

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.03.020

多维信息分析增强张量奇异谱分解及多源信息融合诊断应用

邢得富¹, 卢佳庆², 杨山¹, 胡文超¹, 宫元¹, 尧伟和¹, 张飞斌³

(1. 国能神华九江发电有限公司, 江西 九江 332504;

2. 内蒙古科技大学, 内蒙古自治区 包头 014010;

3. 清华大学 机械工程系, 北京 100084)

摘要:张量是将向量和矩阵推广到任意维度的泛化形式,能够高效地表示并操作多维数据,广泛用于图像、信号处理及高维数据挖掘等领域。基于柔性张量奇异值分解理论,结合功率谱广义多维信息分析,提出一种张量奇异谱分解算法。该算法在克服传统张量分解的核心张量稀疏性低、张量秩不唯一等问题的同时,实现最优张量嵌入维数的自适应迭代选取,可广泛适用于多源高阶数据的融合处理。与现有方法在处理滚动轴承多传感故障信号的分析结果进行对比,证明了所提方法在信号降噪和特征提取性能上具有明显优势。

关键词:张量分解;奇异值分解;故障诊断;信号处理;滚动轴承

中图分类号:TP391 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2026)03-0100-07

Multidimensional Information Analysis on Enhanced Tensor Singular Spectrum Decomposition and Its Application for Multi-Source Information Fusion Diagnosis

XING Defu¹, LU Jiaqing², YANG Shan¹, HU Wenchao¹, GONG Yuan¹, YAO Weihe¹, ZHANG Feibin³

(1. National Energy Shenhua Jiujiang Power Generation Company Limited, Jiujiang 332504, China;

2. Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China;

3. Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A tensor is a generalization of vectors and matrices to arbitrary dimensions, capable of efficiently presenting and manipulating multidimensional data. It is widely used in fields such as image processing, signal processing, and high-dimensional data mining. Based on the theory of Flexible Tensor Singular Value Decomposition (FTSVD), this paper proposes a novel tensor singular spectrum decomposition algorithm by integrating generalized multidimensional information analysis of power spectrum. Apart from overcoming issues in traditional tensor decomposition methods, such as low sparsity of core tensors and non-uniqueness of tensor ranks, the proposed algorithm achieves adaptive iterative selection of the optimal tensor-embedded dimension, making it widely applicable to the fusion processing of multi-source high-order data. Comparative analysis with the analysis result of processing multi-sensor fault signals of rolling bearings by existing methods demonstrates that the proposed method has significant advantages in signal denoising and feature extraction performance.

Keywords: tensor decomposition; singular value decomposition; fault Diagnosis; signal processing; rolling bearing

0 引言

利用多维传感器对机械系统进行振动信号采集,相比于使用单传感器,它不仅能有效地避免局部信息丢失,还能保证状态信息的综合性。因此,多通道信号分析常被用于旋转机械的故障诊断研究中^[1]。然而,实际测取的振动信号不可避免地

存在噪声等干扰因素,大部分信号处理方法在处理多传感器信号时只能单独处理每个传感器的数据^[2-3]。这往往不利于挖掘多传感器信号之间固有的耦合信息,易导致多通道信号间的内部相关性丢失。因此,有效处理多通道振动信号是故障诊断研究的关键问题之一。

张量分析在保留多个通道信号之间固有关联

基金项目:国家自然科学基金项目(52105109)

第一作者简介:邢得富(1980—),男,吉林松原人,工程师,本科,研究方向为电动机振动故障分析,16124196@ceic.com。

通信作者简介:张飞斌(1986—),男,江西瑞金人,助理研究员,硕士生导师,研究方向为机械动力学及智能运维,zfeibin@tsinghua.edu.cn。

的情况下进行信号分解、降噪等处理方面具有独特的优势。目前,已经有不少学者专注于张量分解研究,并将其应用于多通道信号处理。文献[4]表明通过 Tucker 分解实现的低多线性秩近似能提高原始数据张量的信噪比,可作为一种信号增强的工具。文献[5]中讨论了如何基于 HOSVD 低秩近似实现信号子空间的估计,旨在解决多维谐波恢复问题的同时提高参数估计的精度。FU 等^[6]认为现有的图像去噪方法未考虑到三维磁共振图像的多维性,也就不适用于该三维信号的降噪。鉴于此,他们基于 HOSVD 分解提出了一种低秩张量近似的三维图像去噪方法,可以有效地模拟磁共振图像的稀疏性和非局部相似性。XU 等^[7]通过截断高阶奇异值分解(T-HOSVD)获得检测信号因子矩阵以去噪和减少信号的维度。秦毅等^[8]针对传统奇异值分解特征提取方法中不能自动选择有效奇异值数目的问题,提出了一种基于自适应奇异值分解的行星齿轮箱故障诊断方法。SUN 等^[9]为了探索局部信息并利用不同频段特征之间的相关性,引入了基于小波包(WP)分解的特征张量来表征振动信号反映的轴承故障状态,并提出了一种采用特征张量直接与轴承故障相关的早期故障检测方法。杨诚^[10]以旋转机械为研究对象,深入研究了多源振动信号的张量表示及其智能识别方法,并根据实际工程中不同的理想标签故障样本获取难度,提出了一套基于张量学习的旋转机械智能故障诊断方案。

