

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.02.038

2PaUU-URU 并联机器人机构运动学分析与工作空间优化

李宝文¹, 任庆峰²

(1. 宝鸡钛业股份有限公司, 陕西 宝鸡 721014; 2. 西北工业大学, 陕西 西安 710072)

摘要: 基于方位特征集的构型综合方法, 对传统的 T 型轴铰链 Delta 并联机器人机构进行改进, 提出一种构型为 2PaUU-URU 的并联机器人机构。并对其运动学和拓扑特性分析。通过构建雅可比矩阵, 研究该机构的正向运动学和逆向运动学奇异形, 进一步根据分层极坐标变步长搜索算法求解工作空间, 仿真得到工作空间三维仿真图。探讨尺寸参数对机器人工作空间性能的影响, 分析关键尺寸参数与机器人性能之间的关联性。建立工作空间体积的优化目标函数及相应的约束模型, 并引入天牛群算法进行求解, 实现并联机器人机构的最优化设计。研究分析表明: 优化后的工作空间边界光滑, 对称分布, 工作空间体积较优化前提升了 59%, 工作空间性能能得到显著提升。

关键词: 构型综合; 并联机器人; 运动学; 工作空间

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2026)02-0198-07

Kinematic Analysis and Workspace Optimization of 2PaUU-URU Parallel Robot Mechanism

LI Baowen¹, REN Qingfeng²

(1. Baoji Titanium Industry Co., Ltd., Baoji 721014, China; 2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A method for the synthesis of parallel robot configurations based on orientation feature sets was used to improve the design of the traditional T-axis hinge Delta parallel robot mechanism, and a parallel robot mechanism with a configuration of 2PaUU-URU was proposed, on which kinematic and topological analyses were conducted. By constructing the Jacobian matrix, the forward and inverse kinematic singularities of the mechanism were studied, and based on a hierarchical polar coordinate variable step size search algorithm, the workspace was further solved and simulated, obtaining a 3D simulation diagram of the workspace. Meanwhile, the influence of dimensional parameters on the robot's working performance was discussed, and the correlation between key dimensional parameters and robot performance was analyzed. In order to improve the robot's workspace performance, an optimization objective function for workspace volume and a corresponding constraint model were established, and the Beetle Swarm Algorithm was introduced achieving the optimal design of the parallel robot mechanism. The research and analysis showed that the optimized workspace boundary was smooth and symmetrically distributed, with the workspace volume increasing by 59% compared to before optimization, and the workspace performance significantly being improved.

Keywords: configuration integrated; parallel robot; kinematics; workspace

0 引言

少自由度并联机器人机构, 因其结构紧凑、刚度高、承载能力强、控制精度高等优点, 在工业制造、医疗设备、物流分拣等领域得到广泛应用^[1]。近年来, 随着工业自动化和智能化需求的不断提升, 对少自由度并联机器人机构的运动性能、控制精度和工作空间提出了更高的要求^[2]。因此, 研究少自由度并联机器人机构的拓扑设计、运动学分析、动力学优化及其在实际应用中的改进, 成为机器人领域的重要研究方向^[3]。

少自由度并联机器人机构中, 少自由度三平

移并联机器人机构最典型的代表是 Delta 并联机器人机构。Delta 机构最早由 VISCHER 等提出。之后沈惠平等^[4]提出了多种新型三平移并联机构, 如运动解耦机构、零耦合度机构、大工作空间机构等。潘海月等^[5]提出可用于设计杆式模块化机器人的新型单回路平移并联机构。蔡祥等^[6]设计了一种具有弯曲平移特性的三平移并联机构, 并对该机构的弯曲平移特性进行了仿真实验。张莉等^[7]基于拓扑结构综合方法综合出一批空间三平移并联机构, 优选得到一种具有空间三平移 PRPaR/2CRR 并联机构。余俊杰等^[8]提出可用作轻量物料的三维振动筛分主三平移并联机构。

基金项目: 陕西自然科学基金项目 (2022J1-568)

第一作者简介: 李宝文 (1972—), 男, 陕西宝鸡人, 高级工程师, 硕士, 研究方向为冶金、材料、工程领域, intend2016@126.com。

此外,有很多专家学者致力于三平移并联机构型综合方法的研究。李永泉等^[9]提出了基于图谱法的三平移并联机构型综合方法,综合出大量新型机构,为后续研究提供了丰富的构型基础。

