

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.03.013

齿轮-转子-磁轴承系统非线性动力学特性分析

姚会君, 曹会娟, 赵伟壮

(黄河交通学院 汽车工程学院, 河南 焦作 454950)

摘要:主动磁轴承作为高度非线性的机械元件,其非线性会对齿轮转子系统的动力学特性产生影响。建立考虑时变压力角和动态侧隙的齿轮-转子-磁轴承系统的动力学模型,研究转速、初始侧隙和名义气隙长度对系统振动响应的影响。结果表明:转速和名义气隙长度对系统振动特性有显著影响,即随着转速和名义气隙长度的增加,齿轮转子系统的响应由周期性转变为非周期性,在一定的取值范围内,初始侧隙对系统振动特性无显著影响。在确定由主动磁轴承支撑的齿轮转子系统的动态响应时,磁轴承的名义气隙长度比齿侧间隙更为重要。

关键词:齿轮转子;主动磁轴承;非线性动力学;动态侧隙;时变压力角

中图分类号:TH132.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2026)03-0064-06

Analysis of Nonlinear Dynamic Characteristics of a Gear-Rotor-Active Magnetic Bearing System

YAO Huijun, CAO Huijuan, ZHAO Weizhuang

(School of Automotive Engineering, Huanghe Jiaotong University, Jiaozuo 454950, China)

Abstract: As a highly nonlinear mechanical component, the nonlinearity of AMBs can exert an impact on the dynamic characteristics of gear-rotor systems. A dynamic model of the gear-rotor-AMB system is established, taking into account the time-varying pressure angle and dynamic backlash, and the influences of rotational speed, initial backlash and nominal air gap length on the vibration response of the system are investigated. The results show that rotational speed and nominal air gap length have a significant impact on the vibration characteristics of the system; specifically, as rotational speed and nominal air gap length increase, the response of the gear-rotor system transitions from periodic to non-periodic behavior. Within a reasonable value range, the initial backlash has no significant effect on the vibration characteristics of the system. When determining the dynamic response of the gear-rotor system supported by AMBs, the nominal air gap length of AMBs is a more critical factor than gear backlash.

Keywords: gear rotor; active magnetic bearing; nonlinear dynamics; dynamic backlash; time-varying pressure angle

0 引言

高速旋转机械的性能对其安全高效运行至关重要。近年来,主动磁轴承(active magnetic bearing, AMB)已开始应用于高速旋转机械领域。相比传统机械轴承,磁悬浮轴承具有无摩擦损耗、许用转速高、使用寿命和可靠性高等优点^[1-2]。此外,由于对磁轴承刚度和阻尼的精确控制,机械振动能够得到有效降低^[3]。对于主动磁轴承支承的齿轮转子系统,齿轮副与磁轴承均会引入大量非线性源。由于主动磁轴承与齿轮传动系统存在耦合作用,该非线性特性会表现得更为显著,进而可能对旋转机械的响应特性与运行稳定性产生不利影响,即可能引发倍周期、拟周期乃至混沌等失

稳行为。

为了高效揭示系统的基本振动规律,齿轮-转子-轴承系统数学模型常被简化为1自由度^[4-5]、2自由度^[6]、3自由度^[7-8]及4自由度^[9],但在实际工况下,系统常存在显著的耦合作用,这类简化的数学模型难以准确描述系统复杂的非线性动力学模型。因此,需要拓展到5自由度、6自由度甚至更多自由度。聂力等^[10]采用龙格-库塔法对建立的6自由度弯扭耦合振动模型进行求解,结果表明,齿面摩擦因数的增加可以降低直齿轮副啮合刚度幅值,同时合理的齿面摩擦因数和适当的直齿轮副安装有助于改善直齿轮副的振动特性。刘崇强等^[11]建立了含惰轮的6自由度齿轮系统动力学模型,研究了惰轮系统参数的变化对齿轮

基金项目:焦作市科技计划项目(2025210064)

