

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.03.021

全加工工况下九轴机床统一空间误差建模与补偿方法

蔡引娣,尹科迪,戴道远,付诗雨

(大连理工大学 机械工程学院,辽宁 大连 116024)

摘要:九轴五联动车铣复合机床可在一次装夹下实现大型复杂结构件的精密高效成型加工。由不可避免的机床制造误差和装配误差引起的空间误差会影响车铣复合机床的加工精度。为了实现不同复杂结构件的高效加工,车铣复合机床有多条运动链,增加了空间误差对加工精度影响规律的分析难度。基于多体系统理论的齐次坐标变换矩阵建立全加工工况的九轴五联动机床统一空间误差模型,进一步完善机床的误差模型精度。基于ISO标准,通过测量体对角线定位误差验证了统一空间误差模型和自适应补偿方法的有效性。

关键词:空间误差;全工况;统一误差模型;误差补偿

中图分类号:TH161 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2026)03-0107-05

Unified Spatial Error Modeling and Compensation Method for Nine-axis Machine Tools under All Machining Conditions

CAI Yindi, YIN Kedi, DAI Daoyuan, FU Shiyu

(School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The nine axis and five linkage turning and milling compound machine tool can realize the precision and high-efficiency forming machining of large complex structural parts under one clamping. The spatial error caused by the inevitable machine tool manufacturing error and assembly error will affect the machining accuracy of the turning and milling compound machine tool. At the same time, in order to realize the efficient machining of different complex structural parts, the turn-milling complex machine tool has multiple moving chains, which increases the difficulty of analyzing the influence patterns of spatial error on the machining accuracy. In order to solve the above problems, based on the homogeneous coordinate transformation matrix of the multi-body system theory, this paper establishes a unified spatial error model of the nine-axis five-linkage machine tool under the whole working conditions, and further improves the error model accuracy of the machine tool. Based on the ISO standard, the validity of the unified spatial error model and the adaptive compensation method is verified by locating the error according to the measurement of the body diagonal.

Keywords: spatial error; all machining conditions; unified error model; error compensation

0 引言

九轴五联动车铣复合机床是一种高技术、高精度的机械加工设备,主要用于加工复杂曲面的零件。它不仅是高端制造的基石,更是衡量一个国家工业制造能力和国防安全水平的关键指标之一^[1]。与传统的加工设备相比,九轴五联动车铣复合机床具有铣削、钻削、车削及磨削等多个加工功能,机床采用不同的加工工况,实现对叶轮、叶片、船用螺旋桨、重型发电机转子、汽轮机转子等复杂零件的加工^[2]。但是,机床在各个工况下的制造误差和装配误差引起的空间误差是不可避免的。因此,为了提高机床的加工精度,九轴五联动

车铣复合机床统一空间误差的建模和补偿是十分重要的。

机床空间误差建模是实现空间误差补偿技术的关键因素^[3],常见的建立机床空间误差模型方法有刚体动力学理论^[4]、螺旋理论^[5]和齐次坐标变换理论^[6]等。为了衡量机电产品在再制造过程中达到的标准化程度,WEI^[7]构建了一个针对数控机床的刚体动力学模型。同时,杨杰^[8]运用旋量理论创建了一种能够有效区分可纠正与不可纠正误差来源的误差分析模型。NIU等^[9]基于多体系统理论,利用机床各主体间的齐次坐标变换矩阵(homogeneous transformation matrix, HTM),建立了机床空间加工精度模型。其中,刚体动力学

基金项目:国家重点研发计划项目(2022YFB460090);国家自然科学基金联合基金集成项目(U23B6005)

第一作者简介:蔡引娣(1988—),女,甘肃武威人,教授,博士,研究方向为精密/先进测量,caiyd@dlut.edu.cn。

理论和螺旋理论建模过程中由于九轴五联动车铣复合机床结构复杂、工况多,大大降低了空间误差的模型精度。而传统的 HTM 法具有简单易操作,且对机床的适应性好等优点,但常被用于单一工况的误差建模中。以上 3 种研究思路均未考虑当机床在具有多个刀具链和工件链时的建模情况。因此,本文基于九轴机床的多工况加工情况,使用奇异值函数并基于 HTM 法建立了全加工工况下的统一误差模型^[10]。