为此,基于方位特征集的构型综合方法,在文献[10]中 T 型轴铰链 Delta 并联机器人机构基础上进行改进,得到一种构型为 2PaUU-URU 的并联机器人机构。同时,对其展开运动学分析,基于分层极坐标变步长搜索法分析其工作空间性能。在此基础上,研究尺寸参数对机器人工作空间体积的影响趋势。此外,建立工作空间体积的优化目标及约束模型,最后基于天牛群算法进行尺寸参数最优化设计分析。

1 并联机构构型设计

1.1 机构设计

T 型轴铰链 Delta 并联机器人机构构型为 3PaUU,即每条支链结构为 PaUU。其中,Pa 表示平行四边形机构,U 表示铰链副,机构呈对称分布,其结构相对复杂。支链中的平行四边形机构在运动过程中容易干涉。为了简化机构结构的支链的复杂程度,提出一种改进型的 Delta 并联机器人机构,其构型结构为 2PaUU-URU,所改进的 T 型轴铰链 Delta 并联机器人机构结构如图 1 所示。支链 1、支链 3 的平行四边形机构通过转动副刚性连接在静平台上面,支链 1、支链 3 的平行四边形 Pa 机构和 T 型轴铰链连接在一起,同时,支链 1、支链 3 的末端通过 T 型轴铰链和动平台连接在一起,支链 1、支链 3 的单开链可表示为 SOC $\{-Pa_{i1}-U_{i2}-U_{i3}-\}$ ($i=1,3$)。而支链 2 的转动副刚性连接在静、动平台上面,且均垂直于动静平台平面,与其相邻的转动副垂直分布,并连接在连杆上面。支链 3 的单开链可表示为 SOC $\{-U_{i1}(R_{i1} \perp R_{i2})-R_{i3}-U_{i3}(R_{i4} \perp R_{i5})-\}$ ($i=2$)。机构的三维模型如图 2 所示。

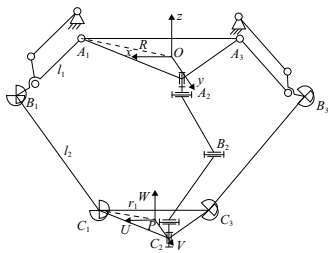


图 1 并联机构结构简图 图 2 并联机构三维模型

1.2 拓扑特性分析

由文献[11]可知基于方位特征集理论的自由度耦合度计算公式如下:

由度耦合度计算公式如下:

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \quad (1)$$

$$\xi_{L_j} = \dim. \left\{ \bigcap_{i=1}^j \mathbf{M}_{b_i} \cup \mathbf{M}_{b(j+1)} \right\} \quad (2)$$

式中: $v=m-n+1$; F 为构型执行末端自由度; f_i 为支链第 i 个运动副的自由度数; v 为独立运动回路的数目; m 为组成机构的运动副数; n 为运动副构件的数量; ξ_{L_j} 为第 j 个回路的独立位移方程数; $\bigcap_{i=1}^j \mathbf{M}_{b_i}$ 为前 j 条子并支链的 POC 集; $\mathbf{M}_{b(j+1)}$ 为第 $j+1$ 条支链 POC 集。

方位特征集是并联机器人机构运动性质分析的核心理论工具,其通过分解机构的运动特征和约束特征,可系统化分析自由度、耦合度等运动性质,下面分析机构的拓扑特性。

1) 首先计算支链 1、支链 3 的执行末端方位特征集:

$$\mathbf{M}_{b_j} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(// \diamond R_{11} R_{12}) \end{bmatrix} \quad (j=1,3) \quad (3)$$

式中: t^3 为存在 3 个移动副特征; r^2 为存在两个转动副特征。

同时,已知支链 2 的单开链构型可以表示为 SOC $\{-U_{i1}-R_{i2}-R_{i3}-\}$ ($i=2$),分析出支链 2 执行末端的方位特征集:

$$\mathbf{M}_{b_j} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix} \quad (j=3) \quad (4)$$

2) 以支链 1、支链 3 作为第一条独立运动回路,即假设支链 1、支链 3 构成一个独立的子并联机构,分析得到第一条独立回路的位移方程 ξ_{L_1} :

$$\xi_{L_1} = \dim \{ \mathbf{M}_{b_1} \cup \mathbf{M}_{b_3} \} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6 \quad (5)$$

此外,由支链 1、支链 3 构成的子并联机器人机构方位特征集:

$$\mathbf{M}_{Pa(1-3)} = \mathbf{M}_{b_1} \cap \mathbf{M}_{b_3} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\diamond R_{11} R_{12} \cap \diamond R_{31} R_{32}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{M}_{Pa(1-2)}$ 为支链 1、支链 3 构成的动平台方位特征集; $\mathbf{M}_{b_1}$ 为支链 1 的方位特征集; $\mathbf{M}_{b_3}$ 为支链 3 的方位特征集。