第一作者简介:姚会君(1989—),女,河南周口人,讲师,博士研究生,研究方向为机械动力学、电池热管理,837332454@qq.com。

系统的振动影响。结果表明:激振频率的变化将使系统由 Hopf 分岔向阵发混沌等不利于惰轮系统的现象发生。信毅^[12] 为了研究齿面粗糙度和齿根裂纹对齿轮系统的振动影响,建立了考虑齿面粗糙度的 6 自由度齿轮系统模型,并对其准确性进行了实验验证。结果表明:对于健康齿轮,系统的稳定性依赖于齿轮精度的提高和齿面粗糙度的降低;对于裂纹齿轮,齿根部分裂纹长度的扩展有助于恶化裂纹产生的冲击现象。YI 等^[13] 建立的数学模型中考虑了压力角和齿侧间隙的时变特性,能够详细分析齿轮系统在不同工况下的运行特性。仿真结果表明:相较于以前简化模型的预测结果,该齿轮系统在运行初期即有可能出现混沌运动。混沌运动具有对初始条件极度敏感且无重复运动模式的特征,会对齿轮的运行性能与使用寿命产生显著影响。SHI 等^[14] 建立的数学模型中考虑了时变啮合刚度、静态传动误差、时变齿侧间隙及随机载荷的影响,通过与恒定齿侧间隙-恒定载荷模型、时变齿侧间隙-恒定载荷模型与恒定齿侧间隙-随机载荷模型的动力学响应对比,啮合过程中齿侧间隙与载荷的波动会破坏系统周期的稳定性,进而增大系统运动状态的预测难度。此外,还发现系统运动轨迹会通过分岔行为逐渐进入混沌状态。SHIN 等^[15] 对油膜径向轴承支撑的 5 自由度齿轮转子系统开展非线性分析,探究了系统参数对系统动力学行为的影响,明确了系统的稳定条件,并识别出可能存在的失稳行为。MAJUMDER 等^[16-17] 通过实验验证了主动磁轴承在抑制直齿轮转子系统振动方面的有效性。结果表明:主动磁轴承可显著降低由传动误差引发的振动。该团队进一步拓展了主动磁轴承在故障检测与诊断领域的应用,通过对振动信号的实时监测与分析,成功识别出齿轮故障。

综上所述,目前针对主动磁轴承支承的齿轮转子系统非线性特性的研究尚存在不足。现有研究大多采用具有线性刚度与阻尼系数的轴承,仅有 SHIN 的研究是个例外,他们采用了非线性油膜径向轴承,并证实轴承参数确实会对齿轮转子系统的振动响应产生影响。因此本文以磁轴承支承的齿轮转子系统为研究对象,建立考虑时变压力角和齿侧隙的 6 自由度齿轮-转子-磁轴承系统非线性动力学模型,采用数值迭代方法,研究转子转速、初始侧隙、名义气隙长度对系统振动响应的影响。

1 齿轮-转子-磁轴承系统模型

单级直齿轮-转子-磁轴承系统简化结构如图 1 所示。其中,主、从动齿轮是由两个质量单元为 m_i ,基圆半径为 r_{bi} 和转动惯量为 J_i 的刚性转子组成, T_i 是作用于齿轮 i 上的转矩。下标 i 分别表示转子主动轮 ($i=1$) 和从动轮 ($i=2$)。

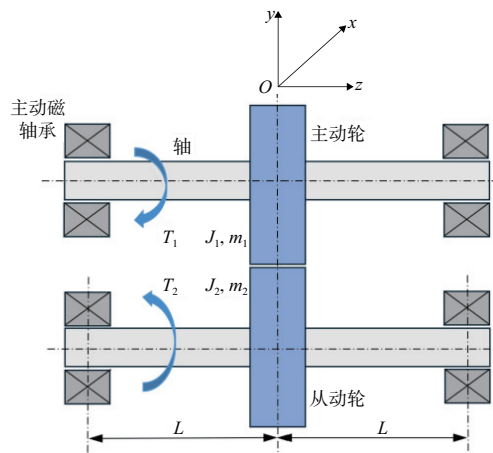


图 1 齿轮-转子-磁轴承系统结构示意图

1.1 齿轮转子模型

通过建立包含时变压力角和齿侧间隙(简称侧隙)的直齿轮副非线性啮合模型,实现了主齿轮与从齿轮之间的转矩传递。考虑时变压力角和动态侧隙的 6 自由度直齿轮-转子-磁轴承系统非线性动力学模型如图 2 所示,其广义坐标向量可定义为

$$\mathbf{q} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ \theta_1 \ \theta_2]^T \quad (1)$$