由此可见,张量在信号分析中应用十分广泛。而以上研究中涉及的 CP 分解、Tucker 分解、HOSVD 等经典张量分解方法本质上都是基于 n -模式积的矩阵 SVD 的高阶推广,存在一定的固有局限性。为此本文引入了高阶张量分析新理论——柔性张量积^[11]。并依据该张量分解提出了一种适用于多通道信号融合处理的新型自适应分解算法。

1 柔性张量积及分解算法

1.1 符号含义

本文中浅色斜体字母表示标量(例: A 和 a);粗体小写字母表示向量(例: $\mathbf{a}$);粗体大写字母表示矩阵(例: $\mathbf{A}$);粗体花体字母表示张量(例: $\mathbf{X}$);一个 m 阶张量表示为 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3 \times \dots \times I_m}$,其中 $I_1, I_2, \dots, I_m$ 分别为张量各个阶的维数;三阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的正面切片形式记为 $\mathbf{X}(:, :, i)$ 。

1.2 柔性张量积的定义

柔性张量积是高阶张量理论的最新进展之一。将该乘法规则拓展到多阶张量,先引入一个参数 o 。 o 表示的是 m 阶张量 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3 \times \dots \times I_m}$ 中有 o 阶的维数与 n 阶张量 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{J_1 \times J_2 \times J_3 \times \dots \times J_n}$ 中 o 阶的维数对应相等,它们之间的乘法称为 o 模式积。

定义张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3 \times \dots \times I_m}$ 与张量 $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{J_1 \times J_2 \times J_3 \times \dots \times J_n}$ 的乘积记为:

$$(\mathbf{X} \times_{o, \langle p, q \rangle} \mathbf{Y})_{k_1 k_2 \dots k_{m+n-2o}} = \sum_{s_1=1}^{S_1} \dots \sum_{s_o=1}^{S_o} X_{k_1 \Delta_x^p} Y_{\Delta_y^q k_{m+n-2o}} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} \Delta_x^p = s_1 \dots s_o k_2 \dots k_{m-o}; S_r = I_{r+1} \\ \text{when } p = 1 \\ \Delta_x^p = k_2 \dots k_{m-o} s_o \dots s_1; S_r = I_{m-r+1} \\ \text{when } p = 2 \\ \Delta_y^q = s_1 \dots s_o k_{m-o+1} \dots k_{m+n-2o-1}; S_r = J_r \\ \text{when } q = 1 \\ \Delta_y^q = k_{m-o+1} \dots k_{m+n-2o-1} s_o \dots s_1; S_r = J_{n-r} \\ \text{when } q = 2 \end{cases}$$

式中: $\langle p, q \rangle$ 中的 p 和 q 分别表示张量 $\mathbf{X}$ 和张量 $\mathbf{Y}$ 中参与张量 o 模式积的阶数顺序, $p, q \in \{1, 2\}$, ‘1’表示正序,即张量的阶按前向索引排列;‘2’表示逆序,即按后向索引排列。 r 表示收缩索引序号,取值为 $r = 1, 2, \dots, o$;正整数参数 o 表示张量乘法中的收缩乘子阶数,其取值范围为 $o \in \{1, 2, \dots, \min(m, n) - 1\}$;下标字母 m 和 n 分别表示张量 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$ 的阶数;下标 $s_1, s_2, \dots, s_o$ 分别表示第 1 到 o 个收缩索引,大写字母 $S_1, S_2, \dots, S_o$ 为对应索引变量的取值上限; Δ_x^p, Δ_y^q 分别表示左张量 $\mathbf{X}$ 与右张量 $\mathbf{Y}$ 按照 $\langle p, q \rangle$ 指定规则排列的一串指标序列; $k_1, k_2, \dots, k_{m+n-2o}$ 表示乘积结果张量保留下来的自由索引; $I_1, I_2, \dots, I_m$ 分别表示张量 $\mathbf{X}$ 各个阶的维数; $J_1, J_2, \dots, J_n$ 分别表示张量 $\mathbf{Y}$ 各个阶的维数。