同时,根据式(1)计算自由度为

$$F_{1-3} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 10 - 6 = 4 \quad (7)$$

式中 F_{1-3} 为由支链 1、支链 3 构成子并联机器人机构的自由度。

3) 将上述的子并联机构与支链 3 构成第二条独立运动回路, 第二条独立运动回路所对应的独立位移方程数 ξ_{L_2} :

$$\begin{aligned} \xi_{L_2} &= \dim \{ \mathbf{M}_{pa(1-3)} \cup \mathbf{M}_{b2} \} = \\ \dim \left\{ \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^1 (\diamond R_{11} R_{12} \cap \diamond R_{31} R_{32}) \end{array} \right] \cup \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^2 \end{array} \right] \right\} &= \\ \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^1 (\diamond R_{11} R_{12} \cap \diamond R_{21} R_{22}) \end{array} \right] &= 6 \end{aligned} \quad (8)$$

并联机构动平台 POC 集 $\mathbf{M}_{pa(1-2-3)}$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{pa(1-2-3)} &= \mathbf{M}_{pa(1-3)} \cap \mathbf{M}_{b2} = \\ \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^1 (\diamond R_{11} R_{12} \cap \diamond R_{31} R_{32}) \end{array} \right] \cap \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^2 \diamond R_{21} R_{22} \end{array} \right] &= \\ \left[\begin{array}{c} t^3 \\ r^0 \end{array} \right] &= 3 \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{M}_{pa(1-2-3)}$ 为并联机器人机构动平台方位特征集。

分析得到机构自由度 F_{1-2-3} :

$$F_{1-2-3} = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 15 - 6 - 6 = 3 \quad (10)$$

式中 F_{1-2-3} 为机构自由度。

4) 支链约束度 Δ_j 分析

根据上面计算, 可以每个回路的独立位移方程数 ξ_{L_i} , 因此, 可以代入得到单开链 SOC_1 、 SOC_2 的约束度 Δ_1 、 Δ_2 为

$$\begin{cases} \Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_j} f_j - I_j - \xi_{L_j} = 10 - 2 - 6 = 2 \\ \Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_j} f_j - I_j - \xi_{L_j} = 5 - 1 - 6 = -2 \end{cases} \quad (11)$$

该并联机构耦合度 k 分析结果如下:

$$k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = 2 \quad (12)$$

由式(9)、式(10)、式(12)可知, 当取支链 1、支链 3 中取平行四边形机构的转动副 R_{a1} 、转动副 R_{a2} , 支链 2 中取驱动副 R_{22} 时, 动平台可以实现三维移动输出。2PaUU-URU 并联机器人机构自由度为 3。

2 位置分析

基于改进的 2PaUU-URU 并联机器人机构动、静平台定义为等边三角形, 现对机构进行运动学方程建模分析。首先在三角形静平台上的中心建立静坐标系 $\{O-xyz\}$, 同时在动平台的中心区域建立动坐标系 $\{P-uvw\}$ 。为了简化分析过程, 定义机构的参数如表 1 所示。

表 1 参数描述

参数	参数描述
R/m	静平台三角形内接圆半径
r_1/m	动平台三角形内接圆半径
l_1/m	支链 1、3 的平行四边形机构长边杆杆长 支链 2 的铰链 U_{21} 和转动副 R_{23} 的长度
l_2/m	支链 1、3 的两个铰链副的长度 支链 2 的转动副 R_{23} 和铰链 U_{22} 的长度
θ_i/rad	各支链主动副的驱动角度

已知执行末端 P 点坐标 (x, y, z) , 求解驱动副输入 $\theta_i = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 。如图 3 所示为 2PaUU-URU 并联机器人机构运动学建模图。

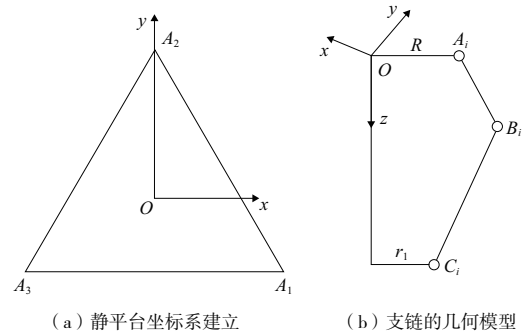


图 3 并联机构运动学建模

根据坐标系和参数定义, 可得到静平台上的连接点 A_i 的坐标矢量:

$$\begin{cases} {}^0\mathbf{A}_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R, -\frac{1}{2}R, 0 \right)^T \\ {}^0\mathbf{A}_2 = (0, R, 0)^T \\ {}^0\mathbf{A}_3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}R, -\frac{1}{2}R, 0 \right)^T \end{cases} \quad (13)$$