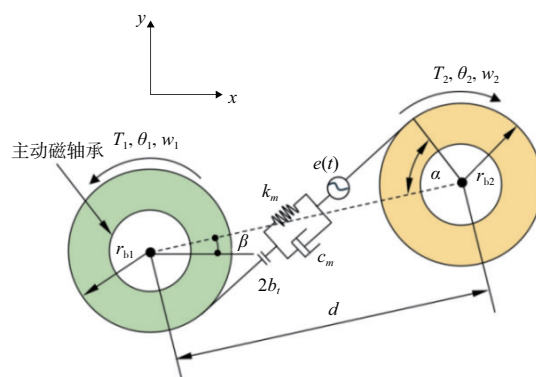


图 2 6 自由度直齿轮副啮合模型

根据齿轮啮合原理,动态传动误差 $\delta(t)$ 的计算公式为

$$\delta(t) = (x_1 - x_2) \sin(\alpha - \beta) + (y_1 - y_2) \cos(\alpha - \beta) + r_{b1} \theta_1 - r_{b2} \theta_2 - e(t) \quad (2)$$

式中: α 和 β 分别为实际压力角和位置角; $e(t)$ 为

静态传动误差。

根据黏弹性理论,动态啮合力由沿啮合线的弹性和阻尼力组成,可表示为

$$F_m = k_m f(\delta, b_t) + c_m f_1(\delta, b_t) \quad (3)$$

6 自由度齿轮-转子-磁轴承系统的动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + k_m f(\delta, b_t) f_{x_1} + c_m f_1(\delta, b_t) f_{1, \dot{x}_1} + F_{b1x} = 0 \\ m_1 \ddot{y}_1 + k_m f(\delta, b_t) f_{y_1} + c_m f_1(\delta, b_t) f_{1, \dot{y}_1} + F_{b1y} = -m_1 g \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_m f(\delta, b_t) f_{x_2} + c_m f_1(\delta, b_t) f_{1, \dot{x}_2} + F_{b2x} = 0 \\ m_2 \ddot{y}_2 + k_m f(\delta, b_t) f_{y_2} + c_m f_1(\delta, b_t) f_{1, \dot{y}_2} + F_{b2y} = -m_2 g \\ J_1 \ddot{\theta}_1 + k_m f(\delta, b_t) f_{\theta_1} + c_m f_1(\delta, b_t) f_{1, \dot{\theta}_1} = T_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + k_m f(\delta, b_t) f_{\theta_2} + c_m f_1(\delta, b_t) f_{1, \dot{\theta}_2} = -T_2 \end{cases} \quad (4)$$

式中逗号表示偏导数,具体见参考文献[14]。

1.2 主动磁轴承模型

与图 1 相对应的主动磁轴承模型示意图如图 3 所示。

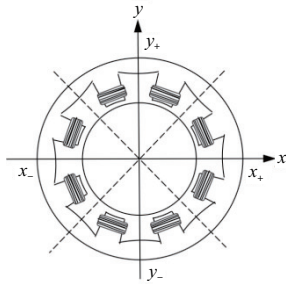


图 3 主动磁轴承示意图

x 方向和 y 方向上的电磁力合力可表示为

$$\begin{cases} F_{b1x} = 2 \left[(F_{x1+} - F_{x1-}) + \frac{\gamma x_1}{g_0} (F_{y1+} - F_{y1-}) \right] \\ F_{b1y} = 2 \left[(F_{y1+} - F_{y1-}) + \frac{\gamma y_1}{g_0} (F_{x1+} - F_{x1-}) \right] \\ F_{b2x} = 2 \left[(F_{x2+} - F_{x2-}) + \frac{\gamma x_2}{g_0} (F_{y2+} - F_{y2-}) \right] \\ F_{b2y} = 2 \left[(F_{y2+} - F_{y2-}) + \frac{\gamma y_2}{g_0} (F_{x2+} - F_{x2-}) \right] \end{cases} \quad (5)$$