1.3 张量奇异值分解

在柔性张量乘法体系下,三阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的第二类柔性奇异值分解可表示为

$$\mathbf{X}_{I_1 \times I_2 \times I_3} = \mathbf{U}_{I_1 \times I_1} \times_{1, \langle 2, 1 \rangle} \mathbf{S}_{I_1 \times I_2 \times I_3} \times_{2, \langle 2, 1 \rangle} \mathbf{V}_{I_3 \times I_2 \times I_2 \times I_3}^T \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}$ 表示待分解的原始三阶张量,三阶维数分别为 I_1, I_2 和 I_3 ; $\mathbf{U}$ 表示左奇异张量,对应原始张量

的左奇异空间,二阶维数分别为 I_1 和 I_1 ; $\mathbf{S}$ 表示核心张量,三阶维数分别为 I_1, I_2 和 I_3 ,该张量具有伪对角性和有序性; $\mathbf{V}^T$ 右奇异张量的转置,对应原始张量的右奇异空间,四阶维数分别为 I_3, I_2, I_2 和 I_3 。

与矩阵奇异值分解类似,柔性张量奇异值分解的核心张量 $\mathbf{S}$ 有下面两条性质:

- 1) 伪对角: $\text{unfold}(\mathbf{S}) = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots)$;
- 2) 有序性: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \dots \geq 0$ 。

2 基于张量-SVD 的多通道信号自适应分解算法

2.1 三阶张量模型的构造

为了实现多通道信号之间的融合处理,首先需要将多个通道信号构建为一个高阶张量,从而获得多通道信号的高阶表征。本文借鉴轨迹矩阵的构造方式,将多通道信号构建为三阶张量模型。假设有 K 个长度为 n 的离散时间序列 $x(N), \dots, y(N)$,将这 k 个时间序列构建为一个三阶张量模型 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$,其表达式可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{X}(:, :, 1) = \left[\begin{array}{cccc} x(1) & x(N) & x(N-1) & \dots \\ x(2) & x(1) & x(N) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x(n) & x(N-1) & \dots & \dots \end{array} \right]_{I_1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}(:, :, I_3) = \left[\begin{array}{cccc} y(1) & y(N) & y(N-1) & \dots \\ y(2) & y(1) & y(N) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(N) & y(N-1) & \dots & \dots \end{array} \right]_{I_2} \end{array} \right. \quad (3)$$

式中: I_1, I_2 和 I_3 表示三阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的三阶维数。具体来说, I_1 表示三阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的第一阶维数,对应每个张量正面切片矩阵的行数,即离散时间序列长度,因此 $I_1 = N$; I_2 表示三阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的第二阶维数,对应每个正面切片矩阵的列数,即三阶张量的嵌入维数; I_3 表示三阶张量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的第三阶维数,对应正面切片数量,即通道数,因此 $I_3 = K$ 。

2.2 自适应嵌入维数的选取

为有效提取多通道信号中的有用特征,三阶张量中 I_2 的维数采用功率谱广义多维信息分析 (P-GMIA) 的方法确定。具体步骤如下:对多通

道时间序列 $x(n), \dots, y(n)$ 求功率谱密度 (PSD),估计出它们最大峰值对应的频率分别为 $f_{\max, x}, \dots, f_{\max, y}$ 。在此基础上,计算整个系统的最大峰值 $f_{\max} = \max(f_{\max, x}, \dots, f_{\max, y})$,同时获得多通道时间序列功率谱密度中主峰的半带宽 Δf 以快速地识别出信号中的主要能量分布。在此基础上还引入了 Gini 缓和分解指数 (GMDI) 来细化嵌入维数的选择,通过用分解识别指数 (DII) 和 Gini 指数 (GI),考虑信号能量分布的同时,也考虑了频率成分之间的相关性和信号的非均匀性^[12]。具体地, DII 用于评估信号在目标频带内的能量占比,而 GI 则用于衡量信号能量分布的均匀程度。

DII 值的计算公式如下

$$D_{II} = \frac{\sum_{f=f_{\text{down}}}^{f_{\text{up}}} A(f)}{\sum_{f=f_{\text{down}}}^{f_{\text{up}}} A(f) + \left| \sum_{f=f_{\text{down}}}^{f_{\text{up}}} A(f) - \sum_{f=f_{\text{down}}}^{f_{\text{up}}} A_j(f) \right|} \quad (4)$$

