准确描述。通常利用欧拉角实现材料坐标系与结构坐标系之间的转换:a)第1次旋转是绕结构坐标系的 z_0 轴旋转,角度为 ψ ;b)第2次旋转是绕第1次旋转获取的坐标系 x'_0 轴旋转,角度为 θ ;c)第3次旋转是绕第2次旋转获取的坐标系 z 轴旋转,角度为 φ ,如图2所示^[13]。由于单晶材料的主轴位置对叶片的动力学特性极为重要,而第3次旋转只是沿着材料坐标系的主轴旋转,因此可以忽略第

3次旋转的影响,仅需要前两次旋转的晶向角 ψ 和 θ 即可表征单晶涡轮叶片的动力学特性^[14]。

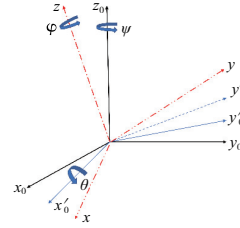


图2 材料坐标与全局坐标之间的转换

通常采用平面极坐标图来直观表示单晶叶片材料主轴的位置,如图3所示。极轴代表材料晶向主轴的晶向角,即为主轴偏差角 θ ,角度方向代表主轴的周向位置角 β 。图3中的3个圆点表示3个不同晶向位置的叶片。3个单晶叶片的晶向角 θ 和周向位置角 β 分别为 $(5^\circ, 10^\circ, 15^\circ)$ 和 $(270^\circ, 30^\circ, 180^\circ)$ 。

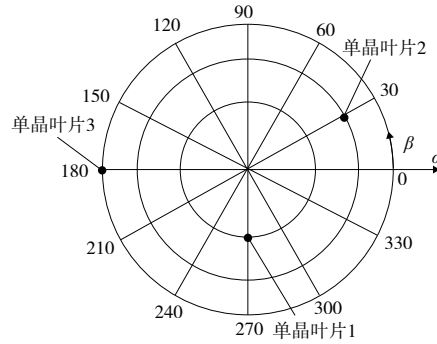


图3 材料晶向主轴位置

根据图2—图3,晶向角与平面极坐标图中两个角度之间的关系可表示为

$$\theta = \alpha, \beta = -\arctan(\cot\psi) \quad (1)$$

式中:晶向角 ψ 的范围为 $[0^\circ, 360^\circ]$;晶向角 θ 的范围为 $[0^\circ, 15^\circ]$ 。

1.2 多谐波平衡法

通常来讲,非线性系统的振动方程可写为

$$\ddot{\mathbf{M}}\mathbf{u} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{u} + \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{f}_{nl} = \mathbf{f}\sin(\omega t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵以及刚度矩阵; $\mathbf{f}_{nl}$ 为系统的非线性力; $\mathbf{f}\sin(\omega t)$ 为频率为 ω 的外激励力。一般来说,在周期性激励下,位移解是周期性的,可以用傅里叶级数表示:

$$u(t) = U^0 + \sum_{k=1}^{N_h} U^{ck} \cos(k\omega t) + U^{sk} \sin(k\omega t) \quad (3)$$

式中: N_h 为截断谐波阶数; U^{ck} 和 U^{sk} 分别为 k 阶谐

波对应的傅里叶系数。 U 为由位移的傅里叶系数组成的矢量,可表示为

$$U = [U^0, U^{c1}, U^{s1}, \dots, U^{cN_h}, U^{sN_h}]^T \quad (4)$$

定义频导算子 ∇ :

$$\nabla = \text{diag}(0, \nabla_1, \nabla_2, \dots, \nabla_{N_h}); \nabla_i = i \cdot \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

通过伽辽金算法计算出用以傅里叶系数为未知量的多谐波平衡方程

$$G(\omega, U) = P(\omega) \cdot U + F_{nl} - F = 0 \quad (6)$$

式中: $P(\omega) = N_M \omega^2 \nabla^2 + N_C \omega \nabla + N_K$,其中 $N_K = \text{diag}(K_1, K_2, K_3, \dots, K_n)$, N_C 与 N_M 在结构上与 N_K 相同。因此,求解非线性系统稳态响应周期解的问题转为求傅里叶系数的求根问题^[15]。通常采用Newton-Raphson法迭代求解系统的非线性平衡方程。