针对上述提出的多工况下九轴五联动车铣复合机床建模和补偿的问题,本文给出了全工况下统一空间误差的建模与补偿方法,并以 DTM-B70 型九轴五联动数控机床为例进行验证,提高了九轴五联动数控机床的加工精度。

1 全工况下统一空间误差模型

1.1 机床的基本结构及全工况下的拓扑结构

DTM-B70 系列车铣复合机床的结构,如图 1 所示,主要包括线性轴 X_1 轴、 Y_1 轴、 Z_1 轴、 X_2 轴、 Z_2 轴、 W 轴和旋转轴 C_1 轴、 C_2 轴及臂摆 B 轴。其中,线性轴 Z_1 轴、线性轴 Z_2 轴和 W 轴为 3 条相互平行的线性轴;线性轴 X_1 轴、 Y_1 轴、 Z_1 轴带动臂摆 B 轴完成一系列加工工况;旋转轴 C_1 轴、 C_2 轴处于同一个平面。

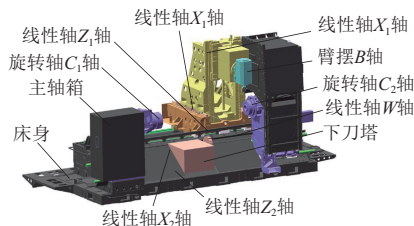


图 1 九轴机床车铣复合加工中心装配图

九轴五联动车铣复合机床具体的加工工况可分为以下 5 种工况:1) 工况 1,线性轴 Z_1 轴、 X_1 轴、 Y_1 轴、臂摆 B 轴和刀具作为刀具链, C_1 轴和工件作为工件链,可实现对平面轮廓零件、孔和螺纹的加工的铣削加工等;2) 工况 2,线性轴 Z_1 轴、 X_1 轴、 Y_1 轴、臂摆 B 轴和刀具作为刀具链, W 轴、 C_2 轴和工件作为工件链,可实现对平面轮廓零件、孔和螺纹、变斜角类零件的铣削加工;3) 工况 3,线性轴 Z_1 轴、 X_1 轴、 Y_1 轴、臂摆 B 轴和刀具作为刀具链, C_1 轴及 C_2 轴共同加持工件作为工件链,可实现对铣削对象为长柱形类的铣削加工;4) 工况 4,线性轴 X_2 轴、 Z_2 轴和刀具作为刀具链, W 轴、

C_2 轴和工件作为工件链,可实现对轴类、盘类和法兰类零件的车削加工;5) 工况 5, W 轴、 C_2 轴和刀具作为刀具链, C_1 轴和工件作为工件链,可实现对平面零件、直角类零件、轴类零件和套筒类零件磨削的加工。

1.2 九轴五联动车铣复合机床的误差元素分析

九轴五联动机床的轴系误差元素可分为位置相关几何误差元素(position-dependent geometric error elements, PDGE) 和位置无关的几何误差元素(position-independent geometric error elements, PIGE)。针对 PDGE 的线性轴和旋转轴,其中线性轴存在的 PDGE 包括定位误差,两个直线度误差、偏摆角误差、俯仰角误差和滚转角误差;旋转轴存在的 PDGE 有轴向跳动误差、两个方向的径向跳动误差、转角误差和沿两个方向的偏摆角误差,线性轴和旋转轴一共有 54 项 PDGE。