式中: D_{II} 表示分解识别指数,用于评估信号在目标频带内的能量占比; $f_{\text{down}}, f_{\text{up}}$ 分别表示目标频带的下限和上限频率; $A(f)$ 表示原始信号在频率 f 处的傅里叶变换幅值; $A_j(f)$ 表示第 j 个分解子信号在频率 f 处的幅值。

$$G_I = 1 - 2 \sum_{p=1}^n \frac{S_{Er}[p]}{\|S_E\|_1} \left(\frac{N-p+0.5}{N} \right) \quad (5)$$

式中: S_{Er} 表示信号包络平方和的排序; $\|SE\|_1$ 为 $L1$ 范数。GMDI 值结合 DII 值和 GI 值计算如下

$$G_{MDI} = D_{II} \cdot G_I \quad (6)$$

因此,第 1 阶段中张量的嵌入维数 I_2 依据信号的最大频率峰值 $f_{\max}$ 和采样频率 F_s 进行初步设定,范围通常设定为 $0.8 \leq \frac{F_s}{f_{\max}} \leq 1.2$,其中 F_s 为时

间序列的采样频率。在第 2 阶段,张量嵌入维数 I_2' 通过解析 $\arg\max_{I_2} G_{MDI}(I_2)$ 确定,从而确保信号分解的最佳效果并最大限度地保留信号的关键特征。

2.3 多通道振动信号特征融合和提取方法

所提出的多维信息分析增强张量奇异谱分解算法流程如下:首先,将多通道信号构建为三阶张量,采用 PSD 等方法对多通道信号进行分析和估计,确定当前整个系统的最大峰值 $f_{\max}$ 和频带范围 $[f_{\max} - \Delta f, f_{\max} + \Delta f]$ 。构建三阶张量模型 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 后,对其进行第二类张量奇异值分解 $\mathbf{X} = \mathbf{U}_{1, \langle 2, 1 \rangle} \mathbf{S}_{2, \langle 2, 1 \rangle} \mathbf{V}^T$,可得到多通道信号的所

有奇异值及其对应的特征向量。为了保留多通道信号的有用特征向量,本文采用迭代方法逐个顺序提取多通道信号中的有用分量信号 $g(j)(n), \dots, h(j)(n)$ 。在频带 $[f_{\max} - \Delta f, f_{\max} + \Delta f]$ 范围外的信号成分将在第 j 次迭代时被自动丢弃,并在后续的迭代中被有效识别。为了实现多通道分量信号的自适应分解,选用多通道残余信号中的最大归一化均方根指标 NMSE^[13] 作为迭代分解的终止条件。该张量分解的优势是分解后的核心张量 $\mathbf{S}$ 是伪对角的,计算简便且结果唯一,能将矩阵奇异值分解的优点很好地拓展到张量奇异值分解中。最后,对有用特征向量进行自适应重构获得多通道分量信号,从 $\mathbf{U}$ 中挑选处于 $[f_{\max} - \Delta f, f_{\max} + \Delta f]$ 频带范围内的主峰能量贡献最大的特征组,将特征组对应的特征向量和奇异值利用第二类张量乘法重构为分量信号。

3 实验验证与结果分析

3.1 仿真信号分析

对所提方法的有效性进行验证,根据式(7)创建轴承仿真信号^[14]。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{X}_m(t) + \mathbf{X}_r(t) + \mathbf{n}(t) \\ \mathbf{s}(t) = \sum_i \mathbf{A}_i h(t - iT) \\ h(t) = e^{(-Ct) \cos(2\pi f_0 t)} \\ \mathbf{A}_i = 1 + \mathbf{A}_0 \cos(2\pi f_r t) \\ \mathbf{X}_m(t) = \mathbf{A}_{m1} \sin(2\pi f_{m1} t + \varphi_{m1}) + \mathbf{A}_{m2} \sin(2\pi f_{m2} t + \varphi_{m2}) \\ \mathbf{X}_r(t) = \sum_{i=1}^3 \mathbf{A}_{ri} e^{-\gamma_i \Psi(t-T_n)} \sin(2\pi f_{ri}(t - T_n)) \end{cases} \quad (7)$$

式中: t 表示时间变量; $\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_i, \mathbf{A}_{m1}, \mathbf{A}_{m2}, \mathbf{A}_{ri}$ 表示幅值参数; $\mathbf{x}(t), \mathbf{s}(t), \mathbf{X}_m(t), \mathbf{X}_r(t), \mathbf{n}(t)$ 分别表示总仿真信号、周期冲击分量、调制信号、随机脉冲信号以及高斯白噪声信号; $h(t)$ 表示单位冲击响应函数; γ_i 和 ψ 分别表示脉冲信号的衰减相关参数; T_n 表示第 n 个随机脉冲发生时刻。