式中: F_{xi+} 、 F_{xi-} 、 F_{yi+} 、 F_{yi-} 分别为主动磁轴承 i 在 x 方向和 y 方向两个方向上的正电磁力和负电磁力; γ 为几何耦合系数; g_0 为名义气隙长度。

线性 PD 控制器的比例增益系数 (K_p)、微分增益系数 (K_D) 及相关参数 i_{x_i} 、 i_{y_i} 、 x_i 、 y_i 、 $\dot{x}_i$ 和 $\dot{y}_i$ 对应关系可表示为

$$\begin{cases} i_{x_i} = -(K_p x_i + K_D \dot{x}_i) \\ i_{y_i} = -(K_p y_i + K_D \dot{y}_i) \end{cases} \quad (6)$$

2 数值仿真

为了能够准确地预测系统的动态响应性能,需要对系统非线性动力学方程组(4)进行综合分析。假设输入和输出转矩存在一定的波动,可用一阶谐波函数表示为

$$\begin{cases} T_1 = T_{10} + T_{1a} \sin(w_1 t) \\ T_2 = T_{20} + T_{2a} \sin(w_2 t) \end{cases} \quad (7)$$

式中: T_{10} 、 T_{20} 分别为转矩均值; T_{1a} 、 T_{2a} 分别为转矩幅值。

该系统模型可采用 4 阶-5 阶 Runge-Kutta 法进行求解。直齿轮系统和主动磁轴承主要参数^[18-19]分别如表 1 和表 2 所示。

表 1 直齿轮系统主要参数

齿轮参数	数值
齿轮齿数 z_1, z_2	20
模数 m_n/mm	10
初始压力角 $\alpha_0/(\circ)$	20
初始中心距 d_0/mm	200
设计重合度 m_p	1.556 8
齿轮质量 $m_1, m_2/\text{kg}$	6.57
转动惯量 $J_1, J_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.036 5
转矩均值 $T_{10}, T_{20}/(\text{N} \cdot \text{m})$	300
转矩幅值 $T_{1a}, T_{2a}/(\text{N} \cdot \text{m})$	100
啮合阻尼系数 ξ_m	0.07
单齿啮合刚度 $k_s/(\text{N}/\text{m})$	$3.622 8 \times 10^8$
双齿啮合刚度 $k_d/(\text{N}/\text{m})$	$6.507 2 \times 10^8$

表 2 主动磁轴承主要参数

主动磁轴承参数	数值
主动磁轴承常数 $\frac{\mu_0 N^2 A_g}{4}/(\text{Nm}^2/\text{A}^2)$	1.5×10^{-6}
偏磁电流 i_0/A	0.5
几何耦合参数 γ	0.2
比例增益系数 $K_p/(\text{A}/\text{m})$	9 400
微分增益系数 $K_D/(\text{As}/\text{m})$	8.4

2.1 转速对系统振动响应的影响

假设初始侧隙 $b_0 = 30 \mu\text{m}$ 和名义气隙长度 $g_0 = 0.5 \text{ mm}$, 其他参数如表 1 和表 2 所示。齿轮转子转速 n_1 分别为 2 000 r/min、4 000 r/min 和

6 000 r/min时,转子响应的时间历程图、频谱图和相图如图4所示。结果表明:随着转速的增加,系统振动响应的时间历程图显示转子运动由周期性转为非周期性;FFT频谱结果进一步显示在转速为2 000 r/min和4 000 r/min时,转子(x_1)的振

动成分比较单一,只有转频 $f_r(n_1/60)$ 和啮合频率 $f_m(n_1 \times z_1/60)$,在转速6 000 r/min时,系统的频谱出现倍频($2f_m$)和组合频率($f_m \pm f_r$)成分;同时,相轨迹曲线不再闭合也说明了该工况下转子的非周期响应特性。