由于九轴五联动机床轴系复杂,存在着轴系与轴系之间的相互关系 PIGE,如表 1 所示。

表 1 九轴五联动数控机床运动轴系几何误差

定义	符号	定义	符号
X_1 轴与 Y_1 轴的垂直度误差	α_{x1y1}	X_2 轴与 W 轴的交叉误差	α_{x2w}
X_1 轴与 Z_1 轴的垂直度误差	α_{x1z1}	Y_1 轴与 Z_1 轴的垂直度误差	α_{y1z1}
X_1 轴与 Z_2 轴的垂直度误差	α_{x1z2}	Y_1 轴与 W 轴的垂直度误差	α_{y1w}
X_1 轴与 W 轴的垂直度误差	α_{wx1}	Z_1 轴与 W 轴的平行度误差	α_{nz1}
X_2 轴与 Z_2 轴的交叉误差	α_{x2z2}	Z_2 轴与 W 轴的平行度误差	α_{z2w}
C_1 轴相对 Z_1 轴绕 X 轴方向上的平行度	γ_{c1z1}	C_2 相对 W 轴绕 Y 轴方向上的平行度	β_{c2w}
C_1 轴相对 Z_1 轴绕 Y 轴方向上的平行度	β_{c1z1}	C_2 相对 W 轴绕 X 轴方向上的平行度	γ_{c1w}
C_2 轴相对 Z_1 轴绕 X 轴方向上的平行度	γ_{c2z1}	C_2 相对 W 轴绕 Y 轴方向上的平行度	β_{c1w}
C_2 相对 Z_1 轴绕 Y 轴方向上的平行度	β_{c2z1}	B 相对 Y_1 轴绕 X_1 轴方向上的平行度	γ_{by1}
C_2 相对 Z_2 轴绕 X 轴方向上的平行度	γ_{c2z2}	B 相对 Y_1 轴绕 Z_1 轴方向上的平行度	α_{by1}
C_2 相对 Z_2 轴绕 Y 轴方向上的平行度	β_{c2z2}	C_1 轴与 C_2 轴之间的平行度误差	η_{c1c2}
C_2 相对 W 轴绕 X 轴方向上的平行度	γ_{c2w}		

综上,九轴五联动车铣复合机床存在 77 项几何误差,分别为 54 项 PDGE 和 23 项 PIGE。

1.3 九轴五联动车铣复合机床统一空间误差模型的建立

将上述 5 种工况分别讨论建模,通过按照传递

路径“刀具坐标系 $\{O_T\}$ →床身坐标系 $\{O_p\}$ →工件坐标系 $\{O_G\}$ ”顺序进行坐标转换,切削点的坐标可以从刀具坐标系 $\{O_T\}$ 转换成工件坐标系 $\{O_G\}$ 中表示。齐次坐标变换法(HTM)误差建模的本质就是通过对切削点坐标按照传递链进行传递和转换计算,表达空间误差的建模方法。

对6项自由度误差运动传递矩阵组合的误差传递矩阵 T 为

$$T = T(\alpha) \times T(\beta) \times T(\gamma) \times T(Z) \times T(Y) \times T(X) = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta & Z \\ c\beta s\gamma + s\alpha s\beta c\gamma & c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma & -s\alpha c\beta & Y \\ s\beta s\gamma - c\alpha s\beta c\gamma & s\alpha c\gamma + c\alpha s\beta s\gamma & c\alpha c\beta & X \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:在数学表达中,正弦函数用 s 表示,余弦函数用 c 表示;沿着 Z 轴、 Y 轴、 X 轴平移 z 、 y 、 x 距离的运动传递矩阵用 $T(z)$ 、 $T(y)$ 、 $T(x)$ 表示;绕 Z 轴、 Y 轴、 X 轴旋转 α 、 β 、 γ 的角度运动传递矩阵用 $T(\alpha)$ 、 $T(\beta)$ 、 $T(\gamma)$ 表示。

当转角 α 、 β 、 γ 都很小时,由等价无穷小理论来简化计算,式(1)可简化为

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta & Z \\ \gamma & 1 & -\alpha & Y \\ \beta & \alpha & 1 & X \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

数控机床从从 p 坐标系传递至 q 坐标系内综合传递矩阵可得

$${}^q_p T = {}^q_p T_s \times {}^q_p T_l \times {}^q_p T_t \times {}^q_p T_D \quad (3)$$