采样频率为 12 800 Hz, $\mathbf{s}(t)$ 为周期冲击分量,幅值 $\mathbf{A}_0$ 为 0.3。转动频率 f_r 为 25 Hz; 共振频率 f_0 为 4 000 Hz; 故障特征频率 $f_i = 1/T = 120$ Hz; 衰减系数 c 为 700; $\mathbf{X}_m(t)$ 为调制信号, $\mathbf{A}_{m1}, \mathbf{A}_{m2}$ 为调制信号的幅值,分别为 0.3、0.5; f_{m1} 和 f_{m2} 为调制信号的频率,分别为 30 Hz 和 55 Hz; φ_{m1} 和 φ_{m2} 为调制信号的相位,分别为 $\pi/6$ 和 $-\pi/3$; $\mathbf{X}_r(t)$ 为随机脉冲信号; $\mathbf{n}(t)$ 为高斯白噪声分量。

原始仿真信号水平和垂直两通道的时域波形如图 1 所示,加入白噪声后两通道的时域波形如图 2 所示。可以看出轴承故障冲击已被噪声淹没,不再清晰可见。通过本文方法处理得到的第 3 个分量信号如图 3 所示。

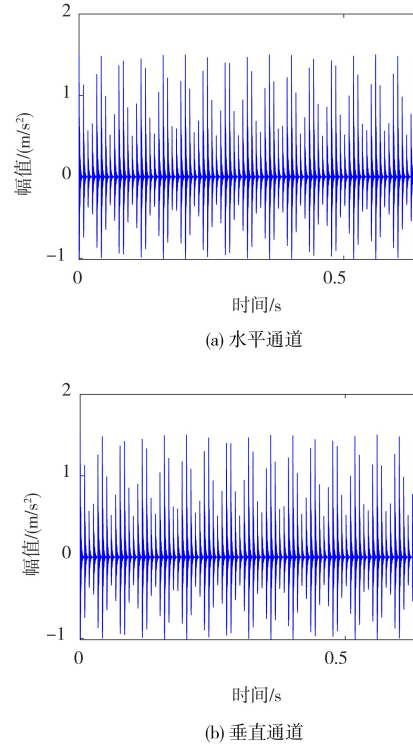


图 1 水平和垂直两个通道的时域波形

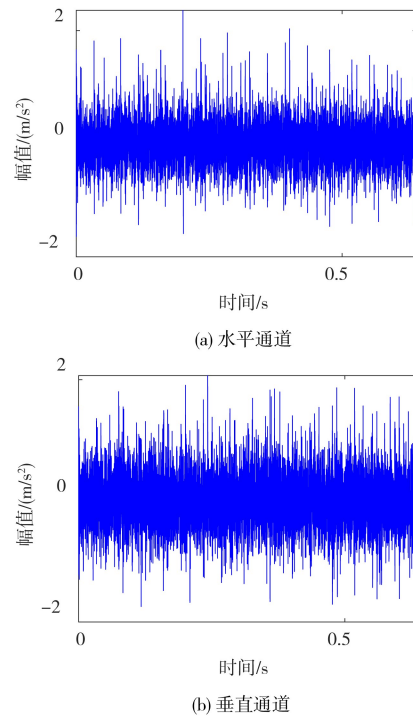


图 2 水平和垂直两个通道加入白噪声后的时域波形

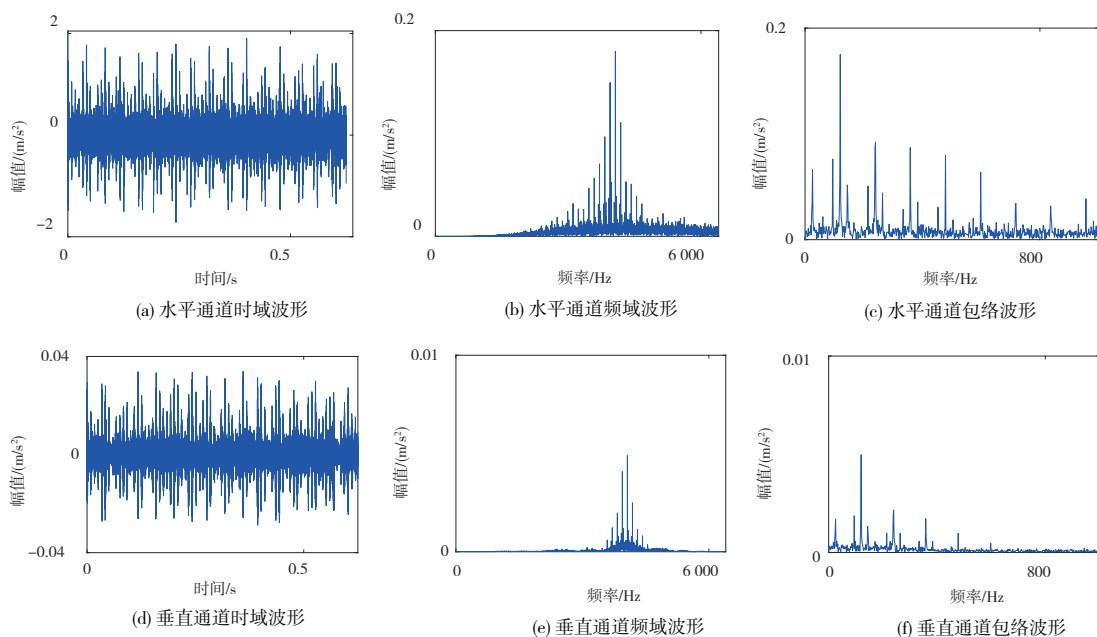


图3 采用所提方法处理后第3个分量信号

观察发现原信号中被噪声掩盖的轴承故障冲击波形被清晰地提取出来。根据包络波形图中突出峰值分别为 120 Hz、240 Hz、358.4 Hz、478.4 Hz 等特征频率值可判断出与仿真信号故障特征频率及其倍频近乎完全符合。由此可见,本文方法能够准确地从含有噪声的信号中提取出轴承故障特征。