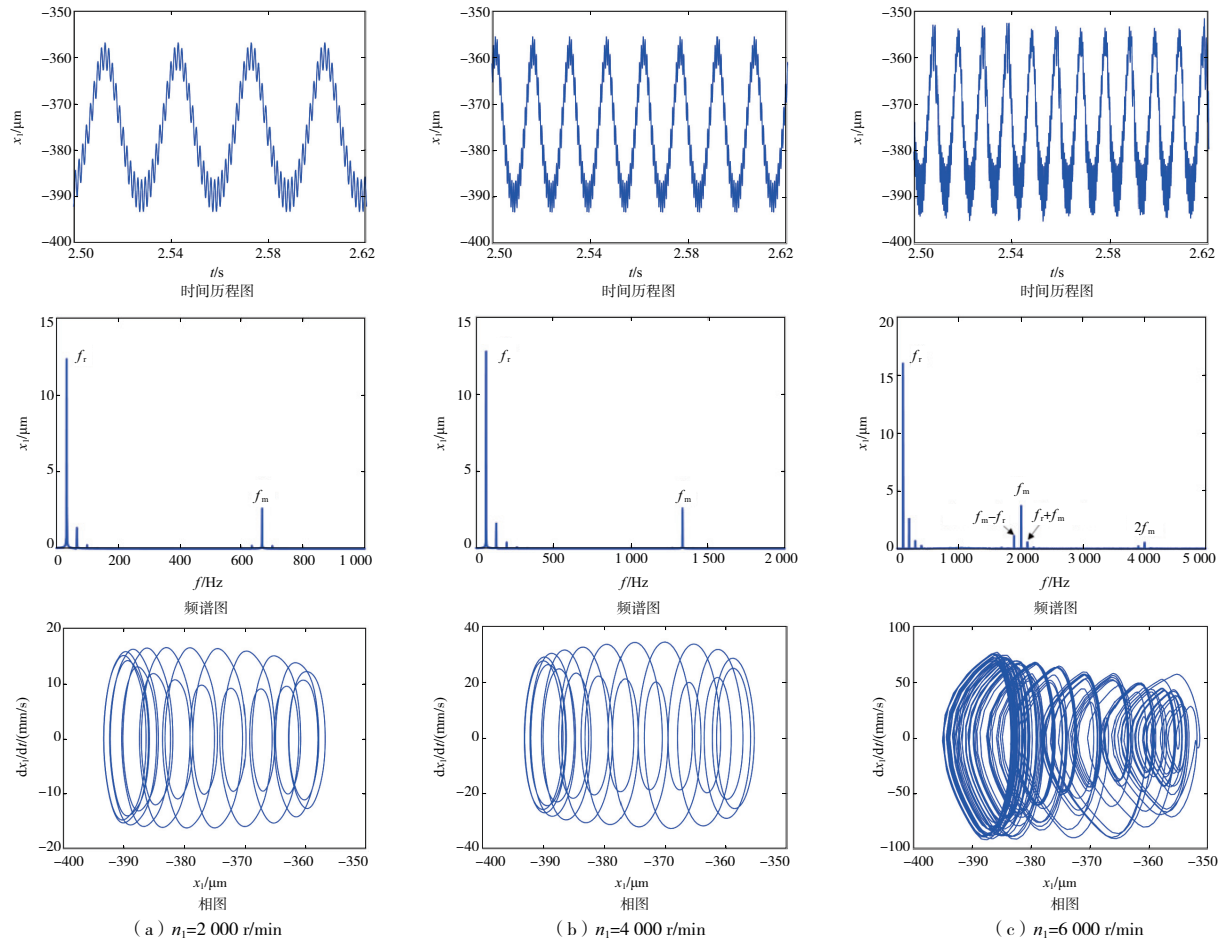


图4 不同转速下的动态响应

2.2 初始侧隙对系统动态响应的影响

假设转速 $n_1 = 2\ 000$ r/min和名义气隙长度 $g_0 = 0.5$ mm时,其他参数如表1和表2所示。初始侧隙值 b_0 分别为10 μm 、30 μm 和50 μm 时,齿轮转子响应的时间历程图、相图和Poincaré映射图如图5所示。结果表明,随着初始侧隙值的增加,系统的振动响应显示转子运动都是周期性运行,即初始侧隙值在合理的范围内变化时对系统振动响应影响很小。