同时, 推导得到支链上的点 B_i 的坐标矢量:

$$\begin{cases} {}^0\mathbf{B}_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R + \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos \theta_1, -\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}l_1 \cos \theta_1, l_1 \sin \theta_1 \right)^T \\ {}^0\mathbf{B}_2 = (0, R + l_1 \cos \theta_2, l_1 \sin \theta_2)^T \\ {}^0\mathbf{B}_3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos \theta_3, -\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}l_1 \cos \theta_3, l_1 \sin \theta_3 \right)^T \end{cases} \quad (14)$$

基于建立的动坐标系, 可得动平台上的点的位置 C_i 在动坐标系下的坐标矢量:

$$\begin{cases} {}^P\mathbf{C}_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}r, -\frac{1}{2}r, 0 \right)^T \\ {}^P\mathbf{C}_2 = (0, r, 0)^T \\ {}^P\mathbf{C}_3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}r, -\frac{1}{2}r, 0 \right)^T \end{cases} \quad (15)$$

因此,根据坐标转换原理推导出 C_i 在静坐标系下的坐标矢量:

$$\begin{cases} {}^0C_1 = \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}r, -\frac{1}{2}r+y, z \right)^T \\ {}^0C_2 = (x, r+y, z)^T \\ {}^0C_3 = \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}r, y - \frac{1}{2}r, z \right)^T \end{cases} \quad (16)$$

由于各支链的连杆 C_iB_i 长度不变,因此,存在以下等式关系

$$\begin{aligned} |C_iB_i| - l_2 &= 0 \quad (i=1,2,3) \quad (17) \\ \left(m_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos\theta_1 \right)^2 + \left(n_1 + \frac{1}{2}l_1 \cos\theta_1 \right)^2 + (z - l_1 \sin\theta_1)^2 &= l_2^2 \\ x^2 + (n_2 - l_1 \cos\theta_2)^2 + (z - l_1 \sin\theta_2)^2 &= l_2^2 \\ \left(m_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos\theta_3 \right)^2 + \left(n_3 + \frac{1}{2}l_1 \cos\theta_3 \right)^2 + (z - l_1 \sin\theta_3)^2 &= l_2^2 \end{aligned} \quad (18)$$

式中: $m_1 = x + \frac{\sqrt{3}}{2}r - \frac{\sqrt{3}}{2}R$; $n_1 = y - \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}R$; $m_2 = 0$;

$n_2 = y + r - R$; $m_3 = x - \frac{\sqrt{3}}{2}r + \frac{\sqrt{3}}{2}R$; $n_3 = y - \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}R$ 。

分离变量 θ_i 得到如下表达式:

$$a_i \sin(\theta_i) + b_i \cos(\theta_i) + c_i = 0 \quad (i=1,2,3) \quad (19)$$

式中: $a_1 = a_2 = a_3 = -2zl_1$; $b_1 = l_1(-\sqrt{3}m_1 + n_1)$; $b_2 = -2l_1n_2$, $b_3 = l_1(\sqrt{3}m_3 + n_3)$; $c_2 = z^2 + x^2 + n_2^2 + l_1^2 - l_2^2$; $c_1 = z^2 + m_1^2 + n_1^2 + l_1^2 - l_2^2$; $c_3 = z^2 + m_3^2 + n_3^2 + l_1^2 - l_2^2$ 。

因此,可推导出位置逆解解析式:

$$\theta_i = 2 \arctan \left(\frac{a_i \pm \sqrt{a_i^2 + b_i^2 - c_i^2}}{b - c} \right) \quad (i=1,2,3) \quad (20)$$

3 奇异分析

3.1 雅克比矩阵计算

现在采用 Jacobian 法对特定奇异位置(奇位)时表现出的不同形态或行为(异形)进行分析^[12]。定义并联机器人机构的主动副输入 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$, 执行末端位移 $X = (x, y, z)^T$ 。利用位置分析的运动学方程式(18),进行1阶求导得到如下等式。

$$J_X \dot{X} = J_\theta \dot{\theta} \quad (21)$$

式中: J_θ 为逆向雅克比矩阵 $J_\theta = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 \end{bmatrix}$; J_X