3.2 实验信号分析

为了进一步说明本方法在多通道信号微弱特征提取中的有效性,对实验信号进行分析,并运用所提出的算法对上述实验信号进行处理。双跨双转子滚动轴承实验台如图4所示。

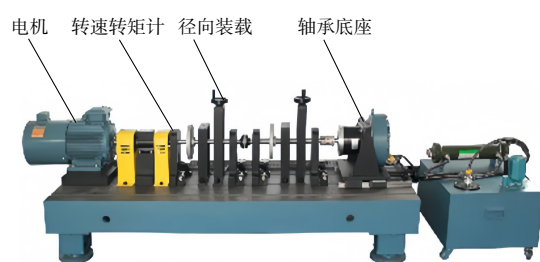


图4 双跨双转子滚动轴承实验台

采集到的双通道实验信号如图5所示,可以看出轴承故障特征频率在图中无法通过直接观察获取,频谱中亦存在诸多干扰频率。

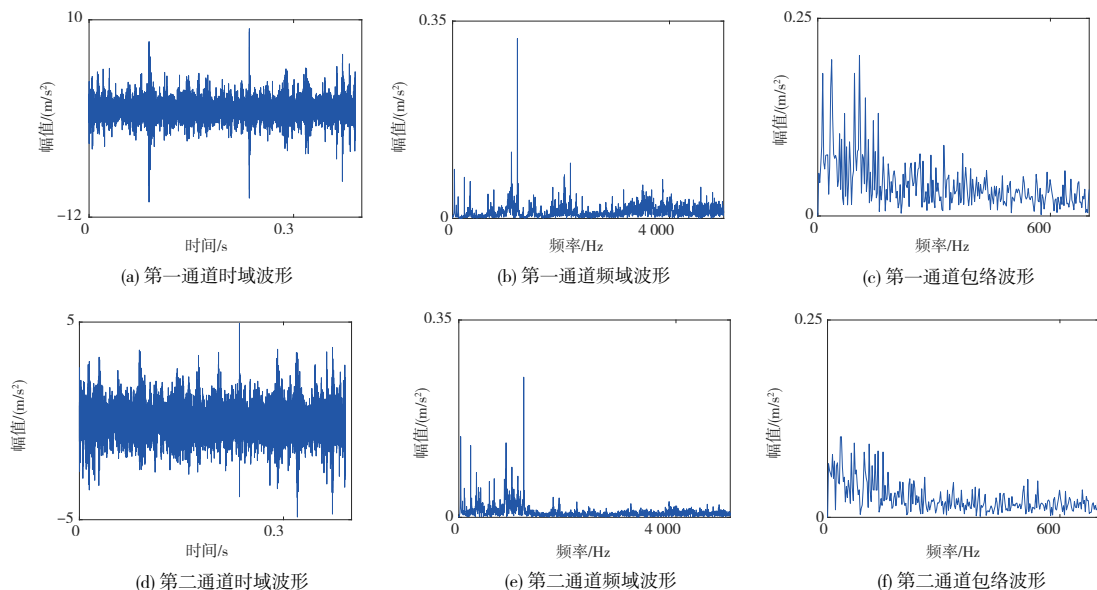


图5 测得的原始信号的时域、频谱及包络波形图

采用本文所提方法对其进行处理后,分别选取一通道第 20 分量和二通道第 8 分量图展示分解效果,如图 6 所示。

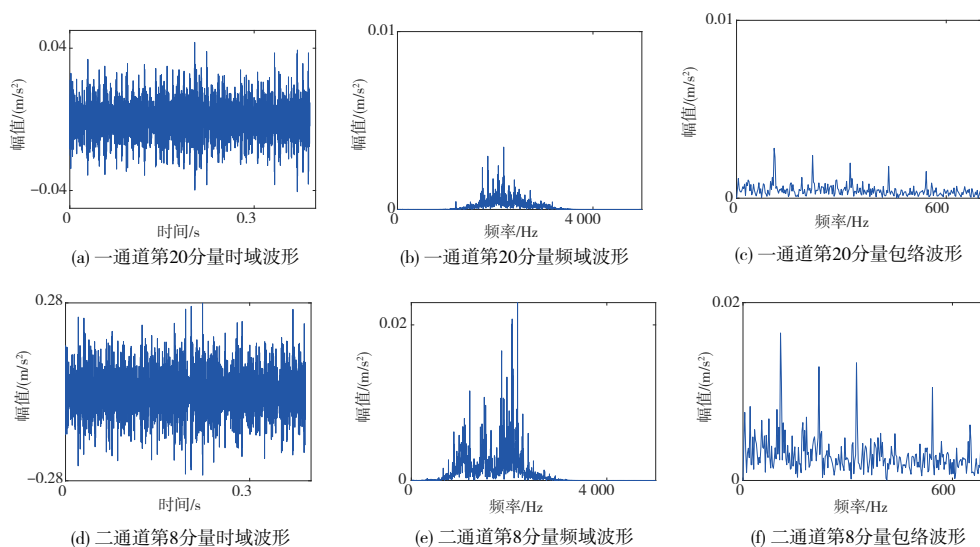


图 6 采用本文方法的一通道第 20 分量及二通道第 8 分量