1.3 接触模型

本文采用先进的节点-节点的三维变正压接触模型用于计算接触界面非线性力,如图4所示: u, v 为接触点之间的切向位移和法向位移; k_t 和 k_n 为切向接触刚度和法向接触刚度; μ 为接触界面的摩擦因数; T 为切向干摩擦力; x 和 y 为正交坐标系。

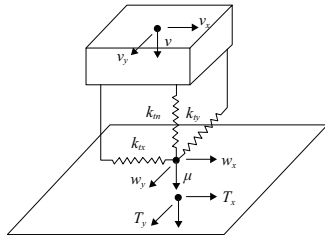


图4 三维变压力模型

在接触界面的运动过程中,接触节点之间的法向正压力 N 与法向相对位移 v 的关系为

$$N = \max(0, k_n v) \quad (7)$$

使用两个正交的二维库仑摩擦模型来模拟接触模型,接触界面的摩擦力 T 取决于接触界面之间的接触状态,不同接触状态下的干摩擦力可通过接触界面的状态获取。

1.4 代理模型构建方法

为了快速预测不同晶向位置下带冠叶盘非线性响应幅值,本文通过目前备受关注的代理模型法对不同晶向位置下的单晶带冠叶盘非线性响应幅值进行预测。Kriging法由于可以基于变异函数和结构分析理论,利用区域化变量的原始数据

和变异函数的结构特征,对未知样本进行最优无偏估计而备受关注。Kriging法描述如下:

$$y(x) = f^T(x)\beta + z(x) \quad (8)$$

式中: $z(x)$ 为服从正态分布的随机过程 $N(0, \sigma^2)$; $f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_p(x)]^T$ 为全局回归模型; $\beta = [\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_p]$ 为回归系数^[16-18]。

合理选择参考点是利用Kriging法构建精确的代理模型的前提。基于Kriging法构建代理模型所用的晶向参考点如图5所示。参考点在平面极坐标系均匀分布,角度 θ 分为6份,角度 β 分为25份。根据公式, Ψ 同样分为25份。需要计算的参考点总数为150。结合晶向位置在参考点的非线性振动幅值结果,通过Kriging法构建代理模型,即可快速获取任意晶向角下单晶调谐叶盘幅值。

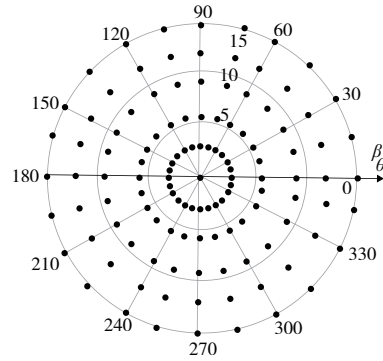


图5 参考点分布

1.5 谐调叶盘循环对称边界条件

在考虑循环对称的边界条件之后,相邻扇区的边界位移可建立如下关系^[19]

$$x_{\text{right}} = e^{\frac{iN}{k}} x_{\text{left}} \quad (9)$$

式中 k 为循环指数,其数值等于行波数,取值范围为 $0 \sim N_b/2$,因此,在确认循环指数的基础上,通过获取的压力分布,即可计算相邻扇区的相对位移,进而通过三维变压力模型判断接触状态并计算干摩擦力。

2 晶向位置对非线性振动特性影响分析

2.1 单晶带冠叶盘有限元模型

使用具有相同晶向位置的单晶叶片构建调谐叶片盘。由于叶盘具有循环对称特性,因此在非线性计算中,可以将叶盘简化为基本扇形,并在扇形界面上应用适当的边界条件,以提高计算速度,如图6所示。



图6 整体叶盘

假定叶盘为无限刚性,因此叶根固定。同时,周期对称性条件仅通过叶片与叶片之间的耦合作用于带冠叶片。带冠叶片的加载条件的有限元模型如图7所示,材料参数和接触模型参数值如