$$\text{为正向雅克比矩阵 } J_X = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}。$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \sqrt{3}l_1 \sin\theta_1 \left(m_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos\theta_1 \right) - l_1 \sin\theta_1 \left(n_1 + \frac{1}{2}l_1 \cos\theta_1 \right) - 2l_1 \cos\theta_1 (z - l_1 \sin\theta_1); \\ n_2 &= 2l_1 \sin\theta_2 (n_2 - l_1 \cos\theta_2) - 2l_1 \cos\theta_2 (z - l_1 \sin\theta_2); \\ n_3 &= -\sqrt{3}l_1 \sin\theta_3 \left(m_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos\theta_3 \right) - l_1 \sin\theta_3 \left(n_3 + \frac{1}{2}l_1 \cos\theta_3 \right) - 2l_1 \cos\theta_3 (z - l_1 \sin\theta_3); \\ m_{11} &= 2 \left(m_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos\theta_1 \right); m_{12} = 2 \left(n_1 + \frac{1}{2}l_1 \cos\theta_1 \right); \\ m_{13} &= 2(z - l_1 \sin\theta_1); m_{21} = 2x, m_{33} = 2(z - l_1 \sin\theta_3); \\ m_{22} &= 2(n_2 - l_1 \cos\theta_2); m_{23} = 2(z - l_1 \sin\theta_2); \\ m_{31} &= 2 \left(m_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \cos\theta_3 \right); m_{32} = 2 \left(n_3 + \frac{1}{2}l_1 \cos\theta_3 \right)。 \end{aligned}$$

3.2 逆向运动学奇异分析

机构逆向运动学奇异存在的约束条件为 $\det(J_\theta) = 0$ 且 $\det(J_X) \neq 0$ 。机构发生逆向运动学奇异时,机构丧失特定方向的运动能力,动平台自由度减少。当机构的逆向雅可比矩阵 J_θ 奇异时,满足 $\det(J_\theta) = 0$,即直线 l_{AB} 与 l_{BC} 共线或重合。因此存在以下两种情况。

1) 当直线 l_{AB} 与 l_{BC} 重合,即 $\angle A_i B_i C_i = 0$,由于机构支链存在干涉,此情况不存在。

2) 当直线 l_{AB} 与 l_{BC} 共线,即 $\angle A_i B_i C_i = \pi$,将存在3种情况,其中支链1、支链3由于有平行四边形机构,容易导致干涉,因此不存在,而支链2对应的直线 l_{AB} 与 l_{BC} 共线对应构型如图4所示。

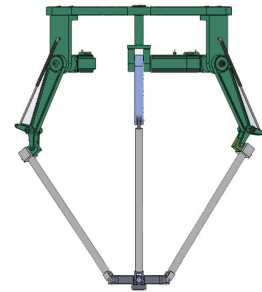


图4 逆解奇异情形

3.3 正向运动学奇异分析

机构正向运动学奇异产生的约束条件为 $\det(J_X) = 0$ 且 $\det(J_\theta) \neq 0$ 。机构处于正向奇异位

形。当机构的正向雅可比矩阵 J_x 奇异时,满足 $\det(J_x) = 0$,此情况下至少有 2 条支链的从动杆之间平行。对应构型如图 5 所示。

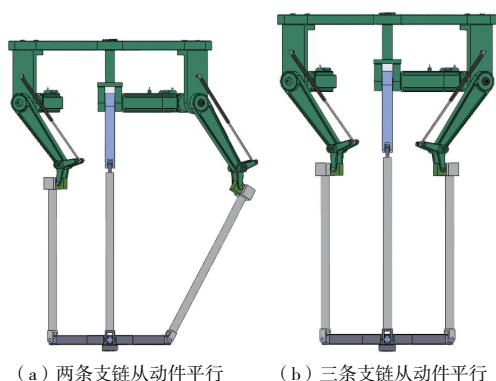


图 5 正解奇异情形

3.4 复合奇异性分析

复合奇异存在条件为正向运动学奇异和逆向运动学奇异均出现^[13]。根据上述分析,复合奇异不存在。

4 机构的工作空间分析

4.1 工作空间方法

机构的理论工作空间是指其动平台(或末端执行器)所能到达的所有位置点的集合。对于该并联机器人机构而言,这等同于支链末端铰接中心所能到达的所有位置点的集合^[14-16]。为了高效求解并联机器人机构的工作空间边界,现采用分层极坐标变步长搜索算法,算法搜索流程如下。

1) 依据并联机器人机构的预设几何参数,初步估算其工作空间的大致范围,并确定沿 z 轴的最大值与最小值。随后,将整个空间区域划分为 n' 个等份,生成 n' 个子平面区域;