2.3 名义气隙长度对系统动态响应的影响

假设转速 $n_1 = 2\ 000$ r/min和初始侧隙 $b_0 = 30$ μm ,其他参数如表1和表2所示。系统在名义气隙长度 g_0 分别为0.2 mm、1 mm和8 mm时的时间历程图、相图和Poincaré映射图如图6所示。相图表明:当名义气隙长度为0.2 mm和1 mm时,相轨迹呈封闭曲线,说明齿轮转子系统的运动状态为周期运动;当名义气隙长度增至8 mm时,相轨迹不再封闭,表明系统响应呈非周期运动特征;庞加莱截面图进一步验证了这一规律。

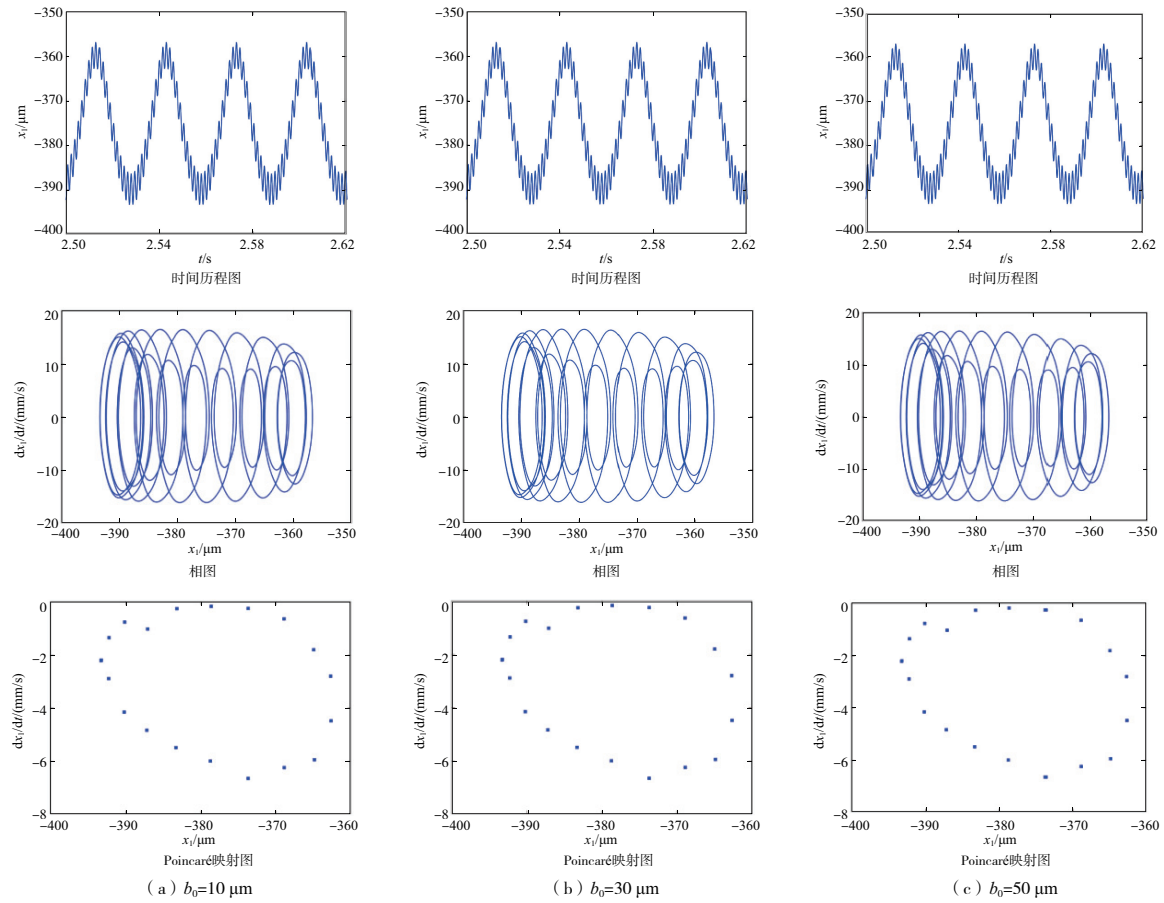


图5 不同初始侧隙下的动态响应

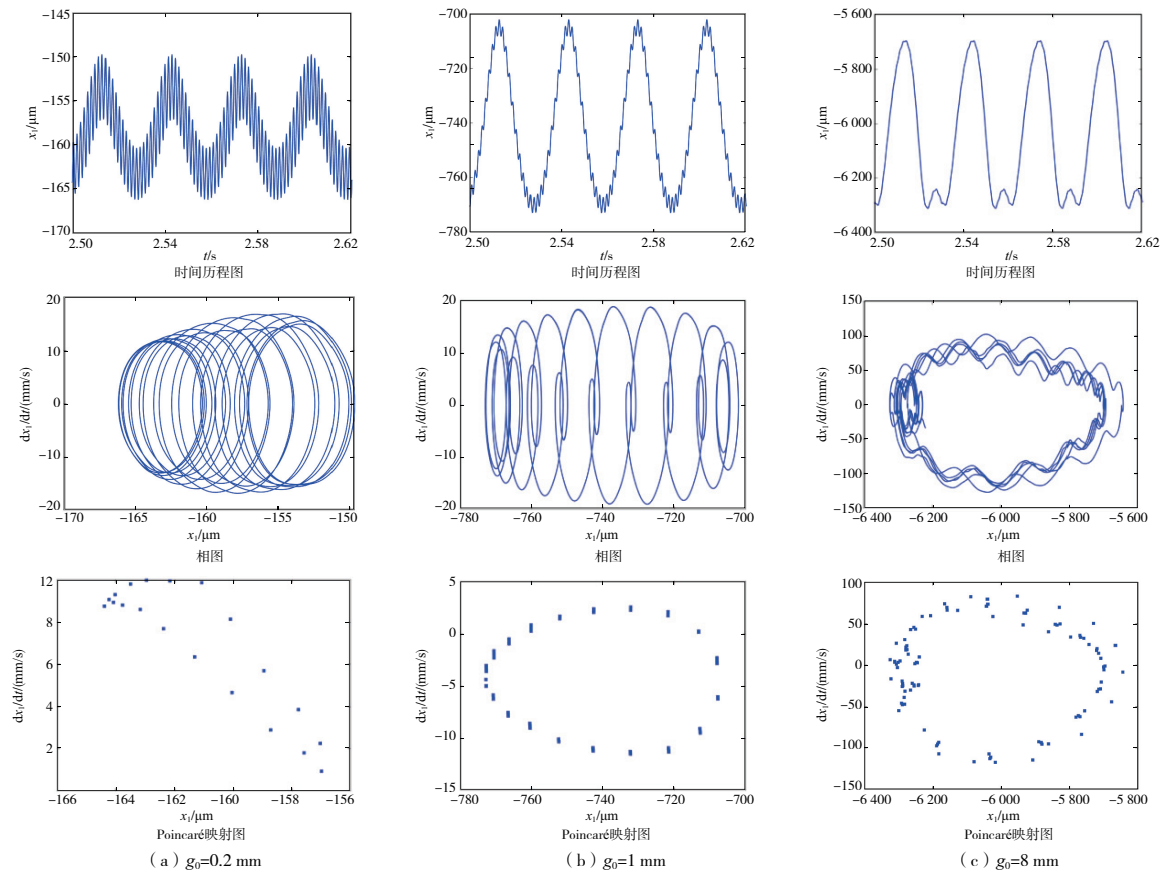


图6 不同名义气隙长度下的动态响应

3 结语

本文建立了考虑时变压力角和动态间隙的6自由度直齿轮-转子-磁轴承系统动力学模型,同时考虑了主动磁轴承的非线性力影响,分析了转速、初始侧隙和名义气隙长度对系统振动响应的影响规律。所得结论如下:

1) 在相同运行参数下,随着转子转速的增加,系统由周期运动转变为非周期运动,表明转速是影响转子系统振动响应的关键因素。

2) 保持转子转速和名义气隙长度取值不变,初始侧隙在一定的范围内变化,对系统的振动响应无显著影响。

3) 当转子转速和初始侧隙不变时,随着名义气隙长度的增加,系统由周期运动转变为非周期运动。这表明在决定转子系统响应过程中,名义气隙长度是比侧隙更为关键的影响因素。

参考文献:

- [1] 杨奕,李耀,李旭东,等. 主动磁悬浮轴承运动力学分析与悬浮控制研究[J]. 电气工程学报,2024,19(2): 34-46.
- [2] 田聪,王念先,王东雄,等. 磁悬浮轴承非线性支承特性的研究[J]. 机械设计与制造,2023(1):45-49.
- [3] 卿豪. 主动磁悬浮轴承转子系统动力学分析与控制策略研究[D]. 重庆:重庆理工大学,2022.
- [4] CHENG Z B, HUANG K, XIONG Y S, et al. An improved model for dynamic characteristics analysis of high-contact-ratio spur gears considering localised tooth spall defect [J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 140:106600.
- [5] LIU P F, ZHU L Y, GOU X F, et al. Dynamics modeling and analyzing of spur gear pair with pitch deviation considering time-varying contact ratio under multi-state meshing [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 513:116411.
- [6] WANG D, CAO H R, YANG Y, et al. Dynamic modeling and vibration analysis of cracked rotor-bearing system based on rigid body element method [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 191:110152.
- [7] HOU J Y, YANG S P, LI Q, et al. Mesh stiffness calculation and vibration analysis of the spur gear pair with tooth crack, considering the misalignment between the base and root circles [J]. International Journal of Mechanical System Dynamics, 2021, 1(1):143-156.
- [8] LIU J, ZHOU S, WANG S. Nonlinear dynamic characteristic of gear system with the eccentricity [J]. Journal of Vibroengineering, 2015, 17(5): 2187-2198.
- [9] MA R, CHEN Y S. Research on the dynamic mechanism of the gear system with local crack and spalling failure [J]. Engineering Failure Analysis, 2012, 26:12-20.
- [10] 聂力,徐志良,许华超. 装配误差和齿面摩擦影响下直齿轮啮合刚度建模与动力学响应分析[J]. 机械传动,2025,49(3):79-83,133.
- [11] 刘崇强,张红兵,李万祥. 含惰轮的齿轮传动系统动力学分析[J]. 机械制造与自动化,2025,54(2): 52-56.
- [12] 信毅. 考虑齿面粗糙度的裂纹直齿轮啮合刚度计算及振动分析[D]. 沈阳:沈阳工业大学,2025.
- [13] YI Y, HUANG K, XIONG Y S, et al. Nonlinear dynamic modelling and analysis for a spur gear system with time-varying pressure angle and gear backlash [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 132: 18-34.
- [14] SHI H T, CHEN W T, LI J B, et al. Vibration stability and bifurcation analysis of spur gear systems based on time-varying backlash and random load [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2024, 160:104648.
- [15] SHIN D, PALAZZOLO A. Nonlinear analysis of a geared rotor system supported by fluid film journal bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 475:115269.
- [16] MAJUMDER G, TIWARI R. Experimental study on vibration control of spur geared rotor system with active magnetic bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2022, 532:117005.
- [17] MAJUMDER G, TIWARI R. Application of active magnetic bearings in control and estimation of geared-rotor faults in high speed offset spur gear transmission system [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 176:109113.
- [18] NAGI F H, INAYAT-HUSSAIN J I, AHMED S K. Fuzzy Bang-Bang relay control of a rigid rotor supported by active magnetic bearings [J]. Energies, 2022, 15(11):3975.
- [19] YAO H J, INAYAT-HUSSAIN J I. Nonlinear dynamics of a geared rotor system supported by active magnetic bearings [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2025, 39(11):6479-6485.

收稿日期:2025-12-22