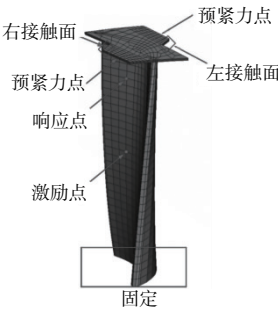


图7 单扇区叶片加载条件

表1 带冠单晶叶盘参数和接触模型的参数

参数	数值	参数	数值
材料	DD6	切向接触刚度 $k_{ty}/(\text{N/mm})$	1×10^5
弹性模量 $E ([0\ 0\ 1])/(\text{MPa})$	131 500	法向接触刚度 $k_n/(\text{N/mm})$	1×10^5
切变模量 $G ([0\ 0\ 1])/(\text{MPa})$	155 070	摩擦因素 μ	0.3
泊松比 $\mu ([0\ 0\ 1])$	0.344	静态载荷 $F_{\text{static}}/\text{N}$	100
密度 $\rho/(\text{kg/m}^2)$	8 780	激励力 F_{ex}/N	0.5;2;5
切向接触刚度 $k_{tx}/(\text{N/mm})$	1×10^5		

集中的周期激励力 F_{ex} 施加在叶片的中节点上,图8显示了相邻扇区的接触面,该接触面离散为30个接触节点,并显示了右接触面与相邻叶片左接触面之间的接触模型。考虑的循环指数为3,谐波阶次为3。

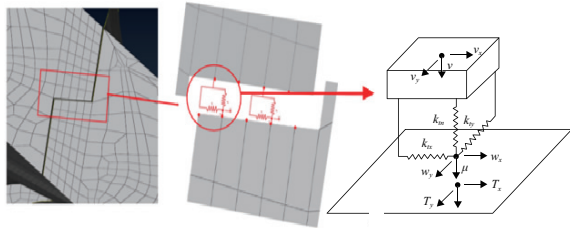


图8 节点对接触模型

2.2 晶体取向对非线性响应的影响

取晶体取向角 θ 为 3° ,以激励力为2 N时不同晶向角下的响应幅值为例,晶体取向角 Ψ 对响应节点的频响函数的影响如图9所示。随着晶体取向角 Ψ 的增大,频响函数曲线在一定范围内呈周期性移动。同时,不同晶向角的单晶带冠叶盘响应节点的振幅差异较大。晶向角 Ψ 为 105° 和 315° 之间的振幅变化为 $0.95 \times 10^{-3} \text{ m}$ 。结果表明晶体取向角 Ψ 对非线性响应有显著影响。