2) 在搜索第 i' 个子平面过程中,极角自 0 递增至 2π ,初始极径设为 0,并以较大的固定步长递增进行初步搜索。每个搜索的点均需要代入运动学逆解方程,同时按照杆长以及转角范围约束条件进行判断,满足条件则为工作空间内的点,完成当前子平面的搜索后,继续进入第 $i'+1$ 个子平面进行下一轮搜索,搜索从首个子平面开始;

3) 在搜索进程中,找出满足与不满足约束条件的临界点。当极径递增至第 k 次时,符合约束条件,而极径递增至第 $k+1$ 次时,不符合约束条件。 $\rho(k) = \rho(k) - \Delta\rho$,令搜索步长 $\Delta\rho$ 逐渐变小,

再令 $\rho(k+1) = \rho(k) + \Delta\rho$,判断是否满足约束条件,否则使得 $\rho(k+1) = \rho(k) + \Delta\rho$ 。

4) 重复步骤 3),直至极径 ρ 步长达到预设精度且仍不满足约束条件时,此时对应的点即为机构的边界点,并保存所有边界点。

5) 利用 MATLAB 中的 plot3 绘图函数,将所有满足约束条件的点进行可视化处理,生成三维视图仿真结果。

4.2 工作空间仿真算例

为了验证工作空间搜索算法的有效性,取 1 组参数对工作空间进行算例分析,选择 $R = 0.2\text{ m}$ 、 $r = 0.1\text{ m}$ 、 $l_1 = 0.25\text{ m}$ 、 $l_2 = 0.4\text{ m}$ 。并通过 MATLAB 仿真得到工作空间三维图以及工作空间在三个投影方向的三视图。仿真得到的三视图如图 6 所示。

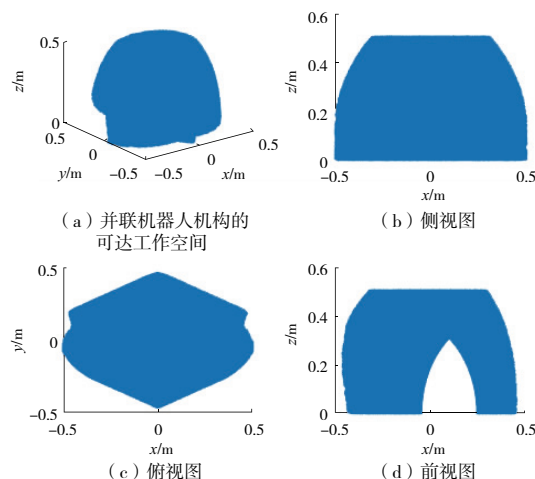


图 6 工作空间三视图

由图 6 分析可知,给定参数下的工作空间内部存在空洞,且边界部分不光滑且部分呈棱角形状,工作空间侧视图和俯视图均呈对称分布。工作空间沿着 z 轴方向呈现上大下小的分布趋势。

5 参数对工作空间影响趋势分析

从上一节的仿真分析中可以明显看出参数的选择对工作空间性能有显著的影响。因此,深入研究并联机器人机构尺寸参数对工作空间性能的影响趋势,对于提升机器人在实际应用中的效能至关重要^[17-18]。现选择单变量分析法,研究各个参数对工作空间性能的影响趋势^[19]。绘制出参数在其变化范围内对工作空间性能影响的趋势图如图 7 所示。

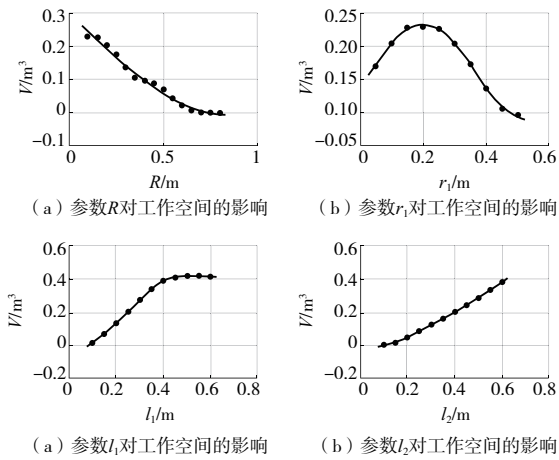


图7 参数对工作空间性能影响趋势图

由图7分析可知:随着静平台三角形外接圆半径 R 的增加,工作空间性能逐渐降低。主动副的杆长 l_1 、与动平台连接的从动杆 l_2 参数对工作空间性能关系是线性正相关,即主动副的连杆 l_1 和从动杆 l_2 参数增加,有助于提高机器人的工作空间性能。然而,动平台的尺寸参数 r_1 对工作空间性能的影响趋势较为复杂,当 r_1 不大于0.2时,随着 r_1 参数的增加,其工作空间体积逐渐增加,当 r_1 大于0.2时,随着动平台的尺寸参数 r_1 增加,工作空间体积逐渐减小。