式中: ${}^q_p T$ 表示从坐标系 p 传递到坐标系 q 的综合传递变换矩阵; ${}^q_p T_s$ 指的是理想初始条件下的传递变换矩阵; ${}^q_p T_l$ 指的是实际初始条件下的传递变换矩阵;符号 ${}^q_p T_t$ 指的是理想运动条件下的传递变换矩阵; ${}^q_p T_D$ 指的是实际运动条件下的传递变换矩阵。

当机床处于工况1的加工状态,此时空间误差的建模过程如下:

假设刀具在刀具坐标系的位置为

$$P_{t1} = (P_{tz} \ P_{ty} \ P_{tx} \ 1)^T \quad (4)$$

加工工件的切削点在工件子坐标系中的位置也由相应位置表示

$$P_{g1} = (P_{gz} \ P_{gy} \ P_{gx} \ 1)^T \quad (5)$$

基于此,可推导出工件坐标系中刀具位置与机床坐标系中各轴运动位置之间的实际对应关系表示为

$$P_{t1} = ({}^{c_1}_p T)^{-1} \times ({}^g_{c_1} T)^{-1} \times {}^{x_1}_p T \times {}^{y_1}_{x_1} T \times {}^{z_1}_{y_1} T \times {}^b_{z_1} T \times {}^t_b T \times P_{t1} \quad (6)$$

同时,得出工件坐标系中刀具姿态与机床坐标系中各轴运动位置之间的实际传递变换矩阵对应关系

$$V_{g1} = ({}^{c_1}_p T)^{-1} \times ({}^g_{c_1} T)^{-1} \times {}^{x_1}_p T \times {}^{y_1}_{x_1} T \times {}^{z_1}_{y_1} T \times {}^b_{z_1} T \times {}^t_b T \times V_{t1} \quad (7)$$

其中,工件坐标系下的加工姿态定义和刀具坐标系下的刀具姿态可以分别定义为

$$\begin{cases} V_{g1} = (P_{gz} & P_{gy} & P_{gx} & 1)^T \\ V_{t1} = (P_{tz} & P_{ty} & P_{tx} & 1)^T \end{cases} \quad (8)$$

那么,通过齐次矩阵转换的方法分别将刀具切削点在刀具坐标系和工件坐标系内的坐标值分别由和工件路径都转换床身坐标系中得到 P_{a-t} 和 P_{a-g}

$$\begin{cases} P_{a-t} = {}^{x_1}_p T \times {}^{y_1}_{x_1} T \times {}^{z_1}_{y_1} T \times {}^b_{z_1} T \times {}^t_b T \times P_{t1} \\ P_{a-g} = {}^{c_1}_p T \times {}^g_{c_1} T \times P_{g1} \end{cases} \quad (9)$$

同样的通过齐次矩阵转换的方法分别将刀具切削点在刀具坐标系和工件坐标系内的坐标值分别由和工件路径都转换床身坐标系中得到 V_{a-t} 和 V_{a-g} ,分别为

$$\begin{cases} V_{a-t} = {}^{x_1}_p T \times {}^{y_1}_{x_1} T \times {}^{z_1}_{y_1} T \times {}^b_{z_1} T \times {}^t_b T \times V_{t1} \\ V_{a-g} = {}^{c_1}_p T \times {}^g_{c_1} T \times V_{g1} \end{cases} \quad (10)$$

在实际加工过程中,刀具与工件上的实际切削点往往无法完全达到理想的位置。产生的这种偏差,即两者之间的相对位移,直接影响了机床加工的精度,也被称为空间位置误差。那么,机床的空间误差简化模型为

$$\begin{cases} E_p = P_{a-g} - P_{a-t} \\ E_v = V_{a-g} - V_{a-t} \end{cases} \quad (11)$$