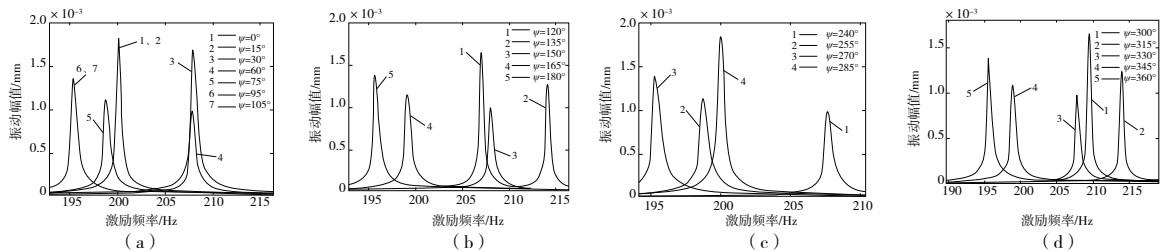


图9 激励力为2 N时晶向角 Ψ 对频响函数曲线的影响

图10为当晶向角 Ψ 为 195° 时,单晶带冠叶盘响应节点在不同晶向角 θ 下的非线性响应。结果表明:当激励力为0.5 N时,频响函数曲线随晶

体取向角 θ 的变化而周期性移动,而振幅也随晶体取向角 θ 的变化而发生明显变化。然而,随着激励力的增加,虽然频响函数曲线仍随晶体取向

角 θ 的变化而周期性变化,但振幅的变化并不明显。与振幅随晶体取向角 ψ 的变化相比,当激振

力较大时,振幅随晶体取向角 θ 的变化在控制范围内变化不大。

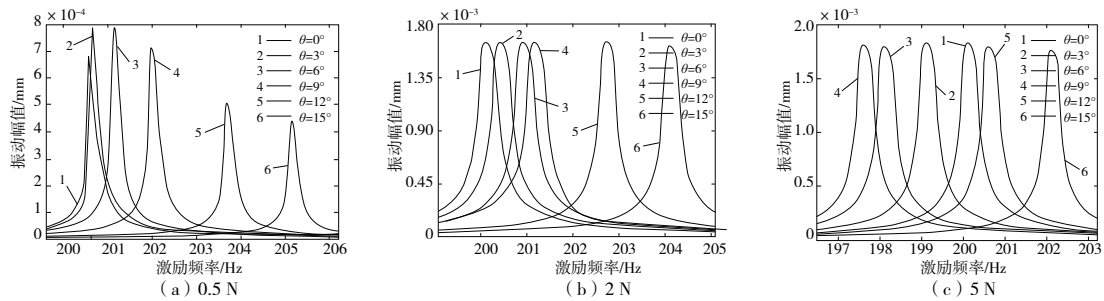


图 10 不同激振力下晶向角 θ 对频响函数曲线的影响

2.3 非线性响应幅值代理模型

由于晶向位置在一定程度上可以认为是随机的,因此可以通过构建代理模型来预测不同晶向角下的非线性振动幅值。利用 Kriging 法构建了以图 6 所示参考点的计算结果为基础的振幅的代理模型。以激振力为 0.5 N 为例,构建的代理模型,如图 11 所示。

为了验证代理模型的准确性,计算了 5 组随机晶向位置下单晶带冠叶盘的非线性振动特性。计算通过多谐波平衡法得到的振幅幅值与通过代

理模型预测的振幅幅值之间的差异,结果如表 2 所示。

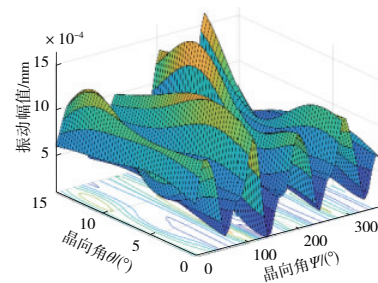


图 11 0.5 N 激振力下振幅随晶向位置变化的代理模型

表 2 利用多谐波平衡法计算结果与利用代理模型预测结果对比

激振力/N	实例/(°)		多谐波平衡法计算结果/m	代模型预测结果/m	偏差/%
0.5	243	2.5	2.028×10 ⁻⁴	2.096×10 ⁻⁴	3.4
	70	6.7	5.843×10 ⁻⁴	5.512×10 ⁻⁴	5.7
	105.6	2.2	1.129×10 ⁻³	1.112×10 ⁻³	1.5
	276.1	12.8	9.783×10 ⁻⁴	9.815×10 ⁻⁴	0.3
2	42.8	1.6	8.862×10 ⁻⁴	9.023×10 ⁻⁴	1.8
	243	2.5	9.763×10 ⁻⁴	9.871×10 ⁻⁴	1.1
	70	6.7	1.035×10 ⁻³	1.051×10 ⁻³	2.5
	105.6	2.2	1.823×10 ⁻³	1.858×10 ⁻³	1.9
	276.1	12.8	1.796×10 ⁻³	1.822×10 ⁻³	1.4
5	42.8	1.6	1.626×10 ⁻³	1.652×10 ⁻³	1.6
	243	2.5	1.340×10 ⁻³	1.301×10 ⁻³	2.9
	70	6.7	1.382×10 ⁻³	1.437×10 ⁻³	3.5
	105.6	2.2	1.957×10 ⁻³	1.977×10 ⁻³	1.0
	276.1	12.8	1.973×10 ⁻³	1.945×10 ⁻³	1.4
	42.8	1.6	1.785×10 ⁻³	1.832×10 ⁻³	2.6

结果表明:在不同激振力下,通过多谐波平衡法计算的振幅幅值与通过代理模型预测的振幅幅值之间的误差小于 5.7%,验证了代理模型的准确

性。同时,结果表明通过代理模型预测的非线性响应的振幅是可行的。

3 结语

本文研究了晶体取向对单晶带冠叶盘干摩擦非线性振动特性的影响。采用先进的节点-节点三维变正压力模型和多谐波平衡法计算晶体取向位置在参考点下的谐调叶盘非线性响应。通过计算结果研究了晶体取向位置对单晶带冠叶盘非线性振动特性的影响。构建了振幅幅值随晶向角变化的代理模型,并通过几组不同的任意晶向角下的非线性响应验证了代理模型的准确性。研究的主要结论总结如下。