6 优化设计仿真

6.1 优化模型建立

鉴于4.2节中工作空间算例分析的工作空间存在空洞且边界不光滑问题,考虑到实际应用需求,为了改善机器人的工作空间性能,需通过参数调整实现较小输入参数下获得最大化工作空间体积的目标。为此,建立以工作空间体积为优化目标尺寸参数为变量,构建目标函数如下:

$$V = \sum_{z_i=z_{\min}}^{z_{\max}} \sum_{\theta_z=0}^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \rho_i^2 \Delta\theta_z \Delta z \right) \quad (22)$$

$$\text{目标函数为 } \text{Max} \{ V(R, r_1, l_1, l_2) \} \quad (23)$$

$$\text{Subject to } \begin{cases} 0.1 \leq R \leq 0.8 \\ 0.05 \leq r \leq 0.5 \\ 0.1 \leq l_1 \leq 0.6 \\ 0.1 \leq l_2 \leq 0.6 \end{cases} \quad (24)$$

6.2 优化算法的选择

工作空间最大化的优化问题涉及4个变量和相关的约束条件,工作空间性能最大化的优化设计问题属于单目标多变量优化问题^[20],现采用天

牛群优化算法^[21-22]进行工作空间体积最大化的优化设计。

6.3 优化算例分析

现定义天牛群算法具体参数,定义左须速度 v_l 为0.1,右须速度 v_r 为0.2,速度衰减指数 γ 为0.9,优化的变步长参数 η 为0.3,天牛步长为3,两须的距离 d_0 为0.5。基于MATLAB程序化实现了工作空间性能的优化。仿真得到目标函数寻优过程图、结构参数迭代变化过程如图8和图9所示(本刊为黑白印刷,相关疑问请咨询作者)。

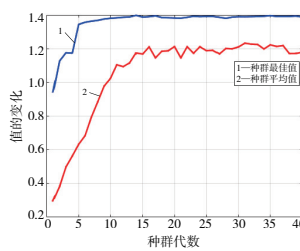


图8 天牛须算法目标函数寻优过程

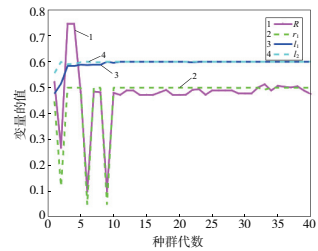


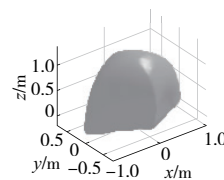
图9 结构参数迭代变化过程图

由图8和图9分析可知:天牛须算法在迭代次数小于10时不断优化目标函数的工作空间体积,在迭代次数大于10之后工作空间体积解逐渐趋于稳定。说明天牛须算法能够在有限迭代次数内找到较优解。优化后的工作空间体积和参数的最优解如表2所示。

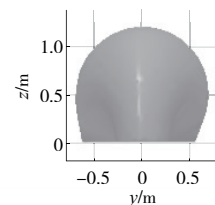
表2 优化后机构的几组参数

参数	数值
R/m	0.472 44
r_1/m	0.5
l_1/m	0.6
l_2/m	0.6
V/m^3	1.397 3

为了验证算法的有效性,现基于表2中的最优参数解仿真得到空间三维图如图10所示,并与优化前工作空间仿真算例进行对比分析。



(a) 工作空间三维图



(b) 在yOz面上的投影

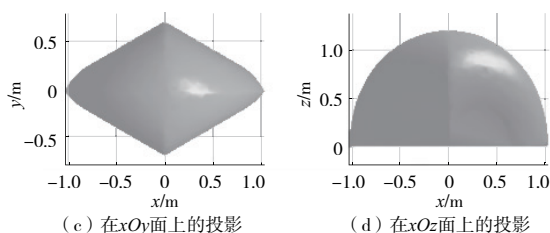


图 10 优化后参数的工作空间三维图

由图 10 分析表明:优化后的工作空间性能整体较好,且在不同方向上的投影视图对称分布,优化后的工作空间图形边界饱满且光滑,此外,优化后的工作空间无空洞问题,较优化前工作空间性能提升 59% 以上。整体的工作空间性能得到显著改善。