展开式为

$$\begin{cases} E_p = {}^{c_1}_p T \times {}^g_{c_1} T \times P_{g1} - {}^{x_1}_p T \times {}^{y_1}_{x_1} T \times {}^{z_1}_{y_1} T \times {}^b_{z_1} T \times {}^t_b T \times P_{t1} \\ E_v = {}^{c_1}_p T \times {}^g_{c_1} T \times V_{g1} - {}^{x_1}_p T \times {}^{y_1}_{x_1} T \times {}^{z_1}_{y_1} T \times {}^b_{z_1} T \times {}^t_b T \times V_{t1} \end{cases} \quad (12)$$

同样的,可以得到机床工况2、工况3、工况4和工况5由刀具位置误差和刀具姿态误差共同组成的空间误差模型。

但是上述公式,各个工况下的空间误差模型是独立存在的,对机床的补偿模型难以统一。为了使九轴五联动机床的5种加工工况的空间误差模型更加适应数控机床,本文引入奇异函数,该奇异函数能根据对应的机床的加工工况来自动判断机床空间误差的类型。

$$(j, n) = \frac{\langle j-n \rangle}{j-n} \quad (13)$$

式中,

$$\langle j-n \rangle = \begin{cases} j-n, & j \geq n \\ 0, & j < n, n=0,1,2,3,4 \end{cases} \quad (14)$$

特别地,当 $j=n$ 时

$$\frac{\langle j-n \rangle}{j-n} = 0 \quad (15)$$

参数 $j=1,2,3,4,5$ 分别代表数据机床的 5 种加工工况,即铣削工况 1、铣削工况 2、铣削工况 3、车削工况 4 和磨削工况 5; $n=1,2,3,4$ 分别代表机床各个线性轴的实际旋转矩阵 ${}^pT_q$ 。九轴数控机床的空间误差模型可由式(16)表示

$$\begin{cases} E_P = P_{a-g_1} - P_{a-t_1} = ({}^c_1T \times {}^g_{c_1}T)^{1-(j,i)+(j,4)} \times \\ \quad ({}^w_pT \times {}^c_2T \times {}^g_{c_2}T \times P_{g_1})^{\frac{1+(-1)^j}{2}} \times ({}^c_pT \times {}^g_cT)^{(j,2)-(j,3)} \times \\ \quad P_{g_j} - ({}^x_1T \times {}^y_1T \times {}^z_1T \times {}^t_1T)^{(j,4)} \times \\ \quad ({}^z_2T \times {}^x_2T \times {}^y_2T)^{(j,3)-(j,4)} \times ({}^w_pT \times {}^c_2T \times {}^g_{c_2}T)^{(j,5)} \times P_{t_j} \\ E_V = V_{a-g_1} - V_{a-t_1} = ({}^c_1T \times {}^g_{c_1}T)^{1-(j,1)+(j,4)} \times \\ \quad ({}^w_pT \times {}^c_2T \times {}^g_{c_2}T \times P_{g_1})^{\frac{1+(-1)^j}{2}} \times ({}^c_pT \times {}^g_cT)^{(j,2)-(j,3)} \times V_{g_j} - \\ \quad ({}^x_1T \times {}^y_1T \times {}^z_1T \times {}^t_1T)^{(j,4)} \times ({}^z_2T \times {}^x_2T \times {}^y_2T)^{(j,3)-(j,4)} \times \\ \quad ({}^w_pT \times {}^c_2T \times {}^g_{c_2}T)^{(j,5)} \times V_{t_j} \end{cases} \quad (16)$$

只需输入特定机床的序号 j ,即可得到最终的运动位置模型。根据式(16)给出的模型,计算出机床在空间任意一点处的位移误差 $\Delta z, \Delta y$ 和 Δx ,从而在个运动轴上施加反向等量的运动量,即可对空间误差进行补偿。

2 九轴五联动车铣复合机床空间误差的补偿

由于九轴五联动车铣复合机床使用的系统为西门子 840D,可以将上述测量的线性轴和旋转轴的各自由度误差值代入空间误差模型中,得到线性轴定位误差的补偿值,然后将补偿值输入到西门子系统的丝杠螺距误差补偿表。