运用了矩阵奇异谱分解对上述实验信号的每个通道信号进行处理,结果如图 7 所示。选择分解效果相对较好的一通道第 28 分量和二通道第 19 分量进行对比。从时域图 7 中可以看出经过矩阵奇异谱分解处理后的信号信噪比要比原始信

号的高,但是明显低于所提方法的分量结果。根据频谱以及包络图发现,故障特征频率仍然被噪声等干扰信号掩盖,该方法并没有将其有效地提取出来。在轴承故障特征提取方面,矩阵奇异谱分解处理这两通道信号的效果不及本文方法。

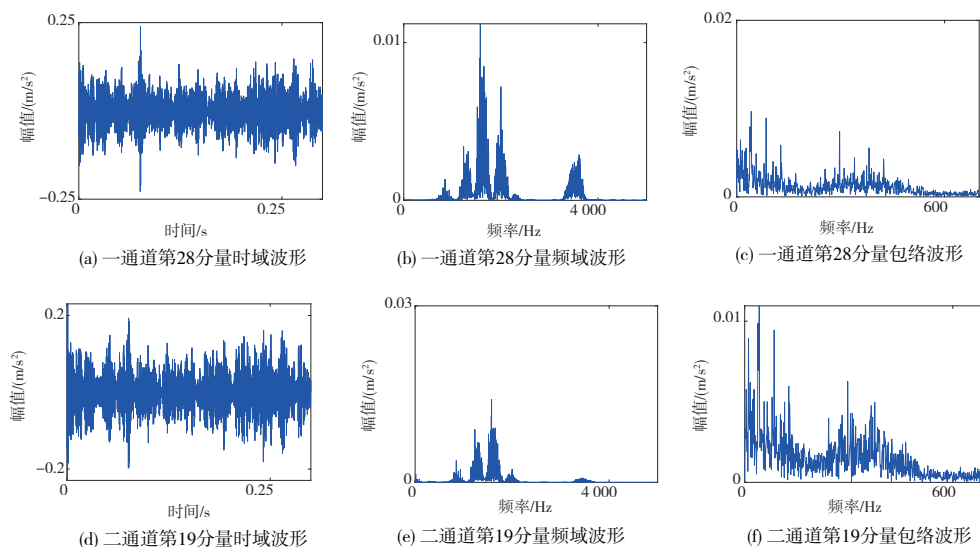


图 7 矩阵奇异谱分解处理后的结果

4 结语

本文提出了一种基于高阶张量分解理论的多源信息融合算法,创新性地结合了多维信息分析和柔性张量奇异谱分解,以解决现有方法在多通道信号降噪与特征提取方面的不足。通过引入功率谱广义多维信息分析(P-GMIA)和柔性张量奇