7 结语

1) 改进一种构型为 3PaUU 的 Delta 并联机器人机构,得到一种构型为 2PaUU-URU 并联机器人机构,改进后的机构相对改进前支链相对简单。

2) 拓扑特性分析表明:当取支链 1、支链 3 中取平行四边形机构的转动副 R_{a1} 、转动副 R_{a2} ,支链 2 中取驱动副 R_{22} 时,动平台可以三维移动输出。

3) 未优化前 2PaUU-URU 并联机器人机构工作空间存在空洞情况,且边界并不光滑。优化后的工作空间图形边界光滑饱满,无空洞的问题。工作空间体积较优化前提升 59%,其性能得到显著提升。

参考文献:

- [1] 张莉,朱磊,戚继球. 全对称四自由度并联机器人机构运动性能分析与多目标优化设计[J]. 机械设计与研究,2023,39(6):68-74,79.
- [2] 李畅,王优强,郑义,等. 2-UPS/RRR 并联机构位置逆解与可达工作空间分析[J]. 机械传动,2025,49(7):31-38.
- [3] 夏蓉花,刘艳梨. 三平移 4PPa-2Pa 并联机构运动学分析与优化设计[J]. 机械设计与制造工程,2024,53(1):35-40.
- [4] 沈惠平,潘海月,丁文芹,等. 运动解耦且大工作空间三平移机构拓扑设计[J]. 农业机械学报,2024,55(4):421-430.
- [5] 潘海月,沈惠平,杜中秋,等. 运动解耦的单回路平移空间并联机构的拓扑设计与运动尺寸优化[J]. 机械传动,2025,49(4):71-79.
- [6] 蔡祥,高波,石志新. 具有弯曲平移特性的三平移并联机构设计与分析[J]. 机电工程,2025,42(4):754-765.

- [7] 张莉,朱磊,徐冬. 低耦合 PRPaR/2CRR 并联机构运动学分析与性能优化[J]. 机械传动,2024,48(10):83-95.
- [8] 余俊杰,李菊,孔祥超,等. 4 个运动解耦的单回路两自由度三平移并联机构的拓扑设计及其位置封闭解研究[J]. 机械传动,2025,49(6):60-70.
- [9] 李永泉,江洪生,郑天宇,等. 基于图谱法的 3 平移并联机构型综合[J]. 机械工程学报,2021,57(23):34-46.
- [10] 余亮,张龙,王鹏,等. 一种三平动并联机构的设计与运动学分析[J]. 机械传动,2020,44(2):61-67.
- [11] 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京:机械工业出版社,2004:53-87.
- [12] 唐博文,邵华,冯洋洋. 一种含子闭环并联机构的四自由度并联机构及尺度优化[J]. 机床与液压,2025,53(15):9-16.
- [13] 伞红军,吴兴梅,陈久朋,等. 五自由度混联机构运动学分析与参数优化[J]. 农业机械学报,2025,56(7):701-712.
- [14] 刘宏飞,张金柱,熊晓燕,等. 一种新型 5 自由度并联驱动机构动力学性能分析[J]. 机械设计,2025,42(6):114-121.
- [15] 孙鹏,高玉君,冯邵江,等. 5-PUS-RPUR 并联机构精度设计与运动学标定[J]. 机械工程学报,2025,61(9):292-301.
- [16] 张展魁,岳义,韦宝琛,等. 基于 2UPU-SPR-UPR 的新型五自由度混联机器人优化设计[J]. 机械设计与研究,2025,41(2):1-7.
- [17] 车林仙,李杰,文世坤,等. 2URR-URU 远中心并联机构性能分析与尺度优化[J]. 机械传动,2025,49(4):37-47.
- [18] 王欢,马春生,贺阳涛,等. 2-RPU/UPRS 并联机构的构型设计及性能分析[J]. 组合机床与自动化加工技术,2025(2):40-45.
- [19] 张伟中,冯邵江,袁鑫宏,等. 2-PRU-PRRPa 并联机构运动学分析与性能优化[J]. 农业机械学报,2025,56(1):497-506.
- [20] 栾飞,李爱霞,王晓峰,等. 4PC-2R 并联机构设计及运动分析[J]. 西北工业大学学报,2025,43(3):437-446.
- [21] 陈家梁,刘飞. 基于改进天牛须算法的仿人机械手模糊 PID 控制[J]. 自动化应用,2025(7):67-71.
- [22] 张金锋,谢枫,王鹏,等. 基于自适应变异的变步长天牛须算法及其在图像配准中的应用[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2024,47(11):1465-1471.

收稿日期:2025-03-17