为了验证机床的补偿效果,本文采用体对角线的实验方法开展测试:首先确定九轴机床的测量空间范围,并且使用激光干涉仪进行检测,测量九轴五联动车铣复合机床空间内体对角线的定位误差^[11]。

九轴五联动车铣复合机床为长宽比的机床,机床工作空间大并且要考虑实验仪器和机床的限位作用,误差的测量可由分割成数个小长宽比的空间误差的测量来完成。选取机床的 3 个测量空间进

行补偿验证,即 $x316 \text{ mm } y140 \text{ mm } z-1400 \text{ mm}$ 至 $x-403.5 \text{ mm } y-30 \text{ mm } z-1000 \text{ mm}$ 、 $x316 \text{ mm } y140 \text{ mm } z-1000 \text{ mm}$ 至 $x-403.5 \text{ mm } y-30 \text{ mm } z-600 \text{ mm}$ 和 $x316 \text{ mm } y140 \text{ mm } z-600 \text{ mm}$ 至 $x-403.5 \text{ mm } y-30 \text{ mm } z-200 \text{ mm}$,其测量原理如图 2 所示。

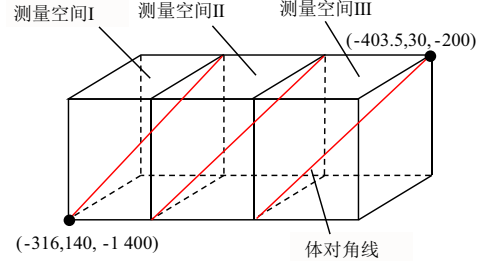


图2 机床体对角线测量空间

实验中采用的仪器是 MCV500 型激光干涉仪,其测量精度为 $\pm 1 \text{ ppm}$,分辨率为 $0.001 \mu\text{m}$,频率稳定性为 0.05 ppm ,实验装置如图 3 所示。

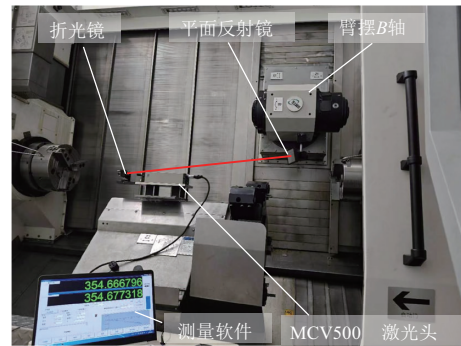
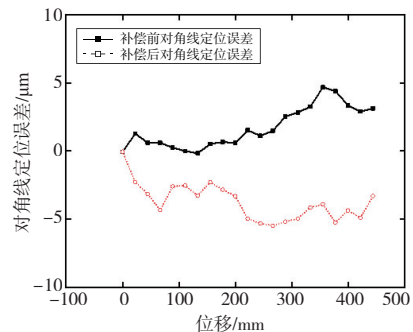


图3 机床体对角线补偿实验

九轴机床中每个测量空间内的体对角线长度均为 443.35 mm ,待测量点数为 21 个,在测量过程中,除了起始点,每个测量点都会按照 x 轴、 y 轴、 z 轴的顺序分别进行移动。具体的移动向量分别是 $(4.375, 0, 0)$ 、 $(0, 8.5, 0)$ 、 $(0, 0, 20)$ 。在体对角线补偿之前和补偿之后,选择各测量一次,获以获取体对角线误差的测量结果,如图 4 所示。