异谱分解(FTSSD),有效克服了传统张量分解方法在降噪时的固有局限性,提升了多通道信号的融合处理能力。

实验结果表明,本文方法在仿真和实验信号的降噪与特征提取方面均表现出明显优势,能够清晰提取出轴承故障的冲击特征,验证了其在多源信息故障诊断中的有效性和适用性。特别是与

本研究为多通道振动信号处理及故障诊断提供了一种有效的新方法,有望在旋转机械和复杂系统的健康监测与故障诊断领域获得广泛应用。

- [1] CHEN P, LI Y, WANG K S, et al. A novel knowledge transfer network with fluctuating operational condition adaptation for bearing fault pattern recognition [J]. Measurement, 2020, 158: 107739.
- [2] ZHANG K, XU Y G, LIAO Z Q, et al. A novel Fast Entrogram and its applications in rolling bearing fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 154: 107582.
- [3] 袁艳, 李峰, 王东. 基于开关卡尔曼滤波的叶轮故障振动信号特征提取 [J]. 机械制造与自动化, 2024, 53(2): 67-70.
- [4] CICHOCKI A, MANDIC D, DE LATHAUWER L, et al. Tensor decompositions for signal processing applications: from two-way to multiway component analysis [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2015, 32(2): 145-163.
- [5] HAARDT M, ROEMER F, DEL GALDO G. Higher-order SVD-based subspace estimation to improve the parameter estimation accuracy in multidimensional harmonic retrieval problems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3198-3213.
- [6] FU Y, DONG W S. 3D magnetic resonance image denoising using low-rank tensor approximation [J]. Neurocomputing, 2016, 195: 30-39.
- [7] XU J, ZHANG H, SUN C K, et al. Tensor-based denoising on multi-dimensional diagnostic signals of

- [8] 秦毅,张清亮,赵月. 基于自适应奇异值分解的行星齿轮箱故障诊断方法[J]. 振动与冲击, 2018, 37(17):122-127.
- [9] SUN B, LIU X F. Bearing early fault detection and degradation tracking based on support tensor data description with feature tensor[J]. Applied Acoustics, 2022, 188:108530.
- [10] 杨诚. 基于张量学习的旋转机械智能故障诊断方法研究[D]. 南京:东南大学, 2022.
- [11] HUANG J F, ZHANG F B, SAFAEI B, et al. The flexible tensor singular value decomposition and its applications in multisensor signal fusion processing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2024, 220:111662.
- [12] PANG B, LI P, ZHAO Y J, et al. Generalized adaptive singular spectrum decomposition and its application in fault diagnosis of rotating machinery under varying speed [J]. Measurement Science and Technology, 2024, 35(3):036111.
- [13] BONIZZU P, KAREL J M H, MESTE O, et al. Singular spectrum decomposition: a new method for time series decomposition [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2014, 6(4):1450011.
- [14] REN X P, GUO L J, LIU T T, ZHANG C, PANG Z. A multi-scale feature fusion network for rolling bearing fault diagnosis under complex working conditions[J]. Measurement Science and Technology, 2024, 35: 126143.

- [14] 邵怡韦,陈嘉宇,林翠颖,等. 小训练样本下齿轮箱故障诊断:一种基于改进深度森林的方法[J]. 航空学报,2022,43(8):112-126.
- [15] 何心,段亚穷,王子栋,等. 具有隐私保护功能的半监督小样本齿轮箱故障诊断[J]. 中国科学(技术科学),2024,54(6):1105-1119.
- [16] 韩延,李超,黄庆卿,等. 小样本下时序注意力边界增强原型网络的齿轮箱故障诊断方法[J]. 电子测量与仪器学报,2023,37(2):90-98.
- [17] 卢欣欣,马骏,张英聪. 基于连续小波变换和无模型元学习的小样本汽车行星齿轮箱故障诊断[J]. 机

[18] 余浩师, 汤宝平, 张楷, 等. 小样本下混合自注意力原型网络的风电齿轮箱故障诊断方法[J]. 中国机械工程, 2021, 32(20): 2475-2481.

[19] 汪鑫, 廖小平, 刘树胜, 等. 多传感器融合下多工况刀具磨损状态预测的深度森林方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(9): 263-272.

[20] 谢军飞, 张海清, 李代伟, 等. 基于 Lightgbm 和 XGBoost 的优化深度森林算法[J]. 南京大学学报(自然科学), 2023, 59(5): 833-840.

• 106 •