1) 计算了单晶带冠叶盘在不同晶体取向角下的非线性振动特性,并研究了不同晶体取向位置的影响。根据计算结果,随着激振力的增加,不同晶向角的对单晶带冠叶盘的非线性振动特性的影响是不同的。

2) 由于振幅幅值对非线性响应具有重要影响,为了预测不同晶体取向的调谐叶盘的非线性响应,构建了不同激振力下振幅幅值的代理模型。代理模型的准确性通过几个实例得到验证。通过代理模型可以快速获得不同晶向角的带冠叶盘振幅幅值。

3) 晶向位置对带冠叶盘的振幅幅值具有重要影响,因此在铸造单晶叶片的过程中,除了要考虑晶体取向对单个单晶叶片强度和疲劳的影响外,还要考虑整体叶盘在不同晶向角下的非线性响应,以避免叶盘因高循环疲劳而损坏。

参考文献:

- [1] WANG R Q, JING F L, HU D Y. In-phase thermal - mechanical fatigue investigation on hollow single crystal turbine blades [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(6): 1409-1414.
- [2] 石多奇,隋天校,王相平,等. 单晶叶片取向相关的统一屈服强度分析方法及应用[J]. 航空动力学报, 2021, 36(2): 329-340.
- [3] SCHWINGSHACKL C W, PETROV E P, EWINS D J. Effects of contact interface parameters on vibration of turbine bladed disks with underplatform dampers [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2012, 134(3): 032507.
- [4] PETROV E P, ZACHARIADIS Z I, BERETTA A, et al. A study of nonlinear vibrations in a frictionally damped turbine bladed disk with comprehensive modeling of aerodynamic effects [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2013, 135(3): 032504.
- [5] IWAN W D. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response [J]. Journal of Applied Mechanics, 1966, 33(4): 893.
- [6] SANLITURK K Y, EWINS D J. Modelling two -

dimensional friction contact and its application using harmonic balance method [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 193(2): 511-523.

- [7] GOERKE D, WILLNER K. Normal contact of fractal surfaces—Experimental and numerical investigations [J]. Wear, 2008, 264(7/8): 589-598.
- [8] PETROV E P, EWINS D J. Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed disks [J]. Journal of Turbomachinery, 2003, 125(2): 364-371.
- [9] TAMATAM L R, BOTTO D, ZUCCA S. A coupled approach to model wear effect on shrouded bladed disk dynamics [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 237: 107816.
- [10] HU S J, SHE H X, YANG G, et al. The influence of interface roughness on the vibration reduction characteristics of an under-platform damper [J]. Applied Sciences, 2023, 13(4): 2128.
- [11] VOROBIOV I S, CHUGAY M, RAO J S, et al. Analysis of turbomachinery blading vibrations using new materials [J]. Journal of vibration engineering and technologies, 2014, 2(6): 529-535.
- [12] 高至远,陈皓晖,陈新,等. DD6 单晶高温合金模拟薄壁试样超高频振动疲劳 [J]. 航空材料学报, 2023, 43(2): 98-106.
- [13] WEN Z X, MAO H Z, YUE Z F, et al. The influence of crystal orientation on vibration characteristics of DD6 nickel-base single crystal superalloy turbine blade [J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 2014, 23(2): 372-377.
- [14] TAN Y Q, ZANG C P, ZHOU B, et al. Identification of crystal orientation for turbine blades with anisotropy materials [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(2): 410-418.
- [15] 王义,李旭龙,魏莎,等. 半车系统振动控制中的非线性能量汇设计与应用 [J]. 力学学报, 2025, 57(3): 720-729.
- [16] BILICZ S, LAMBERT M, GYIMOTHY S, et al. Solution of inverse problems in nondestructive testing by a Kriging-based surrogate model [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(2): 495-498.
- [17] SHANMUGAM N S, CHEN S E, TANG W W, et al. Spatial interpolation of bridge scour point cloud data using ordinary Kriging method [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2025, 39(1): 06024002.
- [18] 程洪鑫,李璐玮,周长聪. 基于 Kriging 模型和代理抽样的分布参数不确定性灵敏度分析方法 [J]. 机械工程学报, 2024, 60(8): 370-383.
- [19] 卞天天,杨铮鑫,党鹏飞. 激振力阶次对整体叶盘振动影响分析 [J]. 沈阳化工大学学报, 2022, 36(6): 535-539.

收稿日期: 2023-12-26