(a) 机床体对角线测量空间 I

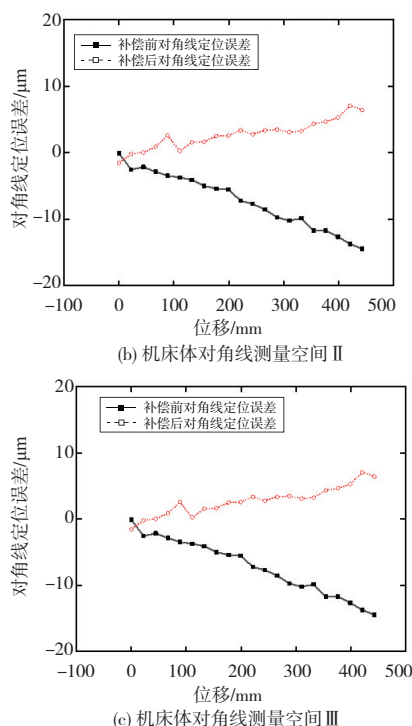


图4 机床体对角线定位误差补偿前后误差值

如表2所示,从实验结果可以得出,除测量空间 I 的补偿效果差外,该补偿方法在其他测量空间的补偿效果都十分显著。

表2 补偿前后机床体对角线测量范围 单位: μm

测量区域	测量空间 I		测量空间 II		测量空间 III	
	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN
对角线补偿前	4.70	-0.2	-0.1	-14.50	-0.04	-15.3
对角线补偿后	-0.05	-5.5	6.4	-0.07	2.30	-0.2

由表2可知,测量空间 I 的最大补偿率偏低,主要是测量空间在主轴附近,该区域的空间误差精度很高,测量空间 II 的最大补偿率为 55.38%,测量空间 III 的最大补偿率为 84.13%。实验结果显示:建立的空间误差补偿模型对机床精度的提高可以达到很好的效果。

3 结语

本文对九轴五联动车铣复合机床进行了补偿与补偿效果的验证,基于多系统理论建立多工况下的机床拓扑结构,推导出不同工况下的 HTM 空间误差补偿模型,并利用奇异值统一误差模型,

使得空间误差模型的建立更可靠、准确。使用多自由度测量仪器完成了对补偿结果有效性的验证。实验结果表明,线性轴对角线的补偿验证实验最大的补偿效果可达到从 $15.43 \mu\text{m}$ 补偿到 $2.42 \mu\text{m}$,最大补偿率为 84.13%。该方法对于机床空间误差具有更好的补偿效果。

参考文献:

- [1] 杨兆军,何佳龙,刘志峰,等. 数控机床可靠性技术新进展[J]. 机械工程学报,2023,59(19):152-163.
- [2] 王增. 车铣复合加工中心静动态特性分析及结构优化[D]. 大连:大连理工大学,2022.
- [3] 胡剑,唐敦兵. 云制造网络平台中机床设备建模方法研究[J]. 机械制造与自动化,2023,52(2):89-92.
- [4] LIANG R J, LI W, WANG Z Q, et al. A method to decouple the geometric errors for rotary axis in a five-axis CNC machine [J]. Measurement Science and Technology, 2020, 31(8):085007.
- [5] YIN Z S, LIU Q, SUN P P, et al. Kinematic analysis and parameter measurement for multi-axis laser engraving machine tools[J]. Machines, 2021, 9(10):237.
- [6] ZHOU B C, WANG S L, FANG C G, et al. Geometric error modeling and compensation for five-axis CNC gear profile grinding machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 92(5/6/7/8):2639-2652.
- [7] WEI W. Kinematics simulation modeling and implementation of Cnc machine tool based on fuzzy extension analytic hierarchy process [C]// Institute of Management Science and Industrial Engineering. Proceedings of 2019 International Conference on Information Science, Medical and Health Informatics (ISMHI 2019), Zhongshan: Zhongshan Torch Polytechnic, 2019:286-291.
- [8] 杨杰. 三轴数控铣床几何误差的理论建模及其补偿策略研究[D]. 兰州:兰州理工大学,2020.
- [9] NIU P, CHENG Q, ZHANG C X, et al. A novel method for machining accuracy reliability and failure sensitivity analysis for multi-axis machine tool [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 124(11/12):3823-3836.
- [10] 项四通. 五轴数控机床空间误差测量、建模与补偿技术研究[D]. 上海:上海交通大学,2016.
- [11] 刘少朋. 基于体对角线误差检测的数控机床几何误差辨识方法研究[D]. 天津:天津大学,2017.

收稿日期:2024